الأضواء



الرياضيات

الصف الأول الإعدادي
الفصل الدراسي الأول

1

2026

7

الأضواء

الرياضيات

الصف الأول الإعدادي

I

L.E. 150

معاك الكتاب معاك الـ APP



كودك الشخصي
خلف هذا الغلاف

استمتع برحلة تعليمية تفاعلية

1 **شاهد فيديوهات**

لفهم دروسك بشكل مُبسط وسهل
كل ما عليك هو مسح رمز الـQR الموجود
بجوار «ذاكر» فى بداية كل درس.

2 **التدريبات والاختبارات الإلكترونية**

لحل تدريبات واختبارات أكثر على كل درس..
امسح رمز الـQR الموجود بجوار «تدرب»
ببداية تدريبات كل درس.

3 **100% إجابات**

راجع إجاباتك من خلال مسح الـQR الخاص
بـ«100% إجابات» الموجود بالصفحة الأولى.



نزّل تطبيق الأضواء

مجانًا مع الكتاب

- المراجعة النهائية والامتحانات
- الإجابات النموذجية
- كودك الشخصى

احرص على اقتناء الأضواء في:

- اللغة العربية
- الدراسات الاجتماعية
- العلوم
- التربية الإسلامية

ALADWAA «GEM» in:

- Connect (اللغة الإنجليزية)



L.E.150

16766



نهضة مصر للنشر

الأضواء

الرياضيات

كتاب الشرح والتدريبات

7 الصف الأول الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

إعداد وتطوير:
نخبة من خبراء المناهج والتعليم

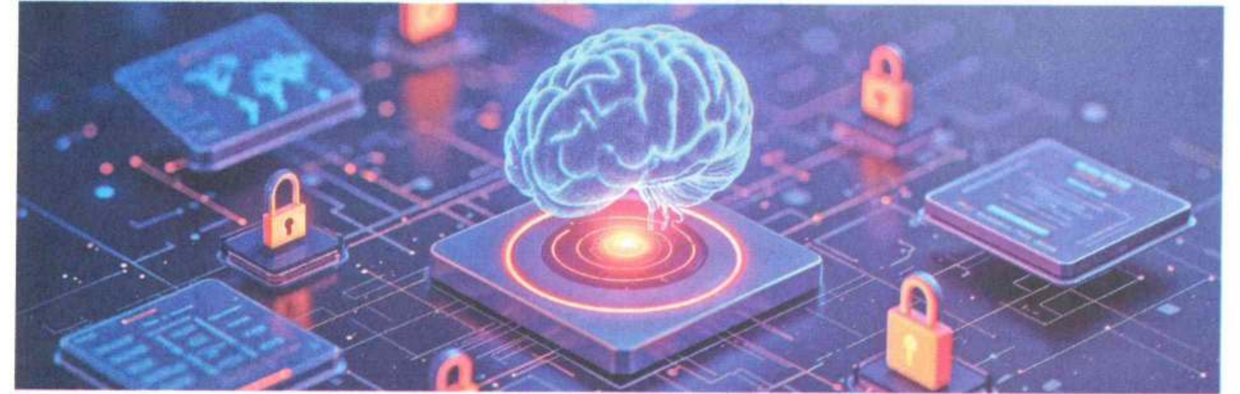


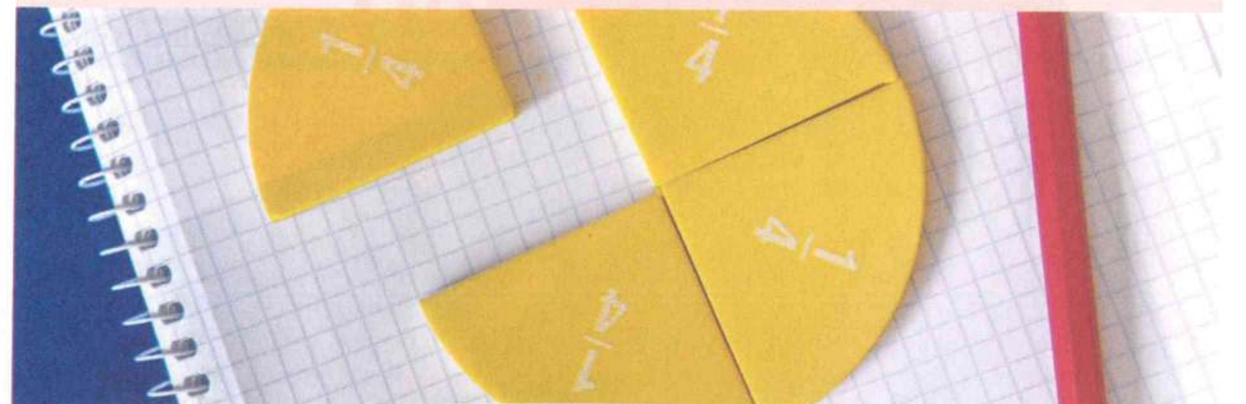
الاسم: ....

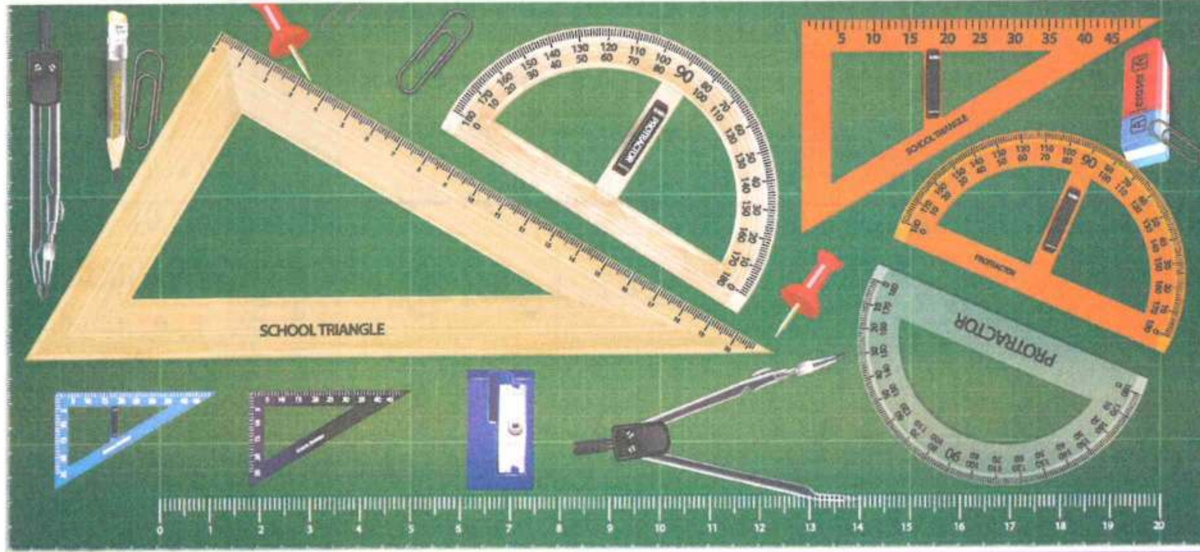
رقم الموبايل: ....



المحتويات









توزيع مقرر الرياضيات للصف الأول الإعدادى
الفصل الدراسى الأول 2025 – 2026 م

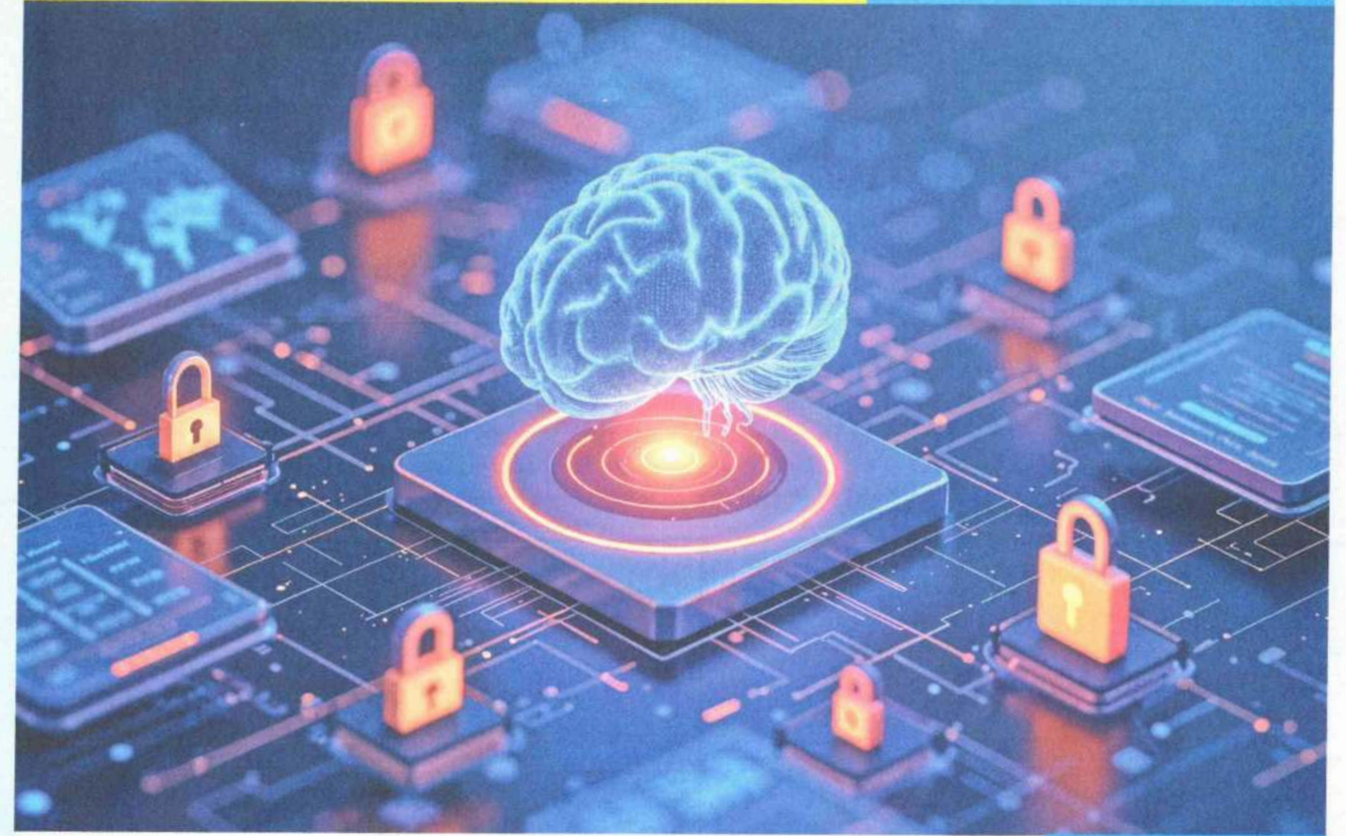
الشهر	الوحدة	الدروس
سبتمبر 2025	الوحدة الأولى: الأعداد والعمليات عليها	النسبة المئوية والنسبة والتناسب.
		التناسب.
		تطبيقات النسبة والتناسب.
أكتوبر 2025		**مجموعات الأعداد :** المجموعات والعمليات عليها.
		العمليات على الأعداد : العمليات على الأعداد الصحيحة.
		العمليات على الأعداد النسبية.
	الوحدة الثانية: الجبر	التعبيرات والصيغ الرياضية.
نوفمبر 2025		المعادلات الخطية.
	الوحدة الثالثة: الهندسة والقياس	أنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا.
		التوازى.
		المثلث.
		الأشكال الرباعية.
		المضلعات.
ديسمبر 2025		تابع: المضلعات.
		الإحداثيات.
	الوحدة الرابعة: الإحصاء	تنظيم البيانات.
		الوسط الحسابى.
		القطاعات الدائرية.
يناير 2026	**مراجعة وحل نماذج استرشادية على الفصل الدراسى الأول**	

رموز وأساسيات رياضية

الرمز	المعنى	الرمز	المعنى
$\varnothing$ أو { }	فاى (المجموعة الخالية التى لا تحتوى على أى عنصر)	$\cap$	تقاطع مجموعتين
$a \in X$	العنصر a ينتمى إلى المجموعة X	$\cup$	اتحاد مجموعتين
$b \notin X$	العنصر b لا ينتمى إلى المجموعة X	$\because$	بما أن
$Y \subset X$	المجموعة Y جزئية من المجموعة X	$\therefore$	إذن
$Y \not\subset X$	المجموعة Y ليست جزئية من المجموعة X	$\mathbf{N}$	مجموعة الأعداد الطبيعية: $\{0 , 1 , 2 , \dots\}$
$A > B$	A أكبر من B	$\mathbf{Z}$	مجموعة الأعداد الصحيحة: $\{\dots, -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , \dots\}$
$A \geqslant B$	A أكبر من أو يساوى B أو A لا يقل عن B	$\mathbf{Z}_+$	مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة $\{1 , 2 , 3 , \dots\}$
$A < B$	A أصغر من B	$\mathbf{Z}_-$	مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة $\{-1 , -2 , -3 , \dots\}$
$A \leqslant B$	A أصغر من أو يساوى B أو A لا يزيد عن B	$\mathbf{Q}$	مجموعة الأعداد النسبية $\{\frac{a}{b} : a \in Z , b \in Z , b \neq 0\}$
$A \neq B$	A لا يساوى B	$\lvert a \rvert$	القيمة المطلقة للعدد a
$\overline{AB}$	القطعة المستقيمة AB	$\triangle$	مثلث
$\overrightarrow{AB}$	الشعاع AB	$//$	يوازى
$\overleftrightarrow{AB}$	الخط المستقيم AB	$\perp$	عمودى على
$\simeq$	يساوى تقريبًا	$\llcorner$	زاوية قائمة
$\angle A$	زاوية A	$m(\angle B)$	قياس زاوية B

الوحدة الأولى 1

الأعداد والعمليات عليها



دروس الوحـــدة

يعتبـر الـذكاء الاصطناعـى (AI) أحـدث مجالات وصور التطور التكنولوجى.

كمـا يمكـن توظيفـه فـى تحسـين عمليات التعليم والتعلم.

- فهـل يمكـن تطويـر تطبيقـات (AI) لحـل مشـكلات تتعلـق بالرياضيـات فـى الحياة اليومية؟

القضايا والمهارات الحياتية:

- التواصل الرياضى.
- الفهم الرياضى.
- التفكير الإبداعى / الناقد.
- تكنولوجيا المعلومات.
- التنمية المستدامة.
- العولمة.

القيم:

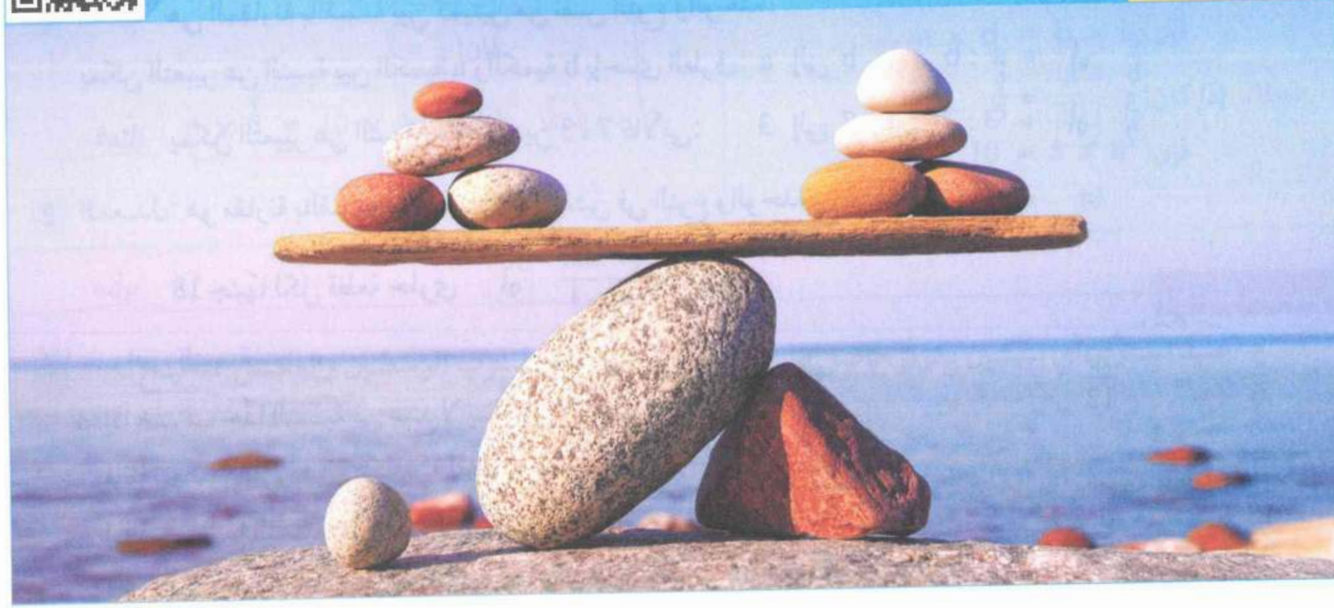
- الاحترام.
- المسئولية.
- المثابرة.
- الصمود.
- الانتماء.
- العدالة.



فيديو الشرح

ذاكر الدرس 1

التناســب (Proportion)





نواتج التعلم

- يعرف الطالب مفهوم التناسب.
- يكتب الطالب علاقة التناسب.
- يحدد الطالب العلاقات المتناسبة وغير المتناسبة.
- يحل الطالب التناسب باستخدام خاصية الضرب التبادلى.
- يمثل الطالب علاقات التناسب بيانيًا.
- يوظف الطالب مفهوم التناسب فى حل مشكلات حياتية.

مفردات أساسية - النسبة (Ratio) - التناسب (Proportion) - الضرب التبادلى (Cross products)

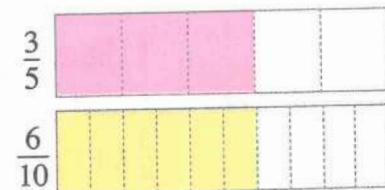
فكر وناقش

1 إذا كان ثمن 3 كيلو جرامات من الموز 30 جنيهًا، **فأكمل الجدول لإيجاد ثمن 1 كجم ، ثمن 2 كجم ، ثمن 4 كجم ، ثمن 5 كجم.**

عدد الكيلو جرامات	1	2	3	4	5
الثمن بالجنيهات	10	20	30	40	50

2 إذا رسمنا مستطيلين متطابقين وقمنا بتقسيم أحدهما إلى خمسة أجزاء متساوية، ثم تلوين **ثلاثة** أجزاء منها، وقمنا بتقسيم المستطيل الثانى إلى عشرة أجزاء متساوية وتلوين ستة أجزاء منها.

فهل النسبتان $\frac{3}{5}$ ، $\frac{6}{10}$ متكافئتان أم لا ؟



تعلم 1 مفهوم وكتابة التناسب:

سبق أن تعلمت كلًا من:

1 **النسبة:** هى المقارنة بالقسمة بين كميتين من نفس النوع والوحدة.

يمكن التعبير عن النسبة بين الكمية a والكمية b بإحدى الطرق: a إلى b أو $a : b$ أو $\frac{a}{b}$

فمثلًا: يمكن التعبير عن النسبة بين العددين 3 ، 7 كالآتى: 3 إلى 7 أو $3 : 7$ أو $\frac{3}{7}$

2 **المعدل:** هو مقارنة بالقسمة بين كميتين مختلفتين فى النوع والوحدة.

مثل: 18 جنيهًا لكل قطعة حلوى أو $\frac{100 \text{ كم}}{1 \text{ ساعة}}$

3 **خواص النسبة:**

- إذا ضرب حدًا النسبة فى عدد لا يساوى الصفر، فإننا نحصل على نسبة مكافئة للنسبة الأصلية. $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ (×2)
- إذا قسم حدًا النسبة على عدد لا يساوى الصفر، فإننا نحصل على نسبة مكافئة للنسبة الأصلية. (تبسيط النسبة) $\frac{18}{21} = \frac{6}{7}$ (÷3)

مفهوم التناسب هو تساوى نسبتين أو تساوى معدلين على الأقل.

- تساوى نسبتين: مثل: ($\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ أو $1:2 = 5:10$)
- تساوى معدلين: مثل: ($\frac{18 \text{ جنيهًا}}{3 \text{ أقلام}} = \frac{6 \text{ جنيهات}}{1 \text{ قلم}}$)

كتابة التناسب

إذا كان a, b, c, d كميات متناسبة فإن: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ أو $a:b = c:d$

إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن: a, b, c, d كميات متناسبة.

ويسمى a الأول المتناسب، b الثانى المتناسب، c الثالث المتناسب، d الرابع المتناسب.

- يمكن التعبير عن التناسب بين الكميات a, b, c, d كالآتى:

$a : b = c : d$ (الوسطان b, c — الطرفان a, d) أو $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (الطرفان — الوسطان)

- يسمى a, d الطرفين
- يسمى b, c الوسطين

فمثلًا: إذا كانت الأعداد: 3 , 5 , 6 , 10 متناسبة فإن:
- $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ أو
- $3 : 5 = 6 : 10$

سؤال 1

1 اكتب نسبة مكافئة لكل نسبة مما يأتى: (أ) $\frac{3}{4}$ (ب) $\frac{25}{35}$ (جـ) $\frac{6}{16}$

2 عبر عن الأعداد المتناسبة التالية: 24 ، 21 ، 8 ، 7 فى صورة تناسب بطريقتين مختلفتين.

تعلم 2 خاصية الضرب التبادلى:

1 إذا كان: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن: $a \times d = b \times c$

فمثلًا إذا كان: $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ فإن: $4 \times 10 = 5 \times 8$

$40 = 40$

2 إذا كان: $a \times d = b \times c$ فإن: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فمثلًا إذا كان: $8 \times 5 = 10 \times 4$ فإن: $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

بصفة عامة

عند تساوى أى نسبتين يكون حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين والعكس صحيح.

مثال 1 حدد: أى أزواج النسب التالية يمثل تناسبًا؟

1 $\frac{5}{6}$ ، $\frac{15}{18}$ 2 $\frac{3}{4}$ ، $\frac{6}{10}$ 3 $\frac{1.2}{3}$ ، $\frac{6}{15}$

الحل

1 $\frac{5}{6}$ ، $\frac{15}{18}$
- حاصل ضرب الطرفين: $5 \times 18 = 90$
- حاصل ضرب الوسطين: $6 \times 15 = 90$

وبالتالى فإن: $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$

لذلك فإن: زوج النسب $\frac{15}{18}$ ، $\frac{5}{6}$ يمثل تناسبًا.

حل آخر

بوضع النسبة $\frac{15}{18}$ فى أبسط صورة $\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$ (÷3)

حيث إن: $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$

فإن: زوج النسب $\frac{15}{18}$ ، $\frac{5}{6}$ يمثل تناسبًا.

2 $\frac{3}{4}$ ، $\frac{6}{10}$
- حاصل ضرب الطرفين: $3 \times 10 = 30$
- حاصل ضرب الوسطين: $4 \times 6 = 24$

وبالتالى فإن: $\frac{3}{4} \neq \frac{6}{10}$

لذلك فإن: زوج النسب $\frac{6}{10}$ ، $\frac{3}{4}$ لا يمثل تناسبًا.

3 $\frac{1.2}{3}$ ، $\frac{6}{15}$
- حاصل ضرب الطرفين: $1.2 \times 15 = 18$
- حاصل ضرب الوسطين: $3 \times 6 = 18$

وبالتالى فإن: $\frac{1.2}{3} = \frac{6}{15}$

لذلك فإن: زوج النسب $\frac{1.2}{3}$ ، $\frac{6}{15}$ يمثل تناسبًا.

سؤال 2

حدد: أى أزواج النسب التالية يمثل تناسبًا؟

1 $\frac{12}{21}$ ، $\frac{4}{7}$ 2 $\frac{25}{40}$ ، $\frac{30}{42}$ 3 $\frac{30}{40}$ ، $\frac{10}{20}$

مثال 2 حدد: أى الكميات الآتية تمثل تناسبًا، وإذا كانت متناسبة فاكتب التناسب:

1 6 , 7 , 12 , 14　　2 16 , 12 , 4 , 5　　3 0.2 , 0.3 , – 0.08 , – 0.12

الحل

1 حاصل ضرب الطرفين: $6 \times 14 = 84$

حاصل ضرب الوسطين: $7 \times 12 = 84$

بما أن حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

فإن الكميات: 14 , 12 , 7 , 6 تمثل تناسبًا.

$\frac{6}{7} = \frac{12}{14}$

2 حاصل ضرب الطرفين: $16 \times 5 = 80$

حاصل ضرب الوسطين: $12 \times 4 = 48$

بما أن حاصل ضرب الطرفين لا يساوى حاصل ضرب الوسطين

فإن الكميات: 5 , 4 , 12 , 16 لا تمثل تناسبًا.

3 حاصل ضرب الطرفين: $0.2 \times (-0.12) = -0.024$

حاصل ضرب الوسطين: $0.3 \times (-0.08) = -0.024$

بما أن حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين، فإن الكميات: 0.12– , 0.08– , 0.3 , 0.2 تمثل تناسبًا.

$\frac{0.2}{0.3} = \frac{-0.08}{-0.12}$

مثال 3 حدد: أى الجمل الرياضية الآتية تمثل تناسبًا؟

1 ثمن 3 كيلو جرامات من البرتقال 21 جنيهًا، ثمن 5 كيلو جرامات من نفس البرتقال 35 جنيهًا.

2 قراءة 4 صفحات فى 12 دقيقة، قراءة 7 صفحات فى 28 دقيقة.

3 10 أهداف من 12 محاولة، 12 هدفًا من 18 محاولة.

الحل

1 المعدل الأول = $\frac{\text{3 كجم}}{\text{21 جنيهًا}} = \frac{\text{1 كجم}}{\text{7 جنيهات}}$ (تبسيط النسبة)

المعدل الثانى = $\frac{\text{5 كجم}}{\text{35 جنيهًا}} = \frac{\text{1 كجم}}{\text{7 جنيهات}}$ (تبسيط النسبة)

أى أن: $\frac{\text{3 كجم}}{\text{21 جنيهًا}} = \frac{\text{5 كجم}}{\text{35 جنيهًا}}$ الجملة تمثل تناسبًا.

2 المعدل الأول = $\frac{\text{4 صفحات}}{\text{12 دقيقة}} = \frac{\text{1 صفحة}}{\text{3 دقائق}}$

المعدل الثانى = $\frac{\text{7 صفحات}}{\text{28 دقيقة}} = \frac{\text{1 صفحة}}{\text{4 دقائق}}$

أى أن: $\frac{\text{4 صفحات}}{\text{12 دقيقة}} \neq \frac{\text{7 صفحات}}{\text{28 دقيقة}}$ الجملة لا تمثل تناسبًا.

3 المعدل الأول = $\frac{\text{10 أهداف}}{\text{12 محاولة}} = \frac{\text{5 أهداف}}{\text{6 محاولات}}$

المعدل الثانى = $\frac{\text{12 هدفًا}}{\text{18 محاولة}} = \frac{\text{2 هدف}}{\text{3 محاولات}}$

أى أن: $\frac{\text{10 أهداف}}{\text{12 محاولة}} \neq \frac{\text{12 هدفًا}}{\text{18 محاولة}}$ الجملة لا تمثل تناسبًا.



سؤال 3

اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى ما يأتى يمثل تناسبًا؟ (القليوبية 2025)

(أ) $\frac{7}{4} , \frac{8}{14}$　(ب) $\frac{5}{3} , \frac{10}{6}$　(جـ) $\frac{5}{3} , \frac{3}{5}$　(د) $\frac{3}{2} , \frac{4}{6}$

2 النسبة $\frac{2}{5}$ تكافئ النسبة ....

(أ) $\frac{5}{8}$　(ب) $\frac{14}{35}$　(جـ) $\frac{9}{12}$　(د) $\frac{12}{15}$

تعلم 3 حل التناسب:

- المقصود بحل التناسب هو إيجاد القيمة المجهولة فى التناسب.

مثال 4 أوجد قيمة المجهول فى كل من التناسبات الآتية:

1 $\frac{6}{8} = \frac{12}{x}$　　2 $y : 4 = 9 : 12$

3 $\frac{5}{x} = 2$　　4 $\frac{2}{3} = \frac{4a}{24}$

الحل

1 $\frac{6}{8} = \frac{12}{x}$

باستخدام الضرب التبادلى: $6 \times x = 8 \times 12$

بإجراء عملية الضرب: $6x = 96$

بقسمة الطرفين على 6 : $\frac{6x}{6} = \frac{96}{6}$

وبالتالى فإن: $x = 16$

حل آخر

باستخدام التبسيط ثم الحساب الذهنى

بوضع النسبة $\frac{6}{8}$ فى أبسط صورة.

$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ (÷2)

فيصبح التناسب $\frac{3}{4} = \frac{12}{x}$

بملاحظة حدود التناسب نجد أن 3 أصبحت 12 وهذا يعنى أنها ضربت فى 4 ، لذلك نضرب 4×4 فتصبح 16 وبالتالى فإن: $x = 16$

2 $y : 4 = 9 : 12$

باستخدام الضرب التبادلى: $y \times 12 = 4 \times 9$

بإجراء عملية الضرب: $12y = 36$

بقسمة الطرفين على 12 : $\frac{12y}{12} = \frac{36}{12}$

وبالتالى فإن: $y = 3$

3 $\frac{5}{x} = 2$

نكتب التناسب: $\frac{5}{x} = \frac{2}{1}$

باستخدام الضرب التبادلى: $5 \times 1 = x \times 2$

بإجراء عملية الضرب: $5 = 2x$

بقسمة الطرفين على 2 : $\frac{5}{2} = \frac{2x}{2}$

وبالتالى فإن : $x = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

4 $\frac{2}{3} = \frac{4a}{24}$

باستخدام الضرب التبادلى: $2 \times 24 = 3 \times 4a$

بإجراء عملية الضرب: $48 = 12a$

بقسمة الطرفين على 12 : $\frac{48}{12} = \frac{12a}{12}$

وبالتالى فإن: $a = 4$



سؤال 4

أوجد قيمة المجهول فى كل من التناسبات الآتية:

1 $\frac{4}{10} = \frac{x}{30}$　　2 $2 : y = 10 : 15$

3 $\frac{b}{7} = \frac{6}{21}$　　4 $\frac{5}{6} = \frac{20}{2a}$

مثال 5 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كانت النسبة 5 : 3 تساوى النسبة 25 : x فإن $x =$ .... (الشرقية 2025)

(أ) 10 (ب) 15 (جـ) 5 (د) 8

2 إذا كانت الكميات 16 , 12 , 4 , x متناسبة فإن $x =$ ....

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 8

3 الثالث المتناسب للقيم 2 , 5 , 30 هو .... (الجيزة 2025)

(أ) 12 (ب) 60 (جـ) 15 (د) 180

4 إذا كان $\frac{5}{15} = \frac{k}{3}$ فإن قيمة 2 + k تساوى .... (القاهرة 2025)

(أ) 1 (ب) 8 (جـ) 3 (د) 4

5 إذا كان $\frac{x}{6} = \frac{3}{y}$ فإن .... $= \frac{1}{2}x\,y$ (القليوبية 2025)

(أ) 12 (ب) 10 (جـ) 9 (د) 6

6 إذا كان 2a – 5b = 0 فإن .... $= \frac{a}{b}$ (الدقهلية 2025)

(أ) $\frac{3}{5}$ (ب) $\frac{5}{3}$ (جـ) $\frac{2}{5}$ (د) $\frac{5}{2}$

7 إذا كانت الكميات a , 3 , 4 , d متناسبة فإن .... = 2 (a × d)

(أ) 12 (ب) 20 (جـ) 24 (د) 36

8 إذا كان : $\frac{2}{5} = \frac{4}{a+7}$ فإن قيمة a = ...

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

الحل

1 15 $\left(\frac{5}{3} = \frac{25}{x} \Rightarrow x = \frac{3\times25}{5} = 15\right)$

2 3 $\left(\frac{x}{4} = \frac{12}{16} \Rightarrow x = \frac{4\times12}{16} = 3\right)$

3 12 (نفرض أن الثالث المتناسب هو x) $\frac{30}{5} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{30\times2}{5} = 12$

4 3 $\left(\frac{5}{15} = \frac{k}{3} \Rightarrow k = \frac{5\times3}{15} = 1\right.$ ، $\left. k + 2 = 1 + 2 = 3\right)$

5 9 $\left(\frac{3}{y} = \frac{x}{6} \Rightarrow x \times y = 3 \times 6 = 18\right.$ ، $\left. \frac{1}{2}x\,y = \frac{1}{2} \times 18 = 9\right)$

6 $\frac{5}{2}$ $\left(2a - 5b = 0\right.$ ، $\left. 2a = 5b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{2}\right)$

7 24 $\left(\frac{a}{3} = \frac{4}{d} \Rightarrow a \times d = 3 \times 4 = 12\right.$ ، $\left. 2\,(a \times d) = 2 \times 12 = 24\right)$

8 3 $\frac{2}{5} = \frac{4}{a+7}$

$2 \times (a + 7) = 20$

بقسمة الطرفين على 2 $a + 7 = 10$

بإضافة (–7) للطرفين $a = 10 - 7 = 3$

مثال 6 يسير مالك بدراجته 3 كيلو مترات كل 6 دقائق بشكل منتظم. احسب الزمن اللازم ليسير مالك مسافة 10 كيلو مترات.

الحل

• نفترض أن الزمن اللازم هو n دقيقة.

وبالتالى يمكن التعبير عن التناسب كالتالى:

$\frac{3}{6} = \frac{10}{n} \Rightarrow 3 \times n = 6 \times 10$

$3n = 60 \Rightarrow \frac{3n}{3} = \frac{60}{3} \Rightarrow n = 20$ دقيقة

حل آخر

باستخدام جدول النسب:

المسافة بالكم	3	10
الزمن بالدقائق	6	n

$\frac{3}{6} = \frac{10}{n} \Rightarrow n = \frac{10\times6}{3} = 20$ دقيقة

وبالتالى فإن الزمن اللازم لقطع مسافة 10 كم هو 20 دقيقة.

مثال 7 إذا كان 15% من x يساوى 20% من y . أوجد: x : y

الحل

$15\%\,x = 20\%\,y$

$\frac{x}{y} = \frac{20\%}{15\%} = \frac{20\div5}{15\div5} = \frac{4}{3}$

حل آخر

$\frac{3}{20}x = \frac{1}{5}y$

(بضرب الطرفين فى $\frac{20}{3}$)

$\frac{20}{3} \times \frac{3}{20}x = \frac{20}{3} \times \frac{1}{5}y$

$x = \frac{4}{3}y$

$\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$



لاحظ أن

$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

$15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

سؤال 5

اختر الإجابة الصحيحة: (الشرقية 2025)

1 إذا كانت الكميات 21 , x , 9 , 6 متناسبة فإن: .... $= x$ (8 , 10 , 12 , 14)

2 إذا كان $\frac{3}{x} = 0.6$ فإن .... $= 4x$ (20 , 3 , 4 , 5)

3 إذا كان $\frac{y}{8} = \frac{0.5}{m}$ فإن .... $= y \times m$ (4 , 8 , 12 , 16)

4 إذا كان $\frac{9}{12} = \frac{3}{a-1}$ فما هى قيمة a ؟ (القاهرة 2025) (4 , 5 , 6 , 13)

5 إذا كان 160 رغيفًا من الخبز تحتاج إلى 12 كجم من الدقيق؛ فكم عدد الأرغفة إذا كان لديك 9 كجم من الدقيق؟ (60 , 120 , 160 , 180)

6 يدخر محمد فى شهرين مبلغ 700 جنيه. فكم شهرًا يحتاج إليه محمد لكى يدخر مبلغ 1750 جنيهًا؟ (3 , 4 , 5 , 6)

مفهوم وكتابة التناسب

1 اكتب نسبة واحدة مكافئة لكل نسبة مما يأتى:

1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{-4}{8}$ 3) 50:40 4) 0.15

2 عبر عن كل من الأعداد الآتية فى صورة تناسب بطريقتين مختلفتين:

1) 1 , 2 , 9 , 18 2) −0.4 , −0.5 , 0.8 , 1

خاصية الضرب التبادلى

3 فى كل مما يأتى: هل الكميات متناسبة؟ وإذا كانت متناسبة فاكتب التناسب:

1) 5 , 8 , 15 , 24 2) 12 , 27 , 16 , 18 3) 3 , 4 , 6 , 9 4) 2 , 5 , 4 , 10

5) 15 , 25 , 30 , 60 6) 5 , 4 , 7.5 , 6 7) 4 , 7 , 10 , 24 8) 3 , 6 , 11 , 22

4 حدد: أى الجمل الرياضية الآتية تمثل تناسبًا؟

1) ثمن 3 أقلام فى إحدى المكتبات 12 جنيهًا، ثمن 16 قلمًا من نفس النوع 64 جنيهًا.

2) كتابة 153 كلمة فى 3 دقائق، وكتابة 51 كلمة فى 10 دقائق.

3) ثمن 3 كجم من الموز هو 54 جنيهًا، وثمن 5 كجم من الموز هو 80 جنيهًا.

4) ارتفاع منزل 18 مترًا وطول ظله فى لحظة ما 6 أمتار، ارتفاع شجرة 7.5 متر وطول ظلها فى نفس اللحظة 2.5 متر.

5) قراءة 3 كتب فى شهرين، وقراءة 9 كتب فى ستة أشهر.

6) 144 نبضة فى دقيقتين و 210 نبضات فى ثلاث دقائق.

حل التناسب

5 أكمل التناسبات الآتية:

1) $\frac{3}{7} = \frac{.....}{21}$ 2) $\frac{.....}{8} = \frac{10}{4}$ 3) $\frac{300}{75} = \frac{60}{.....}$ 4) $\frac{20}{25} = \frac{36}{.....}$

5) $\frac{6}{8} = \frac{.....}{.....}$ 6) $\frac{9}{8} = \frac{.....}{4}$ 7) $\frac{48}{72} = \frac{.....}{15}$ 8) $\frac{12}{.....} = \frac{.....}{15}$

6 أوجد قيمة الرمز المجهول فى كل من التناسبات الآتية:

1) $5 , 7 , 25 , x$ 2) 6 , y , 12 , 16 3) 8 , 9 , a , 27 4) $b , 27 , \frac{1}{2} , 1\frac{1}{2}$

5) $\frac{15}{x} = \frac{30}{12}$ 6) $\frac{3}{4} = \frac{x}{20}$ (القاهرة 2025) 7) a : 16 = 5 : 4 8) 6 : 5 = c : 60

9) $\frac{10}{14} = \frac{b-2}{7}$ 10) $\frac{6}{18} = \frac{3}{c+7}$ 11) $\frac{4}{x-9} = \frac{8}{12}$ 12) $\frac{5}{2} = \frac{2a}{8}$

13) $\frac{4x}{20} = \frac{16}{40}$ 14) $\frac{18}{6} = \frac{y}{2.5}$ 15) $\frac{1}{3} = \frac{2}{b+1}$ 16) $\frac{5}{2} = \frac{d-1}{4}$ (القاهرة 2025)

7 اختر الإجابة الصحيحة:

1) قيمة النسبة $\frac{15}{5}$ فى أبسط صورة هى ....

(أ) $\frac{3}{5}$ (ب) 3 (جـ) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{10}{3}$

2) النسبة $\frac{4}{9}$ تكافىء النسبة ....

(أ) $\frac{12}{36}$ (ب) $\frac{24}{54}$ (جـ) $\frac{16}{18}$ (د) $\frac{8}{27}$

3) أى من النسب الآتية لا تكافىء النسبة $\frac{1}{4}$؟ ....

(أ) $\frac{5}{25}$ (ب) $\frac{2}{8}$ (جـ) $\frac{7}{28}$ (د) 0.25

4) إذا كانت الكميات a , b , c , d فى تناسب فإن: ....

(أ) $\frac{a}{d} = \frac{c}{b}$ (ب) $a \times c = b \times d$ (جـ) $a \times d = b \times c$ (د) $a \times b = c \times d$

5) أى الأعداد الآتية يمثل تناسبًا؟ ....

(أ) 3 , 5 , 9 , 10 (ب) 6 , 8 , 3 , 4 (جـ) 15 , 25 , 30 , 60 (د) 1 , 2 , 3 , 4

6) إذا كانت النسبة 3 : 5 تكافىء النسبة $9 : x$ فإن $x =$ ....

(أ) 5 (ب) 10 (جـ) 15 (د) 20

7) إذا كانت الكميات 3 , a , 15 , 10 كميات متناسبة فإن a = ...

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

8) إذا كان $\frac{6}{x} = \frac{3}{4}$ فإن قيمة x تساوى ....

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 8

9) إذا كان $\frac{2x}{5} = \frac{12}{15}$ فإن: $3x =$ ....

(أ) 9 (ب) 18 (جـ) 6 (د) 12

10) إذا كان 3a = 4b فإن: $\frac{a}{b} =$ .... (المنوفية 2025)

(أ) $\frac{3}{2}$ (ب) $\frac{2}{3}$ (جـ) $\frac{4}{3}$ (د) $\frac{3}{4}$

11) إذا كان ثمن 5 كيلو جرامات من البرتقال 50 جنيهًا فإن ثمن 8 كيلو جرامات من نفس البرتقال هو .... جنيهًا.

(أ) 100 (ب) 80 (جـ) 60 (د) 40

12) تقرأ هند 20 صفحة فى 80 دقيقة فإن الزمن الذى تستغرقه فى قراءة 160 صفحة إذا قرأت بنفس المعدل هو .... دقيقة.

(أ) 460 (ب) 400 (جـ) 640 (د) 40

13) إذا كان b:3 = 4:c فإن: $\frac{bc}{6} =$ ....

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 6 (د) 12

8 أكمل كلًّا مما يأتي:

1 المعدل هو .... بينما التناسب هو ....

2 فى أى تناسب يكون حاصل ضرب الطرفين = حاصل ....

3 يتقاضى رامى 840 جنيهًا مقابل عمله لمدة 40 ساعة، فإن معدل أجره فى الساعة الواحدة = ...

4 إذا كان: $\frac{2}{5}=\frac{x}{10}$ فإن: .... = x

5 إذا كانت الأعداد 12 , x , 4 , 3 متناسبة، فإن: .... = x

6 إذا كان 20 : 25 = a : 36 ، فإن: .... = a

7 إذا كان $\frac{b}{3}=4$ ، فإن: .... = b

8 إذا كان $\frac{8}{x}=0.5$ ، فإن: .... = $x+1$

9 إذا كان $\frac{54}{48}=\frac{3a}{8}$ ، فإن: .... = a

9 اشترى عمر 8 تفاحات بمبلغ 60 جنيهًا ، فكم تفاحة من نفس النوع يمكن أن يشتريها بمبلغ 105 جنيهات؟

10 تستخدم الخلايا الشمسية لتوليد الكهرباء فى السفن، إذا كان 1 سم^2 يولد $\frac{1}{100}$ واط، فما المساحة المطلوبة بالسم^2 لتوليد 10 واط؟

11 تستخدم سيارة 5 لترات من البنزين لقطع مسافة 40 كم، ما كمية البنزين التى تحتاجها السيارة لقطع مسافة 128 كم إذا سارت بنفس المعدل؟

12 شخص يكتب 48 كلمة فى 45 دقيقة، فكم كلمة يكتبها فى ساعة؟

13 تقرأ إيمان 10 صفحات فى 40 دقيقة فما الزمن بالساعات التى تستغرقه فى قراءة كتاب من 120 صفحة إذا قرأت بنفس المعدل؟

14 يزن باسم 90 نيوتن على سطح الأرض، فإذا علمت أن وزنه على سطح القمر 15 نيوتن فكم يبلغ وزن صديقه أحمد على سطح القمر إذا كان وزنه على سطح الأرض 60 نيوتن؟ (الدقهلية 2025)

15 إذا كان أحمد يستطيع إنشاء $\frac{2}{3}$ صفحة إنترنت فى نصف ساعة، فكم صفحة إنترنت يستطيع إنشاءها فى 6 ساعات؟

16 إذا كان هناك 5 عمال يصنعون 200 بنطلون، فكم عاملًا يصنع 640 قطعة؟

17 الجدول المقابل يوضح عدد الجنيهات التى يدخرها إبراهيم خلال عدد معين من الشهور، هل المبلغ يتناسب مع عدد الشهور؟ وضح إجابتك.

عدد الشهور	2	4	6	8
المبلغ بالجنيه	300	600	900	1200

تفكير إبداعى TIMSS

18 بلغ عُمر خالد خلال هذا العام 10 سنوات، وعُمر أخيه أنس فى نفس العام 5 سنوات ، وقد لاحظ خالد أن عمره يعادل مثلى عُمر أخيه، فهل العلاقة بين عمريهما ستكون متناسبة خلال السنتين التاليتين؟ وضح إجابتك مستعينًا بجدول القيم.

19 إذا كان عُمر محمد نصف عُمر سعد وعُمر سعد ثلاثة أمثال عُمر فهد، فأوجد نسبة عُمر محمد إلى عُمر فهد.

20 إذا كان $\frac{10}{3}=\frac{2(x-3)}{3}$ فأوجد قيمة x

21 حل كل تناسب مما يلى لإيجاد قيمة x علمًا بأن: a = 8 ، b = 6 ، c = 9

1 $\frac{a}{b}=\frac{x}{c}$ 2 $\frac{2b}{5b}=\frac{3a}{x}$ 3 $\frac{3+b}{3c}=\frac{x}{bc}$

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 النسبة $\frac{2}{5}$ تكافئ النسبة .... (الشرقية 2025)

(أ) $\frac{5}{8}$ (ب) $\frac{14}{35}$ (جـ) $\frac{9}{12}$ (د) $\frac{12}{15}$

2 إذا كان ($x \div 4 = 3 \div 2$) فإن .... = x (سوهاج 2025)

(أ) 4 (ب) 6 (جـ) 8 (د) 12

3 إذا كان $\frac{2}{5}=\frac{k}{10}$ ، فإن قيمة k تساوى .... (القاهرة 2025)

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 10

4 إذا كانت الكميات 16 , 8 , x , 2 كميات متناسبة فإن .... = x (القاهرة 2025)

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 10 (د) 16

5 إذا كان $5x = 3y$ فإن .... = $\frac{x}{y}$ (المنيا 2025)

(أ) 3:5 (ب) 5:3 (جـ) 15:1 (د) 1:15

6 إذا كان $\frac{5}{4}=\frac{x-1}{12}$ فإن .... = x (سوهاج 2025)

(أ) 13 (ب) 14 (جـ) 15 (د) 16

2 أكمل ما يأتي:

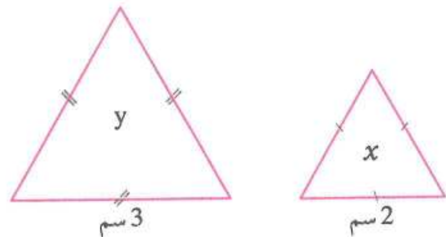


1 إذا كان $\frac{3}{7}=\frac{12}{b}$ ، فإن: .... × .... = 3 × b

2 إذا كان $0.7=\frac{14}{x}$ ، فإن: .... = x

3 إذا كان $\frac{24}{28}=\frac{3a}{7}$ ، فإن: .... = 5a

3 الشكل المقابل يمثل مثلثًا متساوى الأضلاع أجب عن الأسئلة التالية:



1 محيط المثلث x = ... سم.

2 النسبة بين طول ضلع المثلث x ومحيطه = ... : ....

3 النسبة بين طول ضلع المثلث y ومحيطه = ... : ....

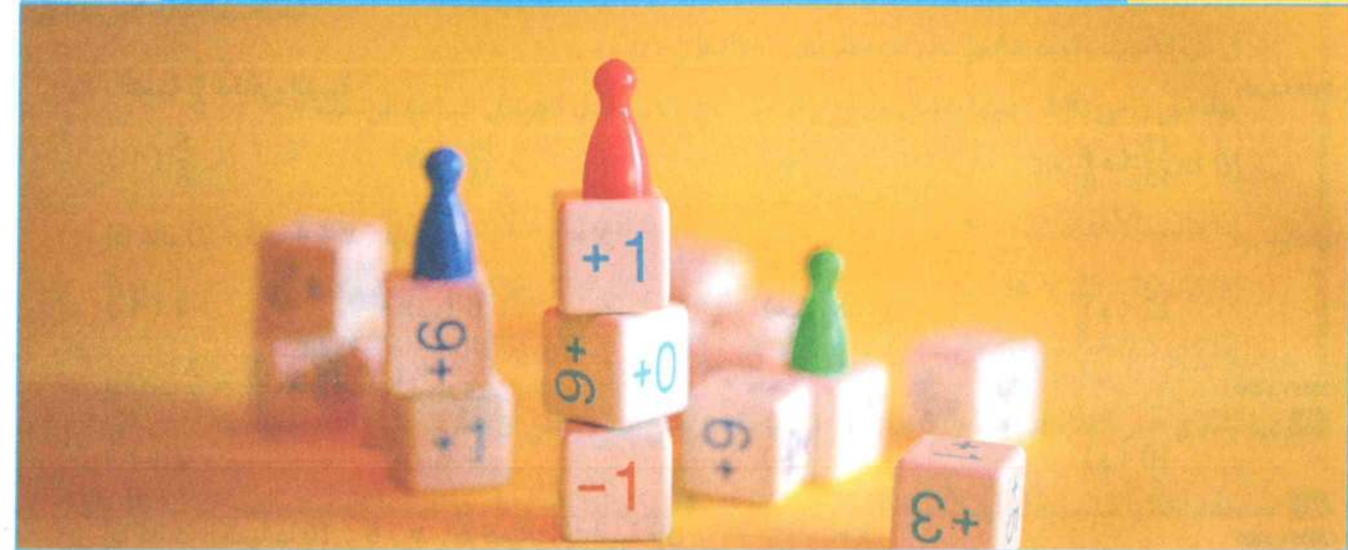
4 هل العلاقة بين محيط المثلث وطول ضلعه فى المثلثات المتساوية الأضلاع علاقة تناسب؟

5 هل العلاقة بين طول ضلع المربع ومحيطه علاقة تناسب؟ (الأزهر – المهام الأدائية 2025)



فيديو الشرح

ذاكر الدرس 2
تطبيقات النسبة والتناسب (الجزء 1)
(Applications of Ratio and Proportion)



مقياس الرسم (Scale drawing)

نواتج التعلم

- يعرف الطالب مقياس الرسم.
- يحسب الطالب مقياس الرسم.
- يحسب الطالب الطول الحقيقى.
- يحسب الطالب الطول فى الرسم.
- يحل الطالب مسائل تتضمن مقياسًا للرسم.

مفردات أساسية

- مقياس الرسم (Scale drawing)
- الطول فى الرسم (Length in drawing)
- الطول الحقيقى (Real Length)
- التكبير (Magnification)
- التصغير (Minimization)

فكر وناقش

نحتاج فى حياتنا اليومية إلى رسم خرائط دقيقة بمقاسات مختلفة، وإلى التصوير الفوتوغرافى بمقاسات مختلفة ... إلخ.



فمثلًا:

- رسمت خريطة لجمهورية مصر العربية، فإذا كانت المسافة بين القاهرة والإسكندرية على الخريطة 21 سم، والطول الحقيقى بين المدينتين هو 210 كيلومترات، فإن ذلك يعنى أن: 21 سم فى الصورة تمثل 210 كيلومترات فى الحقيقة، أى أن كل 1 سم فى الصورة يمثل 10 كيلومترات فى الحقيقة.

وهذا يمثل تناسبًا حيث إن: $\frac{21 \text{ سم}}{210 \text{ كيلومترات}} = \frac{1 \text{ سم}}{10 \text{ كيلومترات}}$.

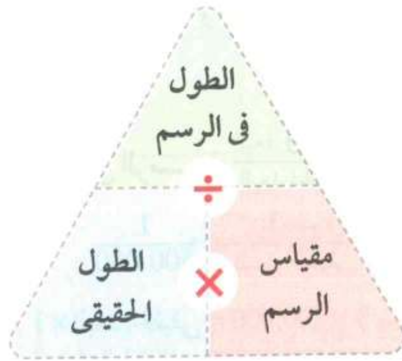
- وإذا كانت المسافة بين مدينتى القاهرة ودمياط 200 كم والمسافة بينهما على الخريطة 5 سم، **اكتب تناسبًا يعبر عن النسبة بين البعد على الخريطة والبعد الحقيقى.**

تعلم: مقياس الرسم:

مقياس الرسم هو نسبة تقارن بين البُعد فى الرسم أو النموذج والبُعد الحقيقى.

ويمثل مقياس الرسم أساسًا فى فهم ورسم الخرائط ويعتبر أداة أساسية وفعالة فى الرسم الهندسى، ويمكن حساب مقياس الرسم من خلال القانون التالى:

- مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}}$
- لحساب مقياس الرسم يجب أن يكون الطول فى الرسم والطول الحقيقى لهما نفس الوحدة.



مثال 1 احسب مقياس الرسم فى كل مما يلى:

1. إذا كان الطول فى الرسم 6 سم، والطول الحقيقى 18 م.
2. إذا كان طول حشرة فى الصورة 5 سم، وطولها الحقيقى 2 مم. (الفيوم 2025)
3. إذا كان الطول فى الرسم 4 سم، والطول الحقيقى 10 كم.

تذكر أن

- 1 سنتيمتر = 10 مم (ملليمتر)
- 1 متر = 100 سنتيمتر
- 1 كيلومتر = 1000 متر
- 1 كيلومتر = 100,000 سنتيمتر
- 1 متر = 10 ديسيمتر

الحل

1. مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}} = \frac{6 \text{ سم}}{18 \text{ م}} = \frac{6 \text{ سم}}{18 \times 100 \text{ سم}} = \frac{1}{300}$

   أى 300 : 1 (يدل على التصغير)

   لتحويل وحدة المتر إلى وحدة سم نضرب القيمة فى 100 فيكون: 18 م = 18 × 100 = 1,800 سم

2. مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}} = \frac{5 \text{ سم}}{2 \text{ مم}} = \frac{5 \times 10 \text{ مم}}{2 \text{ مم}} = \frac{25}{1}$

   أى 1 : 25 (يدل على التكبير)

   لتحويل وحدة سم إلى وحدة مم نضرب القيمة فى 10 فيكون: 5 سم = 5 × 10 = 50 مم

3. مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}} = \frac{4 \text{ سم}}{10 \text{ كم}} = \frac{4}{10 \times 100{,}000} = \frac{1}{250{,}000}$

   أى 250,000 : 1 (يدل على التصغير)

   لتحويل وحدة كم إلى وحدة سم نضرب القيمة فى 100,000 فيكون: 10 كم = 10 × 100,000 = 1,000,000 سم

لاحظ أن

- إذا كان مقياس الرسم < 1 ، فإنه يدل على التصغير.
- إذا كان مقياس الرسم > 1 ، فإنه يدل على التكبير.
- يمكن التعبير عن مقياس الرسم فى الخرائط كالآتى: كم 0 15 30 45 60 أو المقياس: 1 سم لكل 15 كم

وهذا يعنى أن كل 1 سم على الخريطة يمثل 15 كم فى الحقيقة.

سؤال 1

أوجد مقياس الرسم فى كل مما يلى:

1. إذا كان الطول فى الرسم 12 سم، والطول الحقيقى 3 مم.
2. إذا كانت المسافة بين مدينة القاهرة ومدينة دمياط 400 كم فى الحقيقة والمسافة بينهما على الخريطة 8 سم.

مثال 2

إذا كان مقياس الرسم المسجل على خريطة هو 1: 500,000 ، وكان البعد بين مدينتين على الخريطة هو 3 سم، **أوجد البعد الحقيقى بين المدينتين.**

الحل

- **مقياس الرسم** = $\frac{\text{البعد فى الرسم}}{\text{البعد الحقيقى}}$

  $\frac{1}{500,000} = \frac{\text{3 سم}}{\text{البعد الحقيقى}}$

- 1 × البعد الحقيقى = 500,000 × 3 سم (الضرب التبادلى)
- البعد الحقيقى = 1,500,000 سم = $\frac{1,500,000}{100,000}$ = 15 كم

حل آخر

- **البعد الحقيقى** = الطول فى الرسم ÷ مقياس الرسم

  = 3 سم ÷ $\frac{1}{500,000}$

  = 3 سم × $\frac{500,000}{1}$ = 1,500,000 سم

- **البعد الحقيقى** = $\frac{1,500,000}{100,000}$ = 15 كم

مثال 3

إذا كان مقياس الرسم لخريطة هو 1:100,000 وكانت المسافة الحقيقية بين المدينتين تساوى 8,000 متر، **فأوجد المسافة بين المدينتين على الخريطة بالسنتيمتر.**

الحل

- **مقياس الرسم** = $\frac{\text{المسافة فى الرسم}}{\text{المسافة الحقيقية}}$

  $\frac{1}{100,000} = \frac{\text{المسافة فى الرسم}}{\text{8,000 × 100 سم}}$

- **المسافة فى الرسم** = $\frac{\text{8,000 × 100 سم}}{100,000}$ = 8 سم

حل آخر

- الطول فى الرسم = مقياس الرسم × الطول الحقيقى

  = $\frac{1}{100,000}$ × 8,000 × 100 سم

  = 8 سم

مثال 4

إذا كان مقياس رسم خريطة هو: 0 70 140 210 280 350 كم

وكانت المسافة بين مدينتين فى الخريطة هى 4 سم، **أوجد المسافة الحقيقية بينهما.**

الحل

- نلاحظ من مقياس رسم الخريطة أن كل 1 سم على الخريطة يمثل 70 كم فى الحقيقة.

  مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{المسافة الحقيقية}}$ ، $\frac{\text{1 سم}}{\text{70 كم}} = \frac{\text{4 سم}}{\text{المسافة الحقيقية}}$

  المسافة الحقيقية = $\frac{\text{4 سم × 70 كم}}{\text{1 سم}}$ = 280 كم

سؤال 2

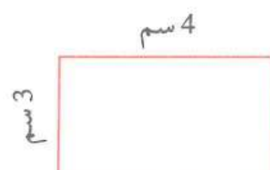
1. إذا كان مقياس الرسم على الخريطة هو 1:200,000 وكانت المسافة بين نقطتين على الخريطة تساوى 3.5 سم؛ **فما المسافة الحقيقية بين النقطتين بالكيلو مترات؟**
2. رسم أحمد صورة لشجرة طولها الحقيقى يساوى 4 أمتار بمقياس رسم 1 : 20 ، **أوجد طول الشجرة فى الصورة.**
3. إذا كان مقياس رسم خريطة هو 0 20 40 60 80 100 كم

   وكانت المسافة بين مدينتين على الخريطة هى 2 سم؛ **فأوجد المسافة الحقيقية بينهما.**

مثال 5

الشكل المقابل يمثل نموذجًا مصغرًا لقطعة أرض مستطيلة الشكل حيث إن:

1 سم فى النموذج يمثل 5 م فى الحقيقة، **أوجد محيط ومساحة قطعة الأرض الحقيقية.**



الحل

- إيجاد طول قطعة الأرض الحقيقية:

  مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}}$

  $\frac{\text{1 سم}}{\text{5 م}} = \frac{\text{4 سم}}{\text{طول قطعة الأرض الحقيقية}}$

  1 × طول قطعة الأرض الحقيقية = 5م × 4 (الضرب التبادلى)

  طول قطعة الأرض الحقيقية = 20 م

- إيجاد عرض قطعة الأرض الحقيقية:

  مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}}$

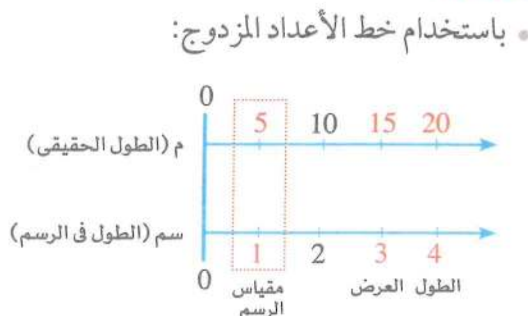
  $\frac{\text{1 سم}}{\text{5 م}} = \frac{\text{3 سم}}{\text{عرض قطعة الأرض الحقيقية}}$

  1 × عرض قطعة الأرض الحقيقية = 5م × 3 (الضرب التبادلى)

  عرض قطعة الأرض الحقيقية = 15 م

حل آخر

- باستخدام خط الأعداد المزدوج:



وبملاحظة خط الأعداد المزدوج نجد أن:

- طول قطعة الأرض = 20 م
- عرض قطعة الأرض = 15 م

تكنولوجيا

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة لإجراء العمليات الحسابية والتحويلات بين وحدات القياس المترية.

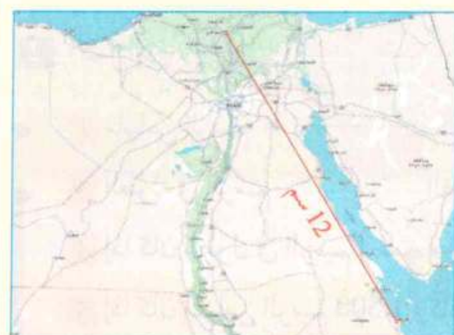


- محيط قطعة الأرض الحقيقية = (الطول + العرض) × 2 = (20 + 15) × 2 = 70 م
- مساحة قطعة الأرض الحقيقية = الطول × العرض = 20 × 15 = 300 متر مربع

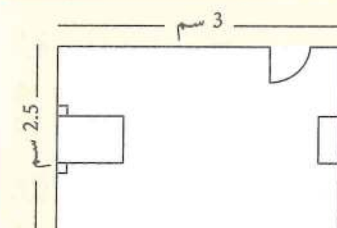
سؤال 3

1. استخدم مقياس الرسم الموضح 0 48 96 144 192 كم

   وأوجد المسافة الحقيقية بين مدينتى المحلة الكبرى والغردقة إذا كانت المسافة بينهما على الخريطة 12 سم.



2. الربط بالهندسة: يمثل الشكل المقابل نموذجًا مصغرًا لغرفة حيث إن كل 1 سم فى النموذج يمثل 1.2 متر فى الحقيقة؛ **فما مساحة الغرفة الحقيقية؟**





أسئلة الكتاب المدرسى | أسئلة موقع الـوزارة

مقياس الرسم

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان الطول فى الرسم 2 سم والطول الحقيقى 6 أمتار ، فما مقياس الرسم ؟ .... (الفيوم 2025)

(أ) 1 : 3 (ب) 1 : 30 (جـ) 1 : 300 (د) 1 : 3,000

2 إذا كان الطول فى الرسم 4 سم والطول الحقيقى 160 كم ، فإن مقياس الرسم = ... (القاهرة 2025)

(أ) 1 : 4 (ب) 1 : 40 (جـ) 1 : 4,000,000 (د) 1 : 4,000

3 إذا كان طول حشرة 0.3 مم وطولها بعد التكبير 4.5 سم ، فإن نسبة التكبير = ... (الجيزة 2025)

(أ) 1 : 15 (ب) 15 : 1 (جـ) 1 : 150 (د) 150 : 1

4 أى مقاييس الرسم التالية يعبر عن تكبير .... (بنى سويف 2025)

(أ) 1 : 20 (ب) 1 : 50,000 (جـ) 1 : 10 (د) 50 : 1

5 أى مقاييس الرسم التالية يعبر عن تصغير .... (الشرقية 2025)

(أ) 70 : 1 (ب) 1 : 7,000 (جـ) 5,000 : 1 (د) 7,000 : 1

6 إذا كان الطول الحقيقى 90 مترًا ومقياس الرسم 10,000 : 1 فما الطول فى الرسم؟ .... (القاهرة 2025)

(أ) 0.09 سم (ب) 90 سم (جـ) 9 سم (د) 0.9 سم

7 إذا كان مقياس رسم خريطة هو [0 30 60 90 120 كم]

وكانت المسافة بين مدينتين على الخريطة هى 3 سم، فما المسافة الحقيقية بينهما؟ (القليوبية 2025)

(أ) 30 كم (ب) 90 كم (جـ) 90,000 سم (د) 1,200,000 سم

8 على إحدى الخرائط كل 1 سم يمثل 5 كم وكان البُعد بين قريتين 25 كم فإن البُعد على الخريطة بالسنتيمتر هو .... سم

(أ) 3 (ب) 5 (جـ) 10 (د) 15

2 أكمل ما يأتى:

1 مقياس الرسم = $\frac{\text{..........}}{\text{..........}}$

2 إذا كان مقياس الرسم > 1 فإنه يدل على ....

3 الطول فى الرسم .... الطول الحقيقى فى حالة التصغير.

4 إذا كان الطول فى الرسم 3 سم، والطول الحقيقى 3 أمتار فإن مقياس الرسم = ...

5 إذا كان مقياس الرسم 1:500 وكان الطول فى الرسم 2 سم فإن الطول الحقيقى = ... متر.

3 إذا كانت المسافة بين مدينتين فى الحقيقة 35 كم والمسافة بينهما على الخريطة 5 سم ،

فأوجد مقياس الرسم لهذه الخريطة. (سوهاج 2025)

4 إذا كانت المسافة بين مدينة القاهرة ومدينة دمياط تساوى 400 كم فى الحقيقة والمسافة بينهما على الخريطة 8 سم،

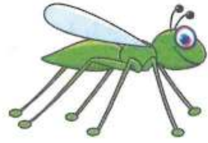
فأوجد مقياس الرسم لهذه الخريطة.

5 جغرافيا: إذا كانت المسافة الحقيقية بين مدينة القاهرة ومدينة دمياط تساوى 200 كم والمسافة بينهما على الخريطة 5 سم؛ أوجد مقياس رسم هذه الخريطة.

6 إذا كان الطول فى الرسم 3 سم والطول الحقيقى 27 مترًا ؛ أوجد مقياس الرسم.

7 رُسمت صورة هضبة عملاقة طولها الحقيقى 112 مترًا ، فإذا كان طولها فى الصورة 22.4 سم،

فما مقياس الرسم الذى رُسمت به الصورة؟



8 إذا كان طول حشرة فى الصورة 4 سم ، وطولها الحقيقى 2 مم فأوجد مقياس الرسم.

9 التقطت سمر صورة مكبرة لإحدى الحشرات الدقيقة فإذا كان طول الحشرة فى الصورة هو 12 سم وطولها الحقيقى 3 مم؛ أوجد مقياس الرسم.

10 إذا كان الطول الحقيقى 40 مترًا، ومقياس الرسم يساوى 1,000 : 1 ، فما الطول فى الرسم بالسنتيمتر؟ (الشرقية 2025)

11 غواصة طولها 120 مترًا، رُسمت صورة لها بمقياس $\frac{1}{500}$ ، ما طول الغواصة فى الصورة؟

12 خرائط: إذا كان مقياس الرسم على الخريطة هو 4,000,000 : 1 وكانت المسافة الحقيقية بين مدينتين تساوى 350 كم؛

أوجد المسافة على الخريطة بين المدينتين.

13 ملكية عامة: صنع نموذج لبرج القاهرة بمقياس رسم 200 : 1

فإذا كان طول برج القاهرة 187 مترًا؛ فما طول البرج فى النموذج بالسنتيمتر؟ (الشرقية 2025)

14 إذا كان مقياس الرسم على الخريطة هو 600,000 : 1 وكانت المسافة بين نقطتين على الخريطة تساوى 4.5 سم؛

فأوجد المسافة الحقيقية بين النقطتين. (الشرقية 2025)

15 استخدم مقياس الرسم الموضح

وأوجد المسافة الحقيقية بين القاهرة والإسكندرية.



[0 30 60 90 120 كم]

تفكير إبداعى TIMSS

16 تم عمل نموذج لقطعة أرض على شكل مستطيل بعداه 6 سم ، 5 سم حيث إن كل 1 سم فى النموذج يمثل 5 أمتار فى الحقيقة؛ فما محيط قطعة الأرض لعمل سياج حولها؟

17 رُسم مخطط بناء هندسى لغرفة استقبال بمقياس رسم $\frac{1}{100}$ فما بُعدا هذه الغرفة على المخطط إذا كان بعداها الحقيقيان 6م، 4م «حل باستخدام خط الأعداد المزدوج».

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان الطول فى الرسم 1 سم والطول الحقيقى 6.5 كم ، فما مقياس الرسم ؟ (كفر الشيخ 2025)

(أ) 1 : 6.5 (ب) 1 : 6,500,000 (جـ) 1 : 650,000 (د) 1 : 6,500

2 إذا كان $\frac{4}{7} = \frac{a}{42}$ ، فإن قيمة a تساوى ....

(أ) 10 (ب) 24 (جـ) 36 (د) 48

3 إذا كان $\frac{12}{8} = \frac{x}{4}$ فإن .... = $2x$ (الدقهلية 2025)

(أ) 12 (ب) 6 (جـ) 8 (د) 18

4 أى مقاييس الرسم التالية يعبر عن تكبير؟ (أسيوط 2025)

(أ) 1:700 (ب) 7,000:1 (جـ) 1:500 (د) 1:7,000

5 إذا كانت الكميات x , 6 , 4 , 3 كميات متناسبة فإن .... = x (القاهرة 2025)

(أ) 3 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 8

6 إذا كان $\frac{x}{10} = \frac{5}{y}$ فإن .... = xy (الإسماعيلية 2025)

(أ) 5 (ب) 50 (جـ) -5 (د) 15

2 أكمل ما يأتى:



1 إذا كان $x : 8 = 5 : 2$ فإن .... = x

2 يصعد متسلق جبلًا بمعدل 8 أمتار كل 3 دقائق بشكل منتظم، فإذا صعد مسافة 160 مترًا، فإن زمن صعوده هو .... دقيقة.

3 إذا قطعت سيارة مسافة 240 كم فى 3 ساعات فإن عدد الكيلومترات التى تقطعها السيارة فى 5 ساعات إذا تحركت بنفس المعدل = ...

3 أجب عما يأتى:

1 إذا كان مقياس الرسم على الخريطة هو 1 : 6,000,000 وكانت المسافة الفعلية بين مدينتين تساوى 300 كم ، **فأوجد المسافة بين المدينتين على الخريطة.**

2 إذا كان مقياس الرسم على الخريطة 2 : 3,000,000 **فاحسب الطول الحقيقى لطريق طوله فى الرسم 8 سم.** (الجيزة 2025)

3 يبلغ طول قطعة قماش 7.5 متر يراد تقسيمها إلى عدد من القطع طول كل قطعة 30 سم **أوجد:** عدد هذه القطع، **ثم أوجد** النسبة بين طول كل قطعة بعد تقسيمها وبين طول القطعة قبل تقسيمها. (أسيوط 2025)


فيديو الشرح

ذاكر الدرس 2 تطبيقات النسبة والتناسب الجزء 2
(Applications of Ratio and Proportion)



التقسيم التناسبى (Proportion Division)

نواتج التعلم

- يعرف الطالب مفهوم التقسيم التناسبى.
- يعرف الطالب كيفية إجراء التقسيم التناسبى.
- يستخدم الطالب النسبة والتناسب فى حل تطبيقات حياتية على التقسيم التناسبى.

مفردات أساسية
- التقسيم التناسبى (Proportion Division)

تعلم التقسيم التناسبى:

التقسيم التناسبى: هو تقسيم شىء مثل (مال أو أرض أو وزن أو ....) إلى جزأين أو أكثر بنسبة معلومة، ويستخدم فى بعض التطبيقات الحياتية مثل توزيع الأرباح وتقسيم الميراث وغيرها.

مثال 1
عددان النسبة بينهما 1:2 فإن كان العدد الأصغر 20 فأوجد العدد الأكبر.

الحل

العدد الأكبر : العدد الأصغر
2 : 1
؟ : 20

العدد الأكبر = $\frac{2 \times 20}{1} = 40$

مثال 2
فى إحدى المدارس كان عدد البنين $\frac{4}{5}$ عدد البنات وكان عدد البنات 600 تلميذة، فما عدد تلاميذ المدرسة؟

الحل

عدد البنات : عدد البنين
5 : 4
600 : ؟

عدد البنين $\frac{4}{5}$ عدد البنات يعنى أن:

عدد البنين = $\frac{4 \times 600}{5} = 480$ تلميذًا

عدد تلاميذ المدرسة = عدد البنات + عدد البنين = 600 + 480 = 1,080 تلميذًا.

سؤال 1

1 عددان النسبة بينهما 3:4، فإذا كان العدد الأكبر 20، فما العدد الأصغر؟

2 قسمت قطعة أرض بين شخصين، فكان نصيب الأول ثُلث نصيب الثانى، وكان نصيب الأول 4 أفدنة، فما مساحة قطعة الأرض؟

مثال 3
قسم مبلغ 850 جنيهًا بين أحمد وشريف بنسبة 3:2 فما نصيب كل منهما؟ (الشرقية 2025)

الحل

	المجموع	نصيب شريف	نصيب أحمد
نسبة	5	2	3
حقيقى	850	?	?

- نصيب أحمد = $\frac{3\times850}{5}$ = 510 جنيهات.
- نصيب شريف = $\frac{2\times850}{5}$ = 340 جنيهًا.

حل آخر

- مجموع الأجزاء = 2 + 3 = 5
- قيمة الجزء الواحد = $\frac{850}{5}$ = 170
- نصيب أحمد = 3 × 170 = 510 جنيهات.
- نصيب شريف = 2 × 170 = 340 جنيهًا.

مثال 4
عددان النسبة بينهما 7:4 فإذا كان العدد الأكبر يزيد عن العدد الأصغر بمقدار 6 فما العددان؟

الحل

	الفرق	العدد الأصغر	العدد الأكبر
نسبة	3	4	7
حقيقى	6	?	?

- العدد الأكبر = $\frac{7\times6}{3}$ = 14
- العدد الأصغر = $\frac{4\times6}{3}$ = 8

لاحظ أن
بعض الكلمات التى تدل على الطرح
- يزيد عن
- الفرق
- ينقص عن

مثال 5
اشترك ثلاثة أشخاص فى مشروع رأس ماله 500,000 جنيه بنسبة 2:5:3 (بنى سويف 2025)

احسب ما دفعه كل شخص فى رأس المال.

الحل

المجموع	ما دفعه الشخص الثالث	ما دفعه الشخص الثانى	ما دفعه الشخص الأول	
10	3	5	2	نسبة
500,000	?	?	?	حقيقى

- ما دفعه الشخص الأول = $\frac{500,000\times2}{10}$ = 100,000 جنيه.
- ما دفعه الشخص الثانى = $\frac{500,000\times5}{10}$ = 250,000 جنيه.
- ما دفعه الشخص الثالث = $\frac{500,000\times3}{10}$ = 150,000 جنيه.



حل آخر

- نسبة ما دفعه كل شخص هى 2 : 5 : 3
- مجموع الأجزاء = 3 + 5 + 2 = 10
- قيمة الجزء = $\frac{500,000}{10}$ = 50,000 جنيه.
- ما دفعه الشخص الأول = 2 × 50,000 = 100,000 جنيه.
- ما دفعه الشخص الثانى = 5 × 50,000 = 250,000 جنيه.
- ما دفعه الشخص الثالث = 3 × 50,000 = 150,000 جنيه.

سؤال 2
1. قسم مبلغ 120 جنيهًا بين شخصين بنسبة 2:3 **ما نصيب الأصغر؟** (قنا 2025)
2. قطعة أرض مقسمة بين شخصين بنسبة 4:7 فإذا كان نصيب الأول ينقص عن نصيب الثانى بمقدار 33 مترًا مربعًا **فأوجد نصيب كل منهما.**
3. وزع رجل مبلغ 700 جنيه على أبنائه الثلاثة بنسبة 5:1:4 **أوجد نصيب الأكبر.**

مثال 6
اشترك ثلاثة أشخاص فى مشروع فدفع الأول 2,500 جنيه ودفع الثانى 2,000 جنيه ودفع الثالث 3,500 جنيه وفى نهاية العام بلغ صافى الأرباح 4,000 جنيه وزعت حسب مساهمة كلٍّ منهم فى رأس مال المشروع، **أوجد نصيب كل منهم من الأرباح.**

الحل

خطوة 1

- نكتب النسبة بين المبالغ المدفوعة ونضعها فى أبسط صورة:

	الثالث	الثانى	الأول
(÷ 100)	3,500	2,000	2,500
(÷ 5)	35	20	25
	7	4	5

خطوة 2

- مجموع الأجزاء = 5 + 4 + 7 = 16
- قيمة الجزء الواحد = $\frac{4,000}{16}$ = 250 جنيهًا.
- نصيب الأول = 5 × 250 = 1,250 جنيهًا.
- نصيب الثانى = 4 × 250 = 1,000 جنيه.
- نصيب الثالث = 7 × 250 = 1,750 جنيهًا.

مثال 7
إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاع مثلث محيطه 150 سم هى 7 : 5 : 3 ، **فأوجد كلٍّ من أكبر أضلاعه طولًا وأصغر أضلاعه طولًا.**

الحل

محيط المثلث يساوى مجموع أطوال أضلاعه = 150 سم

- مجموع الأجزاء = 3 + 5 + 7 = 15 ، قيمة الجزء = $\frac{150}{15}$ = 10 سم.
- طول الضلع الأكبر = 10 × 7 = 70 سم.
- طول الضلع الأصغر = 10 × 3 = 30 سم.

مثال 8
متوازى مستطيلات مجموع أطوال أحرفه 1,440 سم

إذا كانت النسبة بين أبعاده الثلاثة هى 3:4:5 **فأوجد حجم متوازى المستطيلات؟**

الحل

مجموع أطوال أحرف متوازى المستطيلات = 4 × مجموع أطوال أبعاده الثلاثة

مجموع أطوال الأبعاد الثلاثة = $\frac{1,440}{4}$ = 360 سم

لاحظ أن
مجموع أطوال أبعاد متوازى المستطيلات الثلاثة = $\frac{\text{مجموع أطوال أحرفه}}{4}$

المجموع	البُعد الثالث	البُعد الثانى	البُعد الأول
12	5	4	3
360	?	?	?

- البُعد الأول = $\frac{3\times360}{12}$ = 90 سم.
- البُعد الثانى = $\frac{4\times360}{12}$ = 120 سم.
- البُعد الثالث = $\frac{5\times360}{12}$ = 150 سم.

حجم متوازى المستطيلات = حاصل ضرب أبعاده الثلاثة

= 90 × 120 × 150 = 1,620,000 ستيمتر مكعب.

سؤال 3
1. اشترك ثلاثة أشخاص فى تجارة دفع الأول 70,000 جنيه، ودفع الثانى 80,000 جنيه، ودفع الثالث 90,000 جنيه، وكانت الأرباح فى نهاية العام 96,000 جنيه؛ **احسب نصيب كل منهم من الأرباح فى نهاية العام الأول.**
2. مستطيل النسبة بين بعديه 4:5 وكان محيطه 36 سم؛ **أوجد مساحته.**

مثال 9

وزّع مُعلم 380 جنيهًا على ثلاثة تلاميذ بنسبة $\frac{3}{10} : \frac{2}{5} : \frac{1}{4}$ ، فما نصيب كل تلميذ؟

الحل

خطوة 1

• نضع النسبة فى صورة أعداد صحيحة فى أبسط صورة، وذلك بضرب حدود النسبة فى المضاعف المشترك الأصغر للمقامات وهو 20

نصيب التلميذ الأول	:	نصيب التلميذ الثانى	:	نصيب التلميذ الثالث
$\frac{1}{4} \times 20$	:	$\frac{2}{5} \times 20$	:	$\frac{3}{10} \times 20$
5	:	8	:	6

خطوة 2

• مجموع الأجزاء $= 6 + 8 + 5 = 19$

• قيمة الجزء الواحد $= \frac{380}{19} = 20$ جنيهًا.

• نصيب التلميذ الأول $= 6 \times 20 = 120$ جنيهًا.

• نصيب التلميذ الثانى $= 8 \times 20 = 160$ جنيهًا.

• نصيب التلميذ الثالث $= 5 \times 20 = 100$ جنيه.

مثال 10

توفى رجل وترك 400,000 جنيه لزوجته وولد وبنتين، فإذا كان نصيب الزوجة هو $\frac{1}{8}$ المبلغ، ويوزع الباقى على الأبناء، **فكم يكون نصيب الولد ونصيب البنت إذا علمت أن النسبة بين نصيب الولد إلى نصيب البنت 2 : 1 ؟**

الحل

• نصيب الزوجة $= 400,000 \times \frac{1}{8} = 50,000$ جنيه.

• المبلغ المتبقى = 350,000 جنيه. (لأن: $400,000 - 50,000 = 350,000$)

• حيث إن النسبة بين نصيب الولد إلى نصيب البنت هو 2 إلى 1

ولد	:	بنت	:	بنت
2	:	1	:	1

> **لاحظ أن**
> يجب أن نحسب نصيب الزوجة أولًا ونطرحه من المبلغ الأصلى ثم نوزع باقى المبلغ على الأبناء حسب النسبة المعطاة.

• مجموع الأجزاء $= 2 + 1 + 1 = 4$

• قيمة الجزء الواحد $= \frac{350,000}{4} = 87,500$ جنيه.

• نصيب الولد $= 2 \times 87,500 = 175,000$ جنيه.

• نصيب البنت $= 1 \times 87,500 = 87,500$ جنيه.

سؤال 4

1. وزع أبٌ مبلغ 520 جنيهًا على أبنائه الثلاثة بنسبة ، $\frac{1}{4} : \frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ ، **فما نصيب كل منهم؟**
2. توفى رجل وترك 240,000 جنيه لزوجته وابنه وبنته ، فإذا كان نصيب الزوجة $\frac{1}{8}$ المبلغ ويوزع الباقى على الأبناء، **فما نصيب الولد ونصيب البنت إذا علمت أن النسبة بين نصيب الولد ونصيب البنت هى 2 : 1 ؟**

أسئلة الكتاب المدرسى | أسئلة موقع الوزارة

التقسيم التناسبى

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1. عددان النسبة بينهما 4 : 1 وكان مجموعهما 60 فإن العدد الأصغر هو ....
   (أ) 12 (ب) 48 (جـ) 10 (د) 6
2. عددان النسبة بينهما 8 : 3 وكان العدد الأصغر هو 36 فإن العدد الأكبر هو ....
   (أ) 40 (ب) 72 (جـ) 90 (د) 96
3. قُسم مبلغ 2,000 جنيه بين شخصين بنسبة 3 : 2 فإن نصيب الأكبر هو .... جنيه. (الجيزة 2025)
   (أ) 1,200 (ب) 1,000 (جـ) 800 (د) 400
4. قُسمت قطعة أرض مساحتها 36 فدانًا بين شخصين بنسبة 2 : 7 ، أى مما يأتى يمكن أن يكون نصيبًا لأحد الشخصين؟
   (أ) 4 أفدنة (ب) 14 فدانًا (جـ) 18 فدانًا (د) 28 فدانًا
5. تم توزيع 1,000 كتاب بين مدرستين بنسبة 3 : 5 فما عدد الكتب التى حصلت عليها المدرسة الأولى؟
   (أ) 500 كتاب (ب) 750 كتابًا (جـ) 625 كتابًا (د) 400 كتاب
6. إذا حصل ثلاثة أشخاص على مبلغ 2,400 جنيه بنسب 2 : 3 : 4 فما مقدار نصيب الشخص الذى نسبته 3 ؟
   (أ) 800 جنيه (ب) 720 جنيهًا (جـ) 960 جنيهًا (د) 1,200 جنيه
7. إذا كان لديك 7,200 جنيه موزعة بين شخصين بنسبة 4 : 5 فما مقدار الفرق بين نصيب الشخصين؟
   (أ) 500 جنيه (ب) 800 جنيه (جـ) 900 جنيه (د) 1,000 جنيه
8. عددان النسبة بينهما 1 ومجموعهما 22 ، فأى الآتى يمكن أن يكون حاصل ضرب العددين؟
   (أ) 22 (ب) 100 (جـ) 121 (د) 484

2 اكتشف الخطأ:

تم تقسيم مبلغ 960 جنيهًا بين شخصين بنسبة 3 : 5

حل نور:

نصيب الأول $= \frac{3}{5} \times 960$

نصيب الثانى $= \frac{5}{3} \times 960$

حل مرام:

نصيب الأول $= \frac{3}{8} \times 960$

نصيب الثانى $= \frac{5}{8} \times 960$

فأى من نور ومرام اتبعت الطريقة الصحيحة فى الحل؟ **ناقش.**

3 عددان النسبة بينهما 5 : 2 فإذا كان العدد الأصغر 48، فما هو العدد الأكبر؟ (الجيزة 2025)

4 عددان النسبة بينهما 3 : 2 فإذا كان العدد الأكبر 36، فما هو العدد الأصغر؟

5 عددان النسبة بينهما 3 : 5 والفرق بينهما 18، أوجد العددين؟

6 عددان طبيعيان أحداهما ثلاثة أمثال الآخر ومجموعهما 48، أوجد العددين؟

7 قُسم مبلغ 180 جنيهًا بين شخصين بنسبة 2 : 7 ، أوجد نصيب كل منهما. (القاهرة 2025)

8 وزع رجل مبلغ 700 جنيه بين ابنيه الاثنين بنسبة 3 : 4 ، أوجد نصيب كل منهما. (سوهاج 2025)

9 تم تقسيم قطعة أرض مساحتها 18 فدانًا بين شخصين بنسبة 2 : 1 ، أوجد النصيب الأكبر. (القليوبية 2025)

10 تم تقسيم قطعة أرض بناء مساحتها 960 مترًا مربعًا بين أخوين بنسبة 5 : 7 ، فما نصيب كل منهما من قطعة الأرض؟

11 قُسمت قطعة أرض بين شخصين فكان نصيب الأول رُبع نصيب الثانى وكان نصيب الثانى 32 فدانًا ،
فما مساحة قطعة الأرض؟

12 فى إحدى المدارس بلغ عدد التلاميذ 560 تلميذًا، فإذا كان عدد البنات يساوى $\frac{3}{5}$ عدد البنين،
فأوجد عدد البنات والبنين بالمدرسة.

13 إذا كانت النسبة بين عدد ذرات الهيدروچين إلى عدد ذرات الأكسچين فى جزىء الماء كنسبة 1 : 2 ،
فما عدد ذرات كل منهما فى جزء من قطرة ماء يحتوى على 1,200,000 ذرة؟

14 يتقاضى عمر أجرًا ضعف ما يتقاضاه خالد، فإذا كان مجموع أجريهما 36,000 جنيه، فما هو أجر عمر؟

15 إذا كان عدد طلاب المدرسة 640 طالبًا وطالبة وكانت النسبة بين عدد البنين وعدد البنات هى 9 : 7 ،
فاحسب الزيادة فى عدد البنات على البنين. (الشرقية 2025)

16 مستطيل النسبة بين طولى بعديه 2 : 5 وكان الفرق بين طولى بعديه 21 سم ، أوجد طولى بعديه.

17 يتقاسم عامر وعماد وعلاء مبلغ 900 جنيه بنسبة 7 : 3 : 2 ، فكم يبلغ نصيب علاء من هذا المبلغ؟

18 قُسم مبلغ قدره 7,200 جنيه على ثلاثة أشخاص بنسبة 5 : 4 : 3 ، أوجد نصيب كل منهم.

19 اشترك ثلاثة أشخاص فى مشروع تجارى فكانت النسبة بين المبالغ التى دفعها كل منهم هى 3 : 5 : 2، فإذا كان نصيب
الأول من الأرباح 1,400 جنيه؛ فأوجد نصيب كل من الثانى والثالث من الأرباح؟ (القاهرة 2025)

20 اشترك ثلاثة أشخاص فى مشروع رأس ماله 500,000 جنيه بنسبة 3 : 5 : 2 ؛
احسب ما دفعه كل شخص فى رأس المال.

21 اشتركت كل من داليا وداليدا ودعاء فى تجارة، فدفعت داليا 30,000 جنيه، ودفعت داليدا 40,000 جنيه، ودفعت دعاء
50,000 جنيه وفى نهاية العام ربحت التجارة 12,000 جنيه؛ أوجد نصيب كل منهن من المكسب.

22 اشترك ثلاثة أشخاص فى إنشاء مصنع، دفع الأول 9,000,000 جنيه ، ودفع الثانى مبلغ 6,000,000 جنيه،
ودفع الثالث 7,500,000 جنيه، وكانت الأرباح فى نهاية العام الأول 2,250,000 جنيه، ووزعت الأرباح حسب
مساهمة كل منهم فى رأس المال؛ احسب نصيب كل منهم من أرباح العام الأول.

23 إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاع مثلث محيطه 135 سم هى 3 : 5 : 7؛ فأوجد طول أكبر أضلاعه.

24 إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث هى 3 : 2 : 1؛ فأوجد قياس الزاوية الصغرى. (القاهرة 2025)

25 قطعة أرض مثلثة الشكل، النسبة بين أطوال أضلاعها هى 5 : 4 : 2 فإذا كان محيطها 121 مترًا فأوجد أطوال أضلاعها الثلاثة.

26 وزع رجل مبلغ 5,400 على 3 أشخاص بالترتيب بالنسب $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{3}$: $\frac{1}{6}$ ، ما المبلغ الذى أخذه كل منهم بالترتيب؟

27 تتكون سبيكة البرونز التى تُصنع منها الميداليات من ثلاثة معادن هى النحاس والقصدير والزنك بنسبة $\frac{1}{45}$: $\frac{1}{18}$: $\frac{1}{5}$
فإذا كانت كتلة إحدى الميداليات 425 جرامًا؛ فأوجد كتلة كل معدن من المعادن الثلاثة.

28 توفى رجل وترك ميراثًا قدره 150,000 جنيه عن زوجة وولدين وبنت، فإذا كان نصيب زوجته $\frac{1}{8}$ المبلغ، ويوزع الباقى
على ولديه الاثنين وبنته الوحيدة؛ فكم يكون نصيب البنت ونصيب الولد، علمًا بأن نصيب الولد إلى نصيب البنت 2 إلى 1؟

29 توفى رجل وترك ميراثًا قدره 180,000 جنيه وترك زوجة وابنًا وبنتين، فإذا كان نصيب الزوجة $\frac{1}{8}$ التركة، ؛
فكم يكون نصيب الابن والبنتين إذا كان نصيب الابن يعادل نصيب كل بنتين معًا؟

تفكير إبداعى TIMSS

30 ثلاثة أشخاص عملوا لمدة 6 ساعات تقاضوا خلالها 1,100 جنيه، حيث عمل الأول كامل المدة والثانى نصف المدة
والثالث ثلث المدة؛ احسب نصيب الثانى.

31 متوازى مستطيلات مجموع أطوال أحرفه 1,320 سم، فإذا كانت النسبة بين أبعاده هى 5 : 3 : 2 ، فأوجد حجم
متوازى المستطيلات.

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أبسط صورة للنسبة 15 : 21 هى ....

(أ) 3 : 7 (ب) 7 : 3 (جـ) 5 : 7 (د) 7 : 5

2 عددان النسبة بينهما 4 : 3 فإذا كان العدد الأكبر هو 32 فإن العدد الأصغر هو ....

(أ) 18 (ب) 21 (جـ) 24 (د) 27

3 إذا كان $\frac{6}{x} = \frac{3}{4}$ فإن قيمة x تساوى ....

(أ) 4 (ب) 8 (جـ) 12 (د) 16

4 فى إحدى المدارس كان عدد البنين $\frac{3}{5}$ عدد البنات وكان عدد تلاميذ المدرسة 360 تلميذًا من البنين والبنات فإن عدد البنين يساوى .... تلميذًا.

(أ) 135 (ب) 120 (جـ) 200 (د) 225

5 إذا كانت الكميات a , 6 , 5 , b كميات متناسبة فإن قيمة a × b تساوى ....

(أ) 5 (ب) 6 (جـ) 11 (د) 30

6 إذا كان مقياس رسم قناة السويس 1,100,000 : 1 وكان طول القناة على الخريطة يساوى 15 سم فإن الطول الحقيقى لقناة السويس يساوى .... كم.

(أ) 1.65 (ب) 16.5 (جـ) 165 (د) 16,500,000

2 أكمل ما يأتى:

1 إذا كان $\frac{4}{x} = 0.8$ فإن قيمة x تساوى ....

2 $1 - 73\% =$ ....

3 مصنع ينتج 1,500 لمبة فى 3 ساعات فإن معدل إنتاج المصنع فى ساعتين يساوى .... لمبة.

3 أجب عما يأتى:

1 تم التقاط صورة مكبرة لإحدى الحشرات الدقيقة، فإذا كان طولها فى الصورة 9 سم وطولها الحقيقى 3 مم فأوجد مقياس الرسم.

2 قسم مبلغ 3,600 جنيه على ثلاثة أشخاص بنسبة 5 : 4 : 3 أوجد نصيب كل منهم. (سوهاج 2025)

3 رحلة استكشافية بها 60 خيمة تم توزيعها بين الأولاد والبنات بنسبة $\frac{1}{3} : \frac{2}{3}$ فما عدد الخيام التى سيحصل عليها كل من الأولاد والبنات؟



ذاكر الدرس 2 تطبيقات النسبة والتناسب الجزء 3
(Applications of Ratio and Proportion)



تطبيقات النسبة المئوية (Applications of percentage)

نواتج التعلم

- يحل الطالب تطبيقات حياتية على النسبة المئوية مثل البيع والشراء.

مفردات أساسية – النسبة المئوية (Percentage)

فكر وناقش

مع شريف 1,000 جنيه ويريد شراء چاكت سعره 1,500 جنيه وكان عليه تخفيض 20% فهل يكفى ما مع شريف لشراء هذا الچاكت؟

فى هذا الدرس سوف نتعلم بعض المفاهيم المتعلقة بالنسبة والتناسب مع تطبيقات النسبة المئوية التى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

تعلم تطبيقات النسبة المئوية:

أولاً حساب التخفيض (الخصم):

- عند تخفيض سعر سلعة بنسبة d% فإن:
- قيمة التخفيض (الخصم) = السعر الأصلى (سعر السلعة قبل التخفيض) $\times \frac{d}{100}$
- السعر بعد التخفيض (سعر الشراء) = السعر الأصلى (سعر السلعة قبل التخفيض) – قيمة التخفيض

فمثلاً:

- إذا كان سعر سلعة 100 جنيه وكان عليها تخفيض 10% فإن:

قيمة التخفيض = $\frac{10}{100} \times 100 = 10$ جنيهات.

ويكون السعر بعد التخفيض = 90 جنيهًا. (حيث $100 - 10 = 90$)

لاحظ أن

- إذا كانت نسبة التخفيض d%

فإن: نسبة سعر الشراء إلى السعر الأصلى

$= 1 - d\% = 100\% - d\%$

(وهى تمثل نسبة السعر بعد التخفيض إلى السعر قبل التخفيض)

لإثبات ذلك: نفرض أن السعر الأصلى = P وأن نسبة الخصم = d%

سعر الشراء = $\left(P - P \times \frac{d}{100}\right)$

باستخدام خاصية التوزيع $P\left(1 - \frac{d}{100}\right)$

$\frac{\text{سعر الشراء}}{\text{السعر الأصلى}} = \frac{P\left(1 - \frac{d}{100}\right)}{P} = 1 - \frac{d}{100}$

مثال 1

أعلن أحد المتاجر عن نسبة خصم 20% على أى سلعة موجودة بالمتجر، **ما سعر شراء قميص سعره قبل الخصم 420 جنيهًا؟**

الحل

- قيمة الخصم (التخفيض) = $420 \times \frac{20}{100} = 84$ جنيهًا
- السعر بعد الخصم (بعد التخفيض) = 336 جنيهًا ▸ $420 - 84 = 336$

حل آخر (1)

- نسبة الخصم = 20%
- نسبة سعر الشراء إلى السعر الأصلى = 80%

(▸ $1 - 20\% = 100\% - 20\% = 80\%$)

- السعر بعد الخصم = 336 جنيهًا (▸ $420 \times \frac{80}{100} = 336$)

حل آخر (2)

بعد الخصم : الخصم : قبل الخصم

80% : 20% : 100% (دائمًا)

? : : 420

- استخدام الضرب التبادلى:

السعر بعد الخصم = $\frac{420 \times 80\%}{100\%} = 336$ جنيهًا.

مثال 2

اشترى أحمد قميصًا ثمنه بعد التخفيض 300 جنيه وكانت نسبة التخفيض 25%، **أوجد ثمنه قبل التخفيض.**

الحل

- نسبة ثمن الشراء إلى الثمن الأصلى = 75%

▸ [لأن: $1 - 25\% = 100\% - 25\% = 75\%$]

- الثمن بعد التخفيض = الثمن قبل التخفيض × نسبة الشراء إلى الثمن الأصلى.

300 = الثمن قبل التخفيض × $\frac{75}{100}$ ▸

▸ الثمن قبل التخفيض = $300 \div \frac{75}{100}$

$= 300 \times \frac{100}{75} = 400$

- الثمن قبل التخفيض = 400 جنيه.

حل آخر

- نسبة ثمن الشراء إلى الثمن الأصلى = 75%

▸ [لأن: $1 - 25\% = 100\% - 25\% = 75\%$]

$\frac{75}{100} = \frac{\text{الثمن بعد التخفيض}}{\text{الثمن قبل التخفيض}}$

نفرض أن الثمن قبل التخفيض هو P

$\frac{75}{100} \times \frac{300}{P}$ (باستخدام الضرب التبادلى)

- الثمن قبل التخفيض (P)

$= \frac{300 \times 100}{75} = 400$ جنيه.

مثال 3

إذا انخفض سعر سلعة من 2,000 جنيه إلى 1,800 جنيه، **فاحسب نسبة التخفيض.**

الحل

- قيمة التخفيض = 200 جنيه.

▸ [لأن: $2,000 - 1,800 = 200$]

- نسبة التخفيض = $\frac{\text{قيمة التخفيض}}{\text{سعر السلعة الأصلى}} \times 100\%$

$= \frac{200}{2,000} \times 100\% = 10\%$

حل آخر

- السعر قبل التخفيض : التخفيض : السعر بعد التخفيض

100% : ? (×)

2,000 : 200 (÷) : 1,800

- نسبة التخفيض = $\frac{200 \times 100\%}{2,000} = 10\%$

سؤال 1

1. اشترت هند جهاز تلفزيون بنسبة خصم 30% وكان سعره الأصلى 6,300 جنيه، **أوجد سعره بعد الخصم.**
2. حصلت ساندى على نسبة تخفيض 15% من ثمن حذاء رياضى من أحد المتاجر فدفعت مبلغًا قدره 340 جنيهًا. **فما السعر الأصلى للحذاء؟** (كفر الشيخ 2025)
3. تسير سيارة بسرعة 100 كم لكل ساعة انخفضت سرعتها إلى 35 كم لكل ساعة، **احسب نسبة الانخفاض.**

ثانيًا حساب الإضافة (الزيادة)

عند زيادة سعر سلعة نتيجة إضافة ضريبة أو عمولة أو ربح بنسبة ($t\%$)، فإن:

- قيمة الزيادة = سعر السلعة × $\frac{t}{100}$
- السعر بعد الزيادة = السعر الأصلى (قبل الزيادة) + قيمة الزيادة

لاحظ أن

▸ $t\% = \frac{t}{100}$

مثال 4

اشترى أيمن هاتفًا سعره 6,000 جنيه ثم أضيف إليه نسبة الضريبة 10%، **احسب سعر الهاتف بعد إضافة الضريبة.**

الحل

- قيمة الضريبة = $6,000 \times \frac{10}{100} = 600$ جنيه.
- السعر بعد إضافة الضريبة = 6,600 جنيه.

▸ [لأن: $6,000 + 600 = 6,600$]

حل آخر

- نسبة المبلغ المدفوع إلى سعر الهاتف الأصلى = 110%

▸ [لأن: $1 + 10\% = 100\% + 10\% = 110\%$]

- السعر بعد إضافة الضريبة = $6,000 \times \frac{110}{100} = 6,600$ جنيه.

مثال 5

باع تاجر بضاعة بمبلغ 2,500 جنيه، وبعد إضافة ضريبة المبيعات عليها أصبح سعرها 2,850 جنيهًا، **احسب نسبة الضريبة.**

الحل

- قيمة الضريبة = 350 جنيهًا.

▸ [لأن: $2,850 - 2,500 = 350$]

- نسبة الضريبة = $\frac{\text{قيمة الضريبة}}{\text{السعر الأصلى}} \times 100\%$

$= \frac{350}{2,500} \times 100\% = 14\%$

حل آخر

- قيمة الضريبة = 350 جنيهًا.
- نسبة الضريبة (x) = $\frac{\text{قيمة الضريبة}}{\text{السعر الأصلى}}$

$x = \frac{350}{2,500}$

▸ $x = \frac{350}{2,500} = 0.14 = 14\%$

- وبالتالى فإن نسبة الضريبة = 14%

مثال 6

اشترى خالد شقة سعرها 250,000 جنيه، ثم باعها بمبلغ 300,000 جنيه، **احسب النسبة المئوية للمكسب.**

الحل

- قيمة المكسب = 50,000 جنيه.

▸ [لأن: $300,000 - 250,000 = 50,000$]

- النسبة المئوية للمكسب = $\frac{\text{قيمة المكسب}}{\text{السعر الأصلى (الشراء)}} \times 100\%$

$= \frac{50,000}{250,000} \times 100\% = 20\%$

حل آخر

- سعر البيع : المكسب : سعر الشراء

: ? : 100% (دائمًا)

300,000 : 50,000 : 250,000

- النسبة المئوية للمكسب = $\frac{50,000 \times 100\%}{250,000}$

$= 20\%$

سؤال 2

1. يريد محمد شراء سيارة بمبلغ 170,000 جنيه وعليها ضريبة 5%، **احسب سعر السيارة بعد إضافة الضريبة.**
2. اشترك عمر فى خدمة الإنترنت المنزلى بمبلغ 520 جنيهًا شهريًا مضافًا إليه نسبة الضريبة 14% من سعر الخدمة، **فما قيمة الضريبة والمبلغ المدفوع من عمر شهريًا.**
3. اشترى تاجر خلاطًا بمبلغ 1,200 جنيه وباعه بمبلغ 1,500 جنيه، **احسب النسبة المئوية للمكسب.**

مثال 7
اشترى أحمد سيارة بمبلغ 100,000 جنيه، ثم باعها بمكسب 5% من ثمن الشراء، احسب ثمن بيع أحمد للسيارة.

الحل

ثمن البيع	:	المكسب	:	ثمن الشراء
105%	:	5%	+ :	100%
?				100,000

- ثمن البيع $= \frac{100,000 \times 105\%}{100\%} = 105,000$ جنيه

مثال 8
إذا كان 10,000 سائح يمثلون 20% من إجمالى عدد السائحين؛ **فأوجد العدد الكلى للسائحين.**

الحل

- نفرض أن إجمالى عدد السائحين هو x سائح.

فيكون: $20\% \, x = 10,000$

(بضرب الطرفين فى $\frac{100}{20}$) $\frac{20}{100} x = 10,000$

$x = 10,000 \times \frac{100}{20} = 50,000$

إجمالى عدد السائحين: 50,000 سائح.

مثال 9
أجب عما يلى:

1 ما قيمة 10% من مبلغ 750 جنيهًا؟

2 إذا كان 15% من عدد ما هو 60 فأوجد العدد.

الحل

1 10% من 750 تعنى

$\frac{10}{100} \times 750 = 75$

2 نفرض أن العدد هو x

$\frac{15}{100} x = 60$ بضرب الطرفين فى $\left(\frac{100}{15}\right)$

$x = 60 \times \frac{100}{15} = 400$

سؤال 3

1 إذا كان عدد الطلاب الناجحين فى اختبار ما هو 120 طالبًا وكانوا يمثلون 80% من إجمالى عدد الطلاب، **فكم العدد الكلى للطلاب؟**

2 اشترى تاجر جهاز لاب توب بسعر 12,000 جنيه ثم باعه بربح 15% من ثمن الشراء، **احسب سعر البيع.**

3 **أجب عما يأتى:**

(أ) ما قيمة 8% من 250 جنيهًا؟ (ب) إذا كان 5% من عدد ما هو 1,800 فأوجد العدد.

تذكر ▲ فهم ▲ تطبيق ▲ تحليل

أسئلة الكتاب المدرسي ◀ أسئلة موقع الــوزارة

تطبيقات النسبة المئوية:

أولا حساب التخفيض (الخصم):

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا انخفض سعر سلعة من 1,500 إلى 1,200 جنيه فإن نسبة التخفيض هى .... (القاهرة 2025)

(أ) 5% (ب) 10% (جـ) 20% (د) 30%

2 إذا كان سعر فستان قبل الخصم هو 600 جنيه وسعره بعد الخصم هو 480 جنيهًا فإن نسبة الخصم هى % .... (الدقهلية 2025)

(أ) 40 (ب) 20 (جـ) 10 (د) 8

3 إذا حصل شخص على خصم 25% عند شراء قميص سعره الأصلى 400 جنيه، فما قيمة الخصم؟

(أ) 100 جنيه (ب) 80 جنيهًا (جـ) 120 جنيهًا (د) 90 جنيهًا

4 يبلغ سعر كتاب 250 جنيهًا وتم عرضه بتخفيض 15% ، ما قيمة التخفيض؟

(أ) 25 جنيهًا (ب) 35 جنيهًا (جـ) 37.5 جنيه (د) 40 جنيهًا

5 شاشة تلفزيونية ثمنها 2,000 جنيه وعليها تخفيض 10% فإن ثمنها بعد التخفيض يساوى .... جنيه. (القاهرة 2025)

(أ) 2,700 (ب) 1,800 (جـ) 400 (د) 200

6 إذا كان سعر تذكرة طيران 1,500 جنيه، وكان هناك تخفيض بنسبة 12% فما السعر الجديد بعد الخصم؟

(أ) 1,280 جنيهًا (ب) 1,400 جنيه (جـ) 1,360 جنيهًا (د) 1,320 جنيهًا

7 اشترى رجل هاتفًا بمبلغ 1,800 جنيه، وكانت نسبة التخفيض 10% فما السعر الأصلى للهاتف؟

(أ) 1,980 جنيهًا (ب) 2,000 جنيه (جـ) 2,100 جنيه (د) 2,200 جنيه

2 إذا انخفض سعر سلعة ما من 2,000 جنيه إلى 1,700 جنيه، **فما نسبة التخفيض؟** (أسيوط 2025)

3 سيارة تسير بسرعة 50 كم لكل ساعة، انخفضت سرعتها إلى 35 كم لكل ساعة؛ **احسب نسبة الانخفاض.**

4 سلعة فى محل ملابس ثمنها 270 جنيهًا إذا كان عليها خصم 40%؛ **فأوجد ثمنها بعد الخصم.** (دمياط 2025)

5 إذا كان سعر بنطلون 400 جنيه؛ **فأوجد سعره بعد خصم 20%.** (القاهرة 2025)

6 إذا كان سعر تليفون محمول فى أحد المتاجر 12,750 جنيهًا وتم تخفيضه بنسبة 8%؛ **فكم يكون سعره بعد التخفيض؟** (الشرقية 2025)

7 ترغب مريم فى شراء مكنسة كهربائية ثمنها 6,800 فإذا كانت نسبة الخصم 12%؛ **فأوجد ما ستدفعه مريم لشراء المكنسة.**

8 حصل أب على خصم من مصاريف ابنته الدراسية 20%؛ والمصاريف تعادل 1,600 جنيه؛ **احسب المصاريف بعد الخصم.**

9 إذا كانت نسبة الخصم 10% على أى قطعة داخل محل الملابس؛ **فما ثمن شراء قميص سعره قبل الخصم 300 جنيه؟**

10 إذا كان 498 جنيهًا هو سعر جاكت بعد خصم نسبته 17% من سعره الأصلى؛ **فأوجد سعر الجاكت قبل الخصم.** (سوهاج 2025)

11 حصل أحمد على نسبة خصم 15% من ثمن حقيبة من أحد المتاجر فدفع مبلغًا قدره 255 جنيهًا؛ **فما السعر الأصلى للحقيبة؟** (القليوبية 2025)

12 دفع هانى لشراء هاتف مبلغ 9,200 جنيه وكان عليه خصم 8% ؛ **احسب السعر الأصلى للهاتف.** (كفر الشيخ 2025)

13 إذا كان سعر جهاز تليفزيون 12,600 جنيه بعد تخفيض سعره بنسبة 16% ؛ **فما سعر الجهاز قبل التخفيض؟**

14 اشترت سارة جاكت بمبلغ 560 جنيهًا بخصم 20% ؛ **أوجد السعر قبل الخصم.** (القليوبية 2025)

15 فى موسم التخفيضات لموسم المدارس كانت نسبة الخصم 10% على البضاعة، فإذا اشترى إبراهيم أدوات مدرسية بسعر 900 جنيه بعد الخصم؛ **فاحسب السعر الأصلى للأدوات التى اشتراها إبراهيم قبل الخصم.**

ثانيًا حساب الإضافة (الزيادة)

16 اختر الإجابة الصحيحة:

1. إذا ارتفع سعر تذكرة المترو من 8 جنيهات إلى 10 جنيهات فإن النسبة المئوية للزيادة تساوى .... (القاهرة 2025)
(أ) 25% (ب) 15% (جـ) 20% (د) 30%

2. سلعة ثمنها 1,200 جنيه بيعت بـ 1,500 جنيه فإن النسبة المئوية للمكسب هى .... (الدقهلية 2025)
(أ) 40% (ب) 25% (جـ) 20% (د) 10%

3. 30% من مبلغ 60 جنيهًا يساوى .... جنيهًا. (الجيزة 2025)
(أ) 10 (ب) 18 (جـ) 30 (د) 60

4. ما قيمة 10% من 500 جنيه؟
(أ) 50 جنيهًا (ب) 100 جنيه (جـ) 150 جنيهًا (د) 200 جنيه

5. إذا كانت 10% من x تساوى 4 فإن $x =$ .... (الدقهلية 2025)
(أ) 20 (ب) 40 (جـ) 80 (د) 200

6. اشترى أحمد سيارة بمبلغ 200,000 جنيه ثم باعها بمكسب 20% فكان ثمن البيع .... جنيه. (الدقهلية 2025)
(أ) 240,000 (ب) 204,000 (جـ) 160,000 (د) 220,000

7. تم رفع سعر منتج بنسبة 12% ليصبح 2,240 جنيهًا. فكم كان سعره قبل الزيادة؟
(أ) 1,900 جنيه (ب) 2,000 جنيه (جـ) 2,100 جنيه (د) 2,200 جنيه

17 إذا ارتفع سعر سلعة من 16 جنيهًا إلى 20 جنيهًا؛ **فكم تكون النسبة المئوية للزيادة فى السعر؟**

18 اشترى علاء تليفونًا محمولًا بسعر 6,750 جنيهًا، ثم باعه بسعر 7,776 جنيهًا؛ **أوجد النسبة المئوية لمكسب علاء.** (بنى سويف 2025)

19 ثلاجة كان ثمنها العام الماضى 6,250 جنيهًا، وزاد ثمنها فى هذا العام إلى 7,000 جنيه؛ **احسب نسبة الزيادة.**

20 اشترى أحمد سيارة بمبلغ 100,000 جنيه، ثم باعها بمكسب 5% من ثمن الشراء؛ **احسب ثمن بيع أحمد للسيارة.**

21 اشترى رجل بضاعة بمبلغ 28,000 جنيه، وباعها بربح 15%؛ **أوجد ثمن البيع بعد إضافة قيمة الربح.** (القاهرة 2025)

22 تبلغ تكلفة وجبة 150 جنيهًا ويضاف 18% من سعر التكلفة ربحًا على ثمن الوجبة، **فما سعر بيع الوجبة؟**

23 إذا كان سعر إطار السيارة 3,200 جنيه **فكم يكون سعر بيع الإطار بعد إضافة ضريبة نسبتها 10%؟**

24 يدفع محمود إيجار المحل مبلغ 800 جنيه شهريًا مضافًا إليه ضريبة بنسبة 14% من الإيجار؛ **احسب قيمة الضريبة والمبلغ المدفوع من محمود شهريًا.**

25 يحصل متجر إلكترونى على نسبة عمولة 1.5% نظير تسويق بضاعة، فإذا باع خلال أسبوع بضاعة بمبلغ 42,000,000 جنيه؛ **فاحسب مبلغ العمولة خلال هذا الأسبوع.**

26 حصل طالب ثانوية عامة على نسبة 80% فإذا كان مجموعه بالدرجات 320 درجة؛ **فاحسب المجموع الكلى للدرجات.**

27 إذا كان عدد السائحين فى شهر مايو عام 2024 هو 1,800 سائح وهذه النسبة تمثل 15% من إجمالى عدد السائحين فى هذا العام؛ **فأوجد إجمالى عدد السائحين فى هذا العام.**

28 أكمل ما يأتى:

1. إذا كان سعر سلعة ما قبل الزيادة 480 جنيهًا وتم زيادة السعر 96 جنيهًا ، يكون نسبة الزيادة ....
2. 12% من 50 جنيهًا = ... جنيه.
3. إذا كان $\frac{x}{40} = 10\%$ فإن $x =$ ....
4. إذا كان 15% من عدد ما هو 60 ، فإن العدد هو ....
5. إذا كانت مساحة الكرة الأرضية 510 ملايين كيلو متر مربع تقريبًا وكانت نسبة مساحة سطح الماء تساوى 70% ، فإن مساحة اليابسة = ... كم^2
6. إذا كان $\frac{1}{8}x = 800$ ، فإن 25% من العدد x يساوى ....
7. إذا كان 20% من عدد ما يساوى 10% من 360 ، فإن العدد هو ....
8. اشترى أحمد 15 قلمًا بسعر 2 جنيه لكل قلم وحصل على خصم 10% ، فإنه يدفع .... جنيهًا.
9. إذا كان 7 أمثال عدد ما يساوى 5% من 980 ، فإن العدد هو ....
10. باع تاجر بضاعته بربح 15% ، فإن النسبة المئوية لثمن البيع إلى ثمن الشراء تساوى ....
11. إذا كان 250% من x يساوى 1,000 ، فإن قيمة $\frac{1}{2}x$ تساوى ....
12. إذا كان سمير ينجح فى إصابة الهدف 70% من الرميات، فإذا قام برمى 70 رمية، فإن عدد مرات نجاحه فى إصابة الهدف هو ....

تفكير إبداعى TIMSS

29 إذا كان لدينا مستطيل وقسم إلى 3 مربعات، والمربع الواحد قسم إلى 25 جزءًا مربعًا وتم تظليل مربع واحد فقط من المربعات الصغيرة، **فأوجد نسبة الأجزاء المظللة إلى جميع الأجزاء بالشكل.**

30 ثلاثة تجار؛ ربح الأول 42% ، وربح الثانى 28% ، وربح الثالث 36,000 جنيه ، **احسب مجموع أرباح الثلاثة بالجنيه.**

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان الطول فى الرسم 3 سم والطول الحقيقى 18 مترًا ، فإن مقياس الرسم هو ....

(أ) 1 : 6,000 (ب) 1 : 600 (جـ) 1 : 60 (د) 1 : 6

2 عددان مجموعهما 105 والنسبة بينهما 3 : 2 ، فإن أصغرهما يساوى ....

(أ) 84 (ب) 63 (جـ) 42 (د) 21

3 إذا انخفض سعر سلعة من 1,000 جنيه إلى 900 جنيه فإن نسبة التخفيض = % .... (سوهاج 2025)

(أ) 20 (ب) 10 (جـ) 7 (د) 3

4 إذا زاد سعر سلعة من 700 جنيه إلى 840 جنيهًا فإن نسبة الزيادة = ... (الجيزة 2025)

(أ) 10% (ب) 15% (جـ) 18% (د) 20%

5 اشترى علاء مجموعة ألوان عليها تخفيض بنسبة 20% وكان السعر بعد التخفيض 160 جنيهًا فإن السعر قبل التخفيض يساوى .... جنيه.

(أ) 100 (ب) 200 (جـ) 400 (د) 300

6 إذا كان $\frac{16}{20} = \frac{x}{5}$ ، فإن قيمة $\frac{x}{2}$ تساوى ....

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 8

2 أكمل ما يأتى:

1 إذا كان مقياس الرسم < 1 فإنه يدل على ....

2 هاتف محمول ثمنه 2,000 جنيه وعليه خصم 20% فإن ثمنه بعد الخصم يساوى .... جنيه.

3 إذا كانت الكميات a , b , c , d كميات متناسبة فإن $\frac{c}{d} = \frac{......}{......}$

3 أجب عما يأتى:

1 يعرض تاجر أجهزة كهربائية ثلاجة سعرها 12,000 جنيه بتخفيض 8% ؛ **احسب السعر بعد التخفيض.**

2 إذا كان سعر فستان 1,000 جنيه بعد الخصم فإذا كانت نسبة الخصم 20% من السعر الأصلى؛ **فاحسب سعر الفستان قبل الخصم.**

3 اشترك محمد فى خدمة الإنترنت المنزلى بمبلغ 500 جنيه شهريًا مضافًا إليه نسبة ضريبة 14% من سعر الخدمة، **فما قيمة الضريبة وقيمة المبلغ المدفوع من محمد شهريًا؟** (القاهرة 2025)

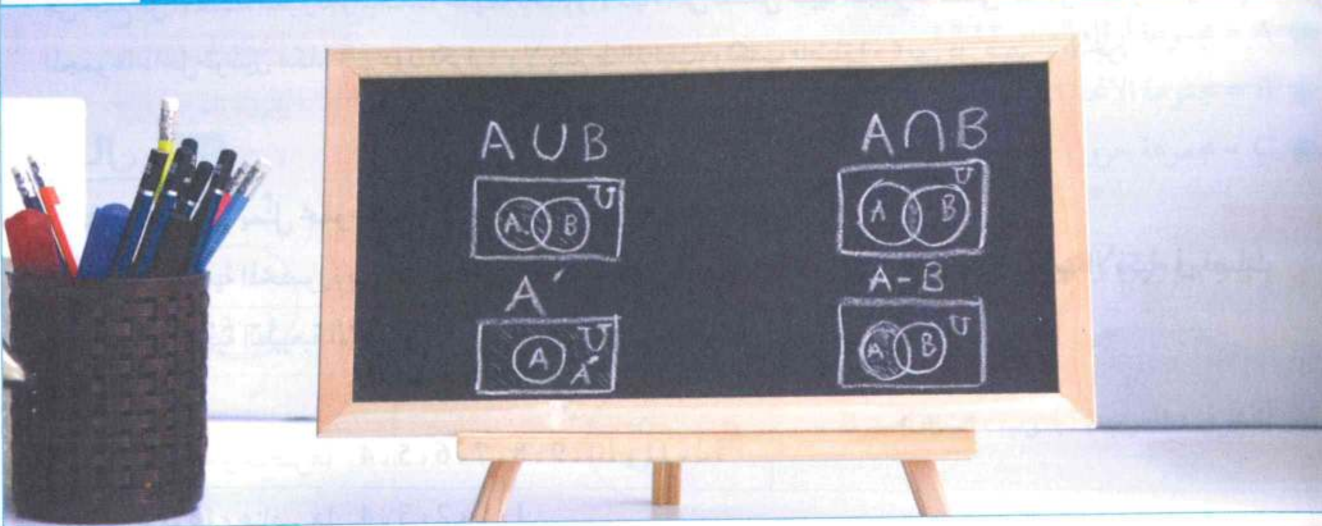
4 اشترى صاحب أحد محلات الأجهزة الكهربائية ثلاجة بمبلغ 30,000 جنيه ونسبة مكسبه فيها 10% ، **أوجد ثمن البيع.** (الجيزة 2025)

5 إذا كان عدد طلاب مدرسة 576 وكانت النسبة بين عدد البنات إلى عدد البنين هى 5:3 **فأوجد الزيادة فى عدد البنات عن عدد البنين.**

ذاكر الدرس 3
المجموعات والعمليات عليها
(Sets and Its Operations)

فيديو الشرح





نواتج التعلم

- يعرف الطالب مفهوم المجموعة.
- يعبر الطالب عن المجموعة بطريقة السرد وطريقة الصفة المميزة وتمثيل المجموعة بشكل فن.
- يتعرف الطالب على رموز الانتماء وعدم الانتماء والاحتواء (المجموعة الجزئية) وعدم الاحتواء.
- يعرف الطالب رمزى اتحاد وتقاطع مجموعتين.
- يوجِد الطالب ناتج اتحاد وتقاطع مجموعتين.
- يعبر الطالب عن عمليتى اتحاد وتقاطع مجموعتين باستخدام شكل فن.

مفردات أساسية

- مجموعة (Set)
- طريقة السرد (القائمة) (Listing method)
- مجموعة جزئية (Subset)
- طريقة الصفة المميزة (Set-builder method)
- شكل فن (Venn diagram)
- ينتمى إلى (Belong to)
- تقاطع (Intersection)
- اتحاد (Union)

فكر وناقش:



1 **الألوان:** (الأحمر ، الأبيض والأسود) وهى ألوان علم مصر، فهذه الألوان لها صفات محددة ومشتركة «تمثل مجموعة».

2 **الشهور:** (يناير ، فبراير ...... ، ديسمبر) وهى أسماء شهور السنة الميلادية، فهذه الشهور لها صفات محددة ومشتركة «تمثل مجموعة».

3 (باقة من الزهور الجميلة) بالنسبة لشخص، وقد تكون غير جميلة بالنسبة لشخص آخر، إذن فهى ليس لها صفة مشتركة وغير محددة «لا تمثل مجموعة».

4 (أطباق من الطعام) المفضل بالنسبة لشخص، وقد يكون غير مفضل بالنسبة لشخص آخر، إذن فهى ليس لها صفة مشتركة وغير محددة «لا تمثل مجموعة».

تعلم 1 مفهوم المجموعة:

المجموعة:

هى تجمع من الأشياء المعروفة والمحددة تحديدًا تامًّا، والأشياء التى تشتمل عليها المجموعة تسمى عناصر المجموعة، وتكتب عناصر المجموعة داخل قوسين هكذا { } دون تكرار، ولا يشترط الترتيب، وتكتب فاصلة (،) بين كل عنصر والآخر.

مثال 1

أى التعبيرات الآتية يمثّل مجموعة مع ذكر عناصرها؟ وأيها لا يمثل مجموعة؟

1 الأعداد الطبيعية المحصورة بين 3 ، 13
2 أرقام العدد 10234
3 الطلاب الأذكياء فى فصلك
4 الأعداد الزوجية الطبيعية الأقل من 10
5 المبانى الجميلة فى حى الحسين.

الحل

1 يمثل مجموعة وعناصرها 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9 ، 10 ، 11 ، 12
2 يمثل مجموعة وعناصرها 4 ، 3 ، 2 ، 0 ، 1
3 لا يمثل مجموعة لاختلاف الأشخاص فى الحكم على صفة الذكاء، فهى غير معرفة تعريفًا جيدًا.
4 يمثل مجموعة وعناصرها 0 ، 2 ، 4 ، 6 ، 8
5 لا يمثل مجموعة؛ لأن صفة الجمال تختلف من شخص لآخر.

تعلم 2 التعبير عن المجموعة:

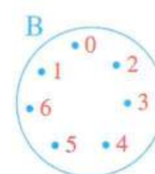
- إذا كانت B مجموعة الأعـداد الطبيعية الأقل من 7 تكون عناصرها الأعداد 6 ، 5 ، 4 ، 3 ، 2 ، 1 ، 0

فإننا يمكننا التعبير عن المجموعة B بإحدى الطرق التالية:

1 **طريقـة السـرد (القائمة):** فيها نبدأ بكتابة جميع عناصر المجموعة بين قوسين { } ويفصل بين كل عنصر والآخر بفاصلة (،) وبالتالى فإن: $B = \{0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6\}$

2 **طريقة الصفة المميزة:** فيها نذكر الصفة المشتركة التى يتصف بها كل عنصر من عناصر المجموعة ونستخدم الصورة $\{x : x$ «تكتب الصفة»$\}$ وتقرأ مجموعة كل x حيث x لها «الصفة» ونذكر الصفة.
وبالتالى فإن $B = \{x : x \in N , x < 7\}$ (حيث N رمز مجموعة الأعداد الطبيعة)

3 **شكل فن:** هو أسلوب يستخدم لتمثيل المجموعات وإظهار العلاقات بينها، استخدمه العالم الرياضى الإنجليزى جان فن (1834 – 1923)؛ لتمثيل المجموعة بوضع علامة تحديد لتكن (•) لتمثيل كل عنصر فيها وذلك داخل أى شكل هندسى مغلق.



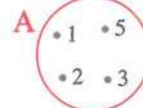
لاحظ أن

- ترتيب العناصر داخل المجموعة ليس مهمًا، ولا يمكن تكرار أى عنصر فى المجموعة.
- تستخدم الحروف الكبيرة للتعبير عن **المجموعات** مثل: A , B , C , ...
- تستخدم الحروف **الصغيرة** للتعبير عن **العناصر** مثل: a , b , c , ...

مثال 2 عبر عن المجموعات الآتية حسب المطلوب:

1 X = مجموعة الأعداد الصحيحة الأكبر من 3 «بطريقة الصفة المميزة»
2 Y = مجموعة الأعداد الطبيعية الأقل من 4 «بطريقة السرد»
3 A = مجموعة أرقام العدد 1235 «شكل فن»
4 B = مجموعة الاتجاهات الأصلية «بطريقة السرد»
5 C = مجموعة حروف كلمة مشمش «شكل فن»

الحل

1 $X = \{x : x \in Z , x > 3\}$ حيث Z (مجموعة الأعداد الصحيحة)
2 $Y = \{3 , 2 , 1 , 0\}$
3


4 B = {الشرق ، الغرب ، الجنوب ، الشمال}
5


تعلم 3 أنـواع المجموعـات:

يمكن تصنيف المجموعات حسب عدد عناصرها إلى ثلاثة أنواع:

1 **المجموعـة المنتهيـة:** هى مجموعة تحتوى على عدد مُنتهٍ من العناصر «أى يمكن حصر عدد عناصرها»
فمثلًا: $X = \{5 , 8 , 12\}$ مجموعة منتهية عدد عناصرها 3 عناصر.

2 **المجموعة غير المنتهية:** هى مجموعة تحتوى على عدد غير مُنتهٍ من العناصر «أى لا يمكن حصر عدد عناصرها»
فمثلًا:
$N = \{1 , 2 , 3 , ...\}$ مجموعة الأعداد الطبيعية وهى مجموعة غير منتهية لا يمكن إيجاد عدد عناصرها.

3 **المجموعـة الخاليـة:** هى مجموعة لا تحتوى على أى عنصر «أى أن عدد عناصرها يساوى صفرًا»، ويرمز لها بالحرف اللاتينى (∅) وتقرأ (فاى) أو { } مثل مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين 3 ، 4

مثال 3 حدد: أى المجموعات الآتية (خاليـة أو منتهيـة أو غير منتهيـة)؟

1 مجموعة شهور السنة التى عدد أيامها 35 يومًا.
2 مجموعة أيام الأسبوع.
3 مجموعة الأعداد الصحيحة الأقل من (–3)
4 مجموعة عوامل العدد 3

الحل

1 خالية | 2 منتهية | 3 غير منتهية | 4 منتهية

نقاط هامة

- المجموعة الخالية مجموعة منتهية عدد عناصرها يساوى صفر وتكتب { } ويرمز لها بالرمز ∅
- {0} هى مجموعة غير خالية وعدد عناصرها يساوى واحد وهو الرقم صفر.
- {∅} هى مجموعة غير خالية وعدد عناصرها يساوى واحد وهو الحرف ∅ حيث ∅ هنا حرف مثل a , b , c

تعلم 4 الانتماء والاحتواء (المجموعة الجزئية):

أولاً الانتماء وعدم الانتماء

• يقال لعنصر ما إنه ينتمي إلى مجموعة ما إذا كان هذا العنصر موجودًا ضمن عناصر هذه المجموعة، ونرمز للانتماء بالرمز ($\in$) ويقرأ: ينتمي إلى .

• يقال لعنصر ما إنه لا ينتمي إلى مجموعة ما إذا كان هذا العنصر غير موجود ضمن عناصر هذه المجموعة ونرمز لعدم الانتماء بالرمز ($\notin$) ويقرأ: لا ينتمي إلى .

فمثلاً: إذا كانت: $X = \{3 , 4 , 6\}$ فإن:

(لأن: العنصر 6 ينتمي إلى عناصر المجموعة X) ويعبر عن ذلك كما يلي: ▸ $6 \in X$

(لأن: العنصر 9 لا ينتمي إلى عناصر المجموعة X) ويعبر عن ذلك كما يلي: ▸ $9 \notin X$

لاحظ أن:
نستخدم الرمزين $\in$ ، $\notin$ عندما تكون العلاقة بين عنصر ومجموعة
أي: عنصر $\in$ مجموعة ▸
عنصر $\notin$ مجموعة ▸

ثانياً الاحتواء «المجموعة الجزئية»

• يقال لمجموعة X إنها مجموعة جزئية من المجموعة Y إذا كان كل عنصر من عناصر المجموعة X ينتمي إلى المجموعة Y.

فمثلاً: إذا كانت: $Y = \{3 , 5 , 6\}$ ، $X = \{3 , 5\}$ نجد أن: $3 \in Y \; , \; 5 \in Y$

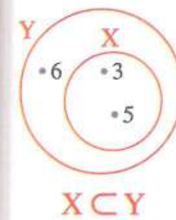
أي أن كل عنصر من عناصر المجموعة X ينتمي إلى المجموعة Y

وبالتالي فإن: المجموعة X مجموعة جزئية من المجموعة Y

وتكتب رمزيًا $X \subset Y$ وتقرأ X مجموعة جزئية من Y أو المجموعة Y تحوي المجموعة X

أو المجموعة X محتواة في المجموعة Y

وتمثل بشكل ڤن: برسم المجموعة X داخل المجموعة Y كما هو موضح بالرسم.



مثال 4

أي من المجموعات التالية مجموعة جزئية من المجموعة $X = \{3 , 4 , 7 , 8 , 9\}$؟

1 $A = \{3 , 5\}$ 2 $B = \{7 , 8 , 9\}$

الحل

1 $5 \in A$ ، $5 \notin X$ لذلك $A \not\subset X$

2 كل عنصر من عناصر المجموعة B هو عنصر من عناصر المجموعة X ؛ لذلك $B \subset X$

لاحظ أن:
• الرمز $\not\subset$ يقرأ ليست جزئية من
• نستخدم الرمزين $\subset$ ، $\not\subset$ عندما تكون العلاقة بين مجموعة ومجموعة أخرى.

سؤال 1

1 عبر عن المجموعات التالية حسب المطلوب، ثم اذكر إن كانت مجموعة منتهية أو غير منتهية:

(أ) A تساوي مجموعة الأعداد الطبيعية الأقل من 3 «بطريقة السرد»

(ب) B تساوي مجموعة الأعداد الطبيعية الأكبر من 6 «بطريقة الصفة المميزة»

2 إذا كانت: $X = \{2 , 9 , 3 , 6\}$ فأي من المجموعات التالية جزئية من X؟

(أ) $A = \{1 , 5 , 9\}$ (ب) $B = \{2 , 3\}$

مثال 5

اكتب جميع المجموعات الجزئية من المجموعة $A = \{1 , 5 , 9\}$ ، واذكر عددها.

الحل

• المجموعة الجزئية من المجموعة A هي:

$\{1\}$ ، $\{5\}$ ، $\{9\}$ ، $\{1 , 5\}$ ، $\{1 , 9\}$ ، $\{5 , 9\}$ ، $\{1 , 5 , 9\}$ ، $\varnothing$

• عدد المجموعات الجزئية من المجموعة A يساوي $8 = 2^3 = 2^{\text{عدد العناصر}}$

لاحظ أن:
من المثال السابق:
• المجموعات $\{1\}$ ، $\{5\}$ ، $\{9\}$ ، $\{1 , 5\}$ ، $\{1 , 9\}$ ، $\{5 , 9\}$ تسمى مجموعات جزئية فعلية.
• المجموعات $\varnothing$ ، $\{1 , 5 , 9\}$ تسمى مجموعات جزئية غير فعلية.
• عدد المجموعات الجزئية من مجموعة عدد عناصرها n يساوي 2^n
• عدد المجموعات الجزئية الفعلية من مجموعة عدد عناصرها n يساوي $2^n - 2$
• عدد المجموعات الجزئية غير الفعلية من أي مجموعة يساوي 2

مثال 6

إذا كانت $A = \{x : x \in N , x \le 2\}$ ، $B = \{y : y \in Z , y < 2\}$

1 فاكتب المجموعتين A , B بطريقة السرد.

2 واكتب المجموعات الجزئية الفعلية من المجموعة A

3 وهل المجموعة A مجموعة جزئية من المجموعة B أم لا ؟ ولماذا؟



الحل

1 $A = \{2 , 1 , 0\}$ ، $B = \{1 , 0 , -1 , ...\}$

2 $\{0\}$ ، $\{1\}$ ، $\{2\}$ ، $\{1 , 0\}$ ، $\{2 , 0\}$ ، $\{2 , 1\}$

3 المجموعة A ليست مجموعة جزئية من المجموعة B لأن: $2 \notin B$ ، $2 \in A$

تعلم 5 العمليات على المجموعات:

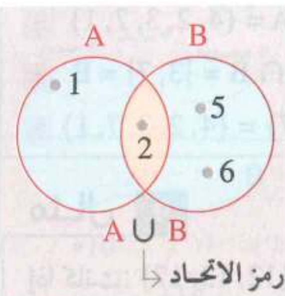
أولاً اتحاد مجموعتين

• اتحاد المجموعتين A ، B يساوي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة A أو إلى المجموعة B أو كليهما معًا، يرمز له $A \cup B$: وتقرأ A اتحاد B

▸ $A \cup B = \{x : x \in A$ أو $x \in B\}$

فمثلاً: إذا كانت: $A = \{1, 2\}$ ، $B = \{2, 5, 6\}$

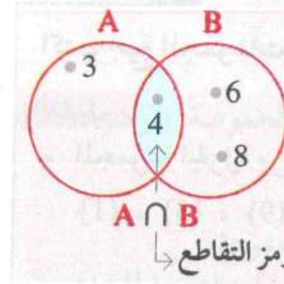
فإن: $A \cup B = \{1, 2, 5, 6\}$



ثانيًا تقاطع مجموعتين

- تقاطع المجموعتين A ، B يساوى مجموعة العناصر المشتركة فقط بين المجموعتين A و B، يرمز له $A \cap B$: وتقرأ A تقاطع B

▸ $A \cap B = \{x : x \in A$ و $x \in B\}$

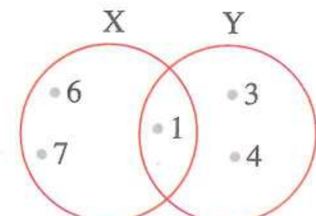


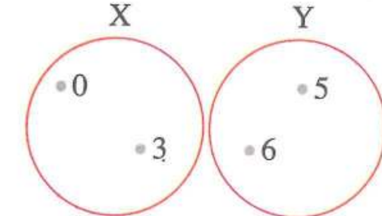
فمثلًا: إذا كانت: $A = \{3, 4\}$ ، $B = \{4, 6, 8\}$

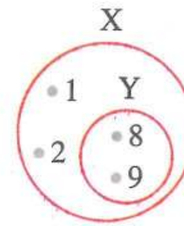
فإن: $A \cap B = \{4\}$

مثال 7

من مخططات ڤن التالية أوجد $X \cap Y$ ، $X \cup Y$ ؟

1 

2 

3 

الحل

1 ▸ $X \cap Y = \{1\}$
▸ $X \cup Y = \{6, 7, 1, 3, 4\}$

2 ▸ $X \cap Y = \varnothing$
▸ $X \cup Y = \{0, 3, 5, 6\}$
المجموعتان X , Y متباعدتان (منفصلتان)

3 ▸ $X \cap Y = \{8, 9\} = Y$
▸ $X \cup Y = \{1, 2, 8, 9\} = X$
$Y \subset X$

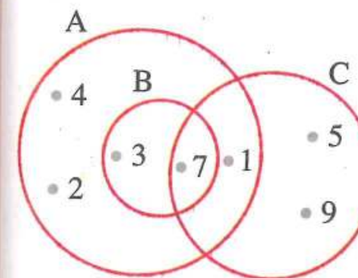
لاحظ أن

- إذا كانت: $X \cap Y = \varnothing$ فإن: المجموعتين X ، Y تكوِّنان مجموعتين متباعدتين «منفصلتين».
- تتساوى المجموعتان A ، B إذا كان كل عنصر فى المجموعة A ينتمى إلى المجموعة B وكل عنصر فى المجموعة B ينتمى إلى المجموعة A وتكتب $A = B$
ويكون: • $A \cup B = A = B$ • $A \cap B = A = B$
- إذا كان: $Y \subset X$ فإن: $X \cap Y = Y$ ، $X \cup Y = X$ • $X \cap \varnothing = \varnothing$ ، $X \cup \varnothing = X$

مثال 8

من شكل ڤن المرسوم أمامك، أوجد كلًّا مما يأتى:

1 A 2 B 3 C
4 $A \cap B$ 5 $B \cup C$ 6 $A \cap B \cap C$
7 $A \cup (B \cap C)$



الحل

1 $A = \{4, 2, 3, 7, 1\}$ 2 $B = \{3, 7\}$ 3 $C = \{1, 7, 5, 9\}$
4 $A \cap B = \{3, 7\} = B$ 5 $B \cup C = \{3, 7, 1, 5, 9\}$ 6 $A \cap B \cap C = \{7\}$
7 $A \cup (B \cap C) = \{4, 2, 3, 7, 1\} \cup \{7\} = \{4, 2, 3, 7, 1\}$

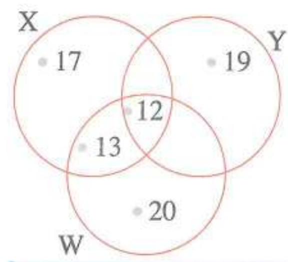
مثال 9

إذا كانت: $X = \{12, 13, 17\}$ ، $Y = \{12, 19\}$ ، $W = \{12, 13, 20\}$

فمثل المجموعات السابقة بمخطط ڤن ثم أوجد:

1 $X \cap Y$ 2 $W \cap Y \cap X$ 3 $(Y \cup X) \cap W$

الحل



1 $X \cap Y = \{12\}$ 2 $W \cap Y \cap X = \{12\}$
3 $(Y \cup X) \cap W = \{12, 13, 17, 19\} \cap \{12, 13, 20\} = \{12, 13\}$

مثال 10 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كانت: $x \in \{3, 7, 12\}$ ، فإن x لا يمكن أن تساوى ......
(أ) 12 (ب) 7 (جـ) 3 (د) 15

2 إذا كانت: $A = \{2, 3, 7\}$ ، فأى ما يلى صحيح؟ ......
(أ) $\{2\} \subset A$ (ب) $\{3, 12\} \subset A$ (جـ) $\{7\} \in A$ (د) $\{2, 3\} \in A$

3 إذا كانت: $A = \{5, 6, 7\}$ ، وكانت $B \subset A$ ، فأى ما يلى يمكن أن تكون المجموعة B ؟ ......
(أ) $\{7, 12\}$ (ب) $\{7, 8, 6\}$ (جـ) $\{7, 5\}$ (د) $\{7, 5, 6, 12\}$

الحل

1 15 2 $\{2\} \subset A$ 3 $\{7, 5\}$

مثال 11 أجب عما يأتى:

1 إذا كانت: $\{7, 9, y, 5\} = \{2, 5, 7, x\}$ ، فما قيمة: $x - y$ ؟
2 إذا كانت: $\{1, 4, 12\} \subset \{4, x, 7, y, 3\}$ ، فما قيمة: $x + y$ ؟
3 أوجد جميع المجموعات الجزئية الفعلية للمجموعة $\{2, 3, 5\}$

الحل

1 $y = 2$ ، $x = 9$ ولذلك فإن: $x - y = 9 - 2 = 7$ ◂
2 $y = 1$ ، $X = 12$ أو $y = 12$ ، $x = 1$ ولذلك فإن: $x + y = 1 + 12 = 12 + 1 = 13$ ◂
3 المجموعات الجزئية الفعلية للمجموعة $\{2, 3, 5\}$ هى: $\{2\}$ ، $\{3\}$ ، $\{5\}$ ، $\{2, 3\}$ ، $\{2, 5\}$ ، $\{3, 5\}$

مثال 12

اشترك عدد من أعضاء النادى فى ثلاث مجموعات للأنشطة الرياضية:

- مجموعة نشاط كرة القدم (A) = {أحمد ، خالد ، سيد ، سمير}
- مجموعة نشاط كرة اليد (B) = {رامى ، شريف ، أحمد ، سيد، مصطفى}
- مجموعة نشاط كرة السلة (C) = {محمد ، أشرف ، أحمد ، شريف}

مثل الثلاث مجموعات السابقة بشكل ڤن؛

ثم أوجد: $A \cap B \cap C$ ، $B \cup C$ ، $A \cap B$

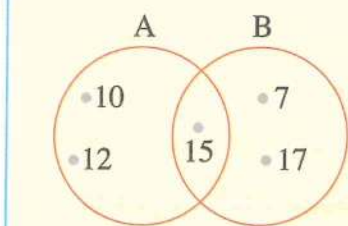
الحل

▸ $A \cap B \cap C$ = {أحمد}
▸ $B \cup C$ = {رامى، شريف، أحمد، سيد، مصطفى، محمد ، أشرف}
▸ $A \cap B$ = {أحمد ، سيد}

سؤال 2

لاحظ مخطط ڤن المقابل، ثم أوجد:

1 $A \cap B$
2 $A \cup B$



المجموعات والعمليات عليها (Sets and Its Operations)

▲ تذكر ▲ فهم ▲ تطبيق ▲ تحليل

أسئلة تفاعلية



أسئلة الكتاب المدرسي 📖 أسئلة موقع الـوزارة 🏛

مفهوم المجموعة والتعبير عنها:

1 أى التعبيرات الآتية يمثل مجموعة؟ وأيها لا يمثل مجموعة؟ فإذا كانت تمثل مجموعة فاذكر عناصرها:

1 الأعداد الزوجية الأقل من 11
2 حروف كلمة مانجو.
3 الأعداد الأولية المحصورة بين 16 ، 6
4 أيام الأسبوع.
5 التلاميذ طوال القامة فى فصلك.
6 القصص الجميلة التى قرأتها.

2 اكتب المجموعات التالية بطريقة السرد:

1 A تساوى مجموعة أحرف كلمة «ياسين».
2 🏛 B تساوى مجموعة أرقام العدد 532,723
3 K تساوى مجموعة مضاعفات العدد 5 الأقل من 31
4 M تساوى مجموعة عوامل العدد 16
5 $A = \{ x : x \in N , x < 5 \}$ حيث N مجموعة الأعداد الطبيعية.
6 $F = \{ x : x \in N , x \geq 10 \}$
7 🏛 $D = \{ x : x \in N , x < 7 \}$
8 📖 🏛 $E = \{ x : x \in Z , x > -3 \}$ حيث Z مجموعة الأعداد الصحيحة.

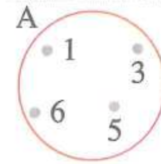
3 اكتب بطريقة الصفة المميزة كلًّا من المجموعات التالية:

1 A تساوى مجموعة الأعداد الصحيحة الأقل من (5–)
2 B تساوى مجموعة الأعداد الطبيعية الأكبر من 50
3 C تساوى مجموعة الأعداد الطبيعية الأكبر من 7
4 D تساوى مجموعة الأعداد الصحيحة الأصغر من أو تساوى 3
5 E تساوى مجموعة الأعداد الطبيعية الأقل من 1
6 F تساوى مجموعة الأعداد الصحيحة الأكبر من أو تساوى (2–)

4 مثل المجموعات الآتية بأشكال ڤن:

1 A تساوى مجموعة أرقام العدد 8,047
2 B تساوى مجموعة الأعداد الطبيعية (N) الأقل من 6
3 C تساوى مجموعة الأعداد الصحيحة (Z) الأكبر من (3–) وأقل من 4
4 D تساوى مجموعة حروف كلمة (الصدق) .
5 F تساوى مجموعة شهور السنة الميلادية التى عدد أيامها أقل من 30 يومًا.
6 🏛 المجموعتين $X = \{9 ، 7\}$ $Y = \{7 , 6 , 5\}$

5 🏛 بالاستعانة بشكل ڤن المقابل اكتب المجموعة A بطريقة السرد.



أنواع المجموعات والانتماء والاحتواء (المجموعة الجزئية):

6 أى المجموعات الآتية تعتبر مجموعة منتهية؟ وأيها مجموعة غير منتهية؟ وأيها مجموعة خالية؟

1 مجموعة الأعداد الزوجية.
2 مجموعة أيام الأسبوع.
3 مجموعة الأعداد الأولية الأصغر من 15
4 $A = \{ x : x \in N , x < 5 \}$
5 مجموعة الأعداد الفردية التى تقع بين 9 ، 7
6 مجموعة عوامل العدد 24
7 مجموعة مضاعفات العدد 4
8 مجموعة عوامل العدد 5
9 مجموعة الأعداد المكونة من رقمين متشابهين.
10 مجموعة الأعداد الصحيحة التى تقبل القسمة على 4 ومحصورة بين 12 ، 10

7 اختر الإجابة الصحيحة:

1 📖 إذا كانت $x \in \{ 2 , 5 , 8 \}$ ، فإن القيمة التى لا يمكن أن تساويها x هى .... (أسوان 2025)

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 5 (د) 8

2 إذا كانت $7 \in \{ x , 2 , 5 \}$ ، فإن: .... = x

(أ) 3 (ب) 7 (جـ) 8 (د) 15

3 إذا كانت $x \notin \{ 7 , 2 , 3 \}$ ، فإن x يمكن أن تساوى .... (القليوبية 2025)

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 7 (د) 9

4 📖 إذا كانت $x \notin \{ 3 , 4 , 1 \}$ ، فإن x يمكن أن تساوى ....

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 4

5 إذا كانت $4 \notin \{ x , 2 , 7 \}$ ، فإن: .... = x

(أ) 5 (ب) 4 (جـ) 7 (د) جميع ما سبق

6 $\{7\}$ .... $\{2 , 8 , 7\}$ (القاهرة 2025)

(أ) $\in$ (ب) $\notin$ (جـ) $\subset$ (د) $\not\subset$

7 إذا كانت $A = \{ 2 , 5 , 8 \}$ ، فأى مما يلى صحيح؟ .... (كفر الشيخ 2025)

(أ) $\{2\} \in A$ (ب) $\{3\} \notin A$ (جـ) $\{5\} \subset A$ (د) $\{5 , 8\} \not\subset A$

8 📖 $\{4 , 3 , 1\}$ .... $\varnothing$ (القاهرة 2025)

(أ) $\in$ (ب) $\notin$ (جـ) $\not\subset$ (د) $\subset$

9 📖 إذا كانت $A = \{5 , 7\}$ ، فما عدد المجموعات الجزئية من المجموعة A؟ (سوهاج 2025)

(أ) 3 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 6

10 📖 إذا كانت $A = \{ 4 , 2 , 7 \}$ ، وكانت $B \subset A$ ، فأى ما يلى يمكن أن تكون المجموعة B ؟

(أ) $\{4, 6\}$ (ب) $\{1, 3, 5\}$ (جـ) $\{4, 3, 7\}$ (د) $\{7, 2\}$

11 إذا كانت $A = \{ 7 , 1 , 4 \}$ ، فأى ما يلى مجموعة جزئية للمجموعة A؟ (القاهرة 2025)

(أ) $\{7, 1\}$ (ب) $\{4\}$ (جـ) $\varnothing$ (د) جميع ما سبق

12 إذا كانت $6 \in \{ 2 , x + 3 , 4 \}$ ، فإن: .... = x (القليوبية 2025)

(أ) 6 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 2

13 إذا كانت $\{ 3 , y , 7 \} = \{ 4 , 3 , x \}$ ، فإن: .... = $x + y$

(أ) 7 (ب) 6 (جـ) 10 (د) 11

14 📖 إذا كانت $\{ 5 , 3 , y , 6 \} = \{ x , 7 , 6 , 3 \}$ ، فما قيمة $x - y$؟ (دمياط 2025)

(أ) 12– (ب) 2– (جـ) 2 (د) 12

15 إذا كانت $\{2, 1, x\} = \{4, y, 2\}$ فإن: $(x, y) =$ .... (الجيزة 2025)

(أ) $(1, 2)$ (ب) $(2, 1)$ (جـ) $(1, 4)$ (د) $(4, 1)$

16 إذا كانت $\{4, 5, 7\} \subset \{3, x, 4, y, 8\}$ ، فما قيمة $x + y$؟ (الشرقية 2025)

(أ) 5   (ب) 7   (جـ) 8   (د) 12

17 عدد المجموعات الجزئية من مجموعة تحتوى على 5 عناصر يساوى ....

(أ) 5   (ب) 10   (جـ) 20   (د) 32

18 عدد المجموعات الجزئية لأى مجموعة لايمكن أن يساوى ....

(أ) 16   (ب) 36   (جـ) 64   (د) 128

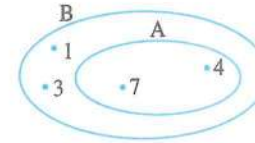
19 من المجموعات الجزئية غير الفعلية من المجموعة $\{8, 4, 2\}$ هى ....

(أ) $\{2\}$ (ب) $\{4, 8\}$ (جـ) $\{4, 2, 8\}$ (د) $\{2, 4\}$

8 ضع الرمز المناسب ($\in$ ، $\notin$) مكان النقط لتكون العبارة صحيحة:

1 $\{2, 8, 7\}$ .... 9 (القاهرة 2025)
2 مجموعة حروف كلمة (مصر) .... ص
3 مجموعة الأعداد الأولية 5
4 مجموعة أيام الأسبوع 7
5 $\{23, 33, 13\}$ 3
6 مجموعة مضاعفات العدد 5 15
7 مجموعة الشهور الهجرية .... مارس.
8 مجموعة ألوان الطيف .... أسود.

9 من خلال شكل فن المقابل أكمل ما يأتى باستخدام ($\subset$ ، $\not\subset$):



1 A .... $\{7\}$
2 B .... $\{7\}$
3 A .... $\{1\}$
4 B .... $\{1\}$
5 A .... $\{1, 7\}$
6 B .... $\{3, 4\}$
7 B .... $\{1, 3, 7\}$
8 B .... $\{1, 7, 5\}$
9 B .... A

10 إذا كانت: $A = \{3, 2, 4, 8\}$ ، فضع الرمز المناسب $\in$ ، $\notin$ ، $\subset$ ، $\not\subset$ مكان النقط لتكون العبارة صحيحة:

1 A 1
2 A .... $\{4\}$
3 A .... $\{7\}$
4 A 3

11 إذا كانت A هى مجموعة عوامل العدد 24 ، B هى مجموعة العوامل الأولية للعدد 12

1 فاكتب بطريقة السرد كلًّا من المجموعتين A ، B

2 وأكمل مستخدمًا ($\in$ ، $\notin$ ، $\subset$ ، $\not\subset$):

(أ) A 0   (ب) B 2   (جـ) A .... $\{2\}$ (د) A 6

(هـ) B .... $\{1\}$ (و) A .... B   (ز) A 12   (ح) B 12

12 1 اكتب جميع المجموعات الجزئية للمجموعات التالية، واذكر عددها:

(أ) $A = \{4, 6, 8\}$ (ب) $B = \{2, 3\}$ (جـ) $C = \{5\}$

2 أوجد جميع المجموعات الجزئية الفعلية للمجموعة $\{2, 3, 5\}$

3 اكتب عدد المجموعات الجزئية الفعلية من المجموعات الآتية:

(أ) $\{9, 8\}$ (ب) $\{1, 2, 3\}$ (جـ) $\{5\}$

العمليات على المجموعات

13 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان $A \subset B$ ، فإن $A \cup B$ يساوى .... (المنوفية 2025)

(أ) A   (ب) B   (جـ) $\varnothing$ (د) $A \cap B$

2 إذا كان $B \subset A$ ، فإن $A \cap B$ يساوى .... (الشرقية 2025)

(أ) $A \cup B$ (ب) A   (جـ) $\varnothing$ (د) B

3 إذا كانت المجموعتان X , Y متباعدتين ، فإن $X \cap Y$ يساوى .... (الشرقية 2025)

(أ) X   (ب) Y   (جـ) $\varnothing$ (د) غير ذلك

4 إذا كانت $A = \{8, 9, 6\}$ ، $B = \{2, 6, 7\}$ ، فما المجموعة التى تعبر عنها $A \cup B$؟ (الشرقية 2025)

(أ) $\{6\}$ (ب) $\{2, 7\}$ (جـ) $\{8, 9\}$ (د) $\{2, 6, 7, 8, 9\}$

5 إذا كانت $A = \{8, 9, 6\}$ ، $B = \{2, 6, 7\}$ ، فما المجموعة التى تعبر عنها $A \cap B$؟ (الشرقية 2025)

(أ) $\{6\}$ (ب) $\{2, 7\}$ (جـ) $\{8, 9\}$ (د) $\{2, 6, 7, 8, 9\}$

6 إذا كان عدد عناصر $A \cup B$ يساوى 5 ، فإن عدد عناصر A لا يمكن أن يساوى .... (بنى سويف 2025)

(أ) 6   (ب) 5   (جـ) 4   (د) 3

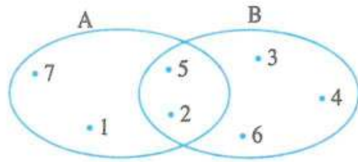
7 إذا كان عدد عناصر $A \cap B$ يساوى 5 ، فإن عدد عناصر A لا يمكن أن يساوى ....

(أ) 4   (ب) 5   (جـ) 6   (د) 11

8 إذا كانت A ، B مجموعتين غير خاليتين فإن: A .... $A \cap B$ (الدقهلية 2025)

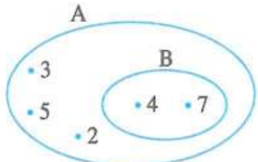
(أ) $\in$ (ب) $\notin$ (جـ) $\subset$ (د) $\not\subset$

14 من شكل فن المرسوم أمامك، أكمل ما يلى:



1 $A =$ ....
2 $B =$ ....
3 $A \cap B =$ ....
4 $A \cup B =$ ....

15 من شكل فن المرسوم أمامك، أكمل ما يلى:



1 $A =$ ....
2 $B =$ ....
3 $A \cap B =$ ....
4 $A \cup B =$ ....

16 إذا كانت { 7 , 6 , 4 , 3 } = A ، { 7 , 5 , 4 } = B فأوجد: A ∩ B و A ∪ B (القاهرة 2025)

17 إذا كانت { 7 , 3 , 5 , 1 } = A ، { 9 , 5 , 2 , 1 } = B فأوجد: (كفر الشيخ 2025)

1 A ∪ B	2 A ∩ B

18 إذا كانت { 4 , 3 , 2 , 1 } = A ، { 6 , 5 , 4 , 3 } = B فأوجد: (القاهرة 2025)

1 A ∩ B	2 A ∪ B

19 إذا كانت {8 , 1} = A ، {5 , 3 , 2} = B فأوجد: (القليوبية 2025)

1 عدد المجموعات الجزئية للمجموعة A	2 A ∩ B	3 A ∪ B

20 إذا كانت { 7 , 3 , 2 , 5 } = A ، { 7 , 2 } = B فأوجد:

1 A ∪ B	2 A ∩ B

21 إذا كانت A هى مجموعة أرقام العدد 243 ، B هى مجموعة أرقام العدد 2234 فهل A = B ؟

وما ناتج A ∪ B ، A ∩ B ؟

22 إذا كانت A هى مجموعة أرقام العدد 1233 ، B هى مجموعة أرقام العدد 1234 (القاهرة 2025)

فأوجد: A ، B ، A ∩ B ، A ∪ B

23 بالاستعانة بشكل فن المقابل اكتب ما يلى بطريقة السرد:

A ، B ، A ∪ B ، A ∩ B

24 من شكل فن المقابل أوجد كلًّا من: (الشرقية 2025)

1 B	2 A ∪ B	3 A ∩ B

25 إذا كانت {7 , 3 , 2 , 5} = A ، {7 , 5 , 4} = B ، {2 , 7} = C ، مثل المجموعات بشكل فن ثم أوجد:

1 A ∩ B ∩ C	2 A ∪ B ∪ C	3 (A ∪ B) ∩ C

26 إذا كانت {6 , 2 , 1} = A ، {7 , 6 , 5} = B ، {5 , 4} = C فأوجد كلًّا من: (بنى سويف 2025)

A ∩ C ، B ∪ C ، (A ∪ C) ∩ B

27 من شكل فن المقابل، أوجد: (القاهرة 2025)

A ∩ C ، B ∪ C

28 من شكل فن المقابل، أوجد: (دمياط 2025)

1 A ∩ B	2 A ∪ C

3 A ∩ B ∩ C	4 A ∩ (B ∪ C)

29 من شكل فن المرسوم:

1 أوجد ما يلى:

(أ) A ∩ B	(ب) A ∪ B

(جـ) A ∩ C	(د) B ∩ C

(هـ) A ∩ (B ∪ C)	(و) A ∪ (B ∩ C)

2 أكمل ما يأتى:

(أ) .... ⊂ B	(ب) .... ، .... مجموعتان متباعدتان

30 أجب عما يأتى:

1 إذا كانت : {5 , x−1} ∋ 3 فاكتب قيمة x

2 إذا كانت : {5 , 3 , x} ∋ 8 فاكتب قيمة 5x

3 إذا كانت : {3 , x} = {5 , y} فأوجد قيمة كلٍّ من x + y ، x − y

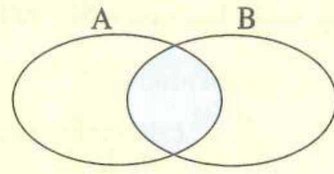
4 إذا كانت : {9 , 4 , x , 8} = {8 , 3 , y , 9} فما قيمة x + y ؟ (القاهرة 2025)

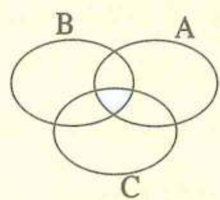
5 إذا كانت : {a , 7 , 3 , 4} = {5 , b , 3 , 7} فما قيمة b − a ؟

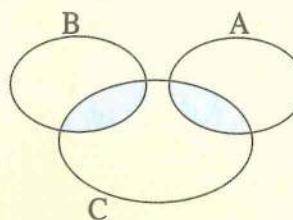
تفكير إبداعى TIMSS

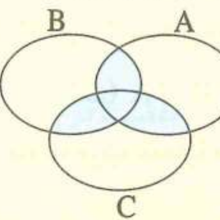
31 إذا كانت : {a , b − a} = {1 , 4} فما قيمة a + b ؟ (الجيزة 2025)

32 اكتب ما يمثله الجزء المظلل باستخدام الرموز فى كل شكل من أشكال فن الآتية:

1


2


3


4


1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان: $x \in \{4 , 5 , 6\}$ فإن x لا يمكن أن تساوى .... (المنيا 2025)

(أ) 6 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

2 $\{5 , 7 , 3\}$ .... $\{5\}$

(أ) $\in$ (ب) $\notin$ (جـ) $\subset$ (د) $\not\subset$

3 إذا ارتفع سعر سلعة من 1,600 جنيه إلى 2,000 جنيه فإن نسبة الزيادة % .... (القليوبية 2025)

(أ) 10 (ب) 25 (جـ) 15 (د) 27

4 إذا كانت: $\{1 , x , 3\} = \{1 , 2 , 3\} \cup \{2 , 1\}$ فإن قيمة x تساوى .... (الدقهلية 2025)

(أ) 0 (ب) 1 (جـ) 2 (د) 3

5 إذا كانت: $\{4 , 2 , 7\} = \{4 , 2 , 7\} \cup \{2 , 4 , 1 + x\}$ فإن: .... $= x$

(أ) 7 (ب) 2 (جـ) 4 (د) 6

6 إذا كان الطول فى الرسم 2 سنتيمتر والطول الحقيقى 6 أمتار. فما مقياس الرسم؟ (الغربية 2025)

(أ) 1 : 3 (ب) 1 : 30 (جـ) 1 : 300 (د) 1 : 3,000

2 أكمل ما يأتى:

1 إذا كانت $A \subset B$ ، $B \subset A$ ، فإن المجموعتين A ، B تكونان ....

2 عدد عناصر مجموعة عوامل العدد 25 يساوى ....

3 إذا كان $\frac{4}{7} = \frac{x}{42}$ فإن قيمة $\frac{x}{3}$ تساوى ....

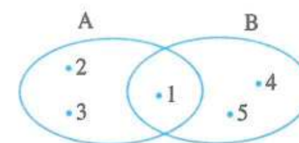
3 أجب عما يأتى:

1 اشترى صاحب أحد محلات الأجهزة الكهربائية ثلاجة بمبلغ 30,000 جنيه، ونسبة مكسبه فيها 10% ، أوجد ثمن البيع. (الجيزة 2025)

2 إذا كانت $A = \{5 , 3 , 2 , 1\}$ ، $B = \{6 , 5 , 4 , 2\}$ فأوجد: (القليوبية 2025)

(أ) $A \cup B$ (ب) $A \cap B$

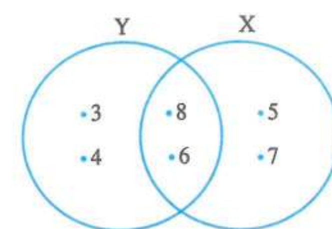
3 بالاستعانة بالشكل المقابل اكتب بطريقة السرد كلًّا من: (القاهرة 2025)



(أ) A (ب) $B \cup A$ (جـ) $B \cap A$

4 اكتب جميع المجموعات الجزئية الفعلية من المجموعة $A = \{4 , 3 , 2\}$ (الدقهلية 2025)

5 من شكل فن المقابل:



(أ) .... $= X$

(ب) .... $= Y$

(جـ) .... $= X \cap Y$

(د) .... $= X \cup Y$



ذاكر — الدرس 4

العمليات على الأعداد الصحيحة
(Operations On Integers)

فيديو الشرح



نواتج التعلم

- أن يوجِد الطالب ناتج جمع أو طرح عددين صحيحين.
- أن يستخدم الطالب خواص الجمع والطرح فى حل تمارين على الأعداد الصحيحة.
- أن يوجِد الطالب حاصل ضرب عددين صحيحين.
- أن يوجد الطالب خارج قسمة عددين صحيحين (إن أمكن).
- أن يعرف الطالب خواص ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة.

مفردات أساسية

- الجمع (Addition) – الطرح (Subtraction) – الضرب (Multiplication)
- القسمة (Division) – الانغلاق (Closure) – الإبدال (Commutative)
- الدمج (Associative) – المحايد الجمعى (Additive Identity)
- المحايد الضربى (Multiplicative Identity)
- المعكوس الجمعى (Additive Opposite) أو (Additive Inverse)

فكر وناقش:

- سُجلت درجة الحرارة بالقاهرة نهار يوم السبت فكانت 25 درجة مئوية، ثم انخفضت درجة الحرارة ليلًا إلى 15 درجة مئوية، احسب مقدار الانخفاض فى درجة الحرارة.
- غواصة تعمل تحت الماء على عمق 120 مترًا تحت مستوى سطح البحر، ارتفعت 50 مترًا، فما العمق الجديد للغواصة؟

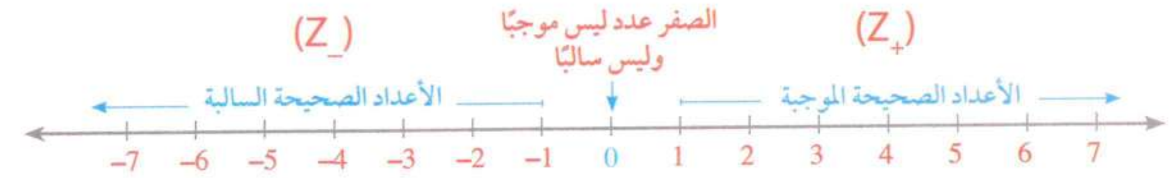


تعلم 1 مجموعة الأعداد الصحيحة:

• تتكون مجموعة الأعداد الصحيحة من الأعداد الصحيحة الموجبة ، الصفر ، الأعداد الصحيحة السالبة؛

أى أن مجموعة الأعداد الصحيحة $(Z) = \{\cdots\cdots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots\cdots\}$

• يمكن تمثيل الأعداد الصحيحة على خط الأعداد كالآتى:



من خط الأعداد السابق، نجد أن:

• خط الأعداد يمتد من كلا طرفيه إلى ما لا نهاية؛ حيث إن الأعداد لا تنتهى.

• المسافات بين كل عددين صحيحين متتاليين على خط الأعداد تكون متساوية.

• مجموعة الأعداد الصحيحة هى مجموعة مرتبة على خط الأعداد تصاعديًا من اليسار إلى اليمين وتنازليًا من اليمين إلى اليسار.

• تزداد قيمة العدد كلما اتجهنا لليمين وتقل قيمة العدد كلما اتجهنا لليسار.

فمثلًا: العدد 1 أكبر من العدد 1 – ، العدد 4 – أصغر من العدد 3 –

• مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة هى : $Z_+ = \{1, 2, 3, 4, 5, \cdots\cdots\}$

• مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة هى : $Z_- = \{-1, -2, -3, -4, -5, \cdots\cdots\}$

• $Z_+ \cap Z_- = \varnothing$ ، $Z = N \cup Z_-$ ، $Z = Z_+ \cup \{0\} \cup Z_-$

• $Z_+ \subset Z$ ، $Z_- \subset Z$ ، $\{0\} \subset Z$

• العدد 1 هو أصغر عدد صحيح موجب. • العدد (1–) هو أكبر عدد صحيح سالب.

• مجموعة الأعداد الصحيحة غير السالبة = $Z_+ \cup \{0\}$ • مجموعة الأعداد الصحيحة غير الموجبة = $Z_- \cup \{0\}$

• الصفر هو أصغر عدد صحيح غير سالب وأكبر عدد صحيح غير موجب.

مثال 1 قارن باستخدام (> أو < أو =):

1) $-3 \; \square \; 5$ 2) $-2 \; \square \; -3$ 3) $0 \; \square \; -4$ 4) $5 \; \square \; 5$

الحل

1) $-3 < 5$ 2) $-2 > -3$ 3) $0 > -4$ 4) $5 = 5$

سؤال 1

قارن باستخدام (> أو < أو =):

1) $3 \; \square \; -1$ 2) $-2 \; \square \; 2$ 3) $-5 \; \square \; 0$ 4) $4 \; \square \; 4$

تعلم 2 العمليات على الأعداد الصحيحة:

1 عملية جمع الأعداد الصحيحة: يمكن إيجاد ناتج جمع الأعداد الصحيحة بعدة استراتيجيات كالآتى:

أولا استراتيجية خط الأعداد

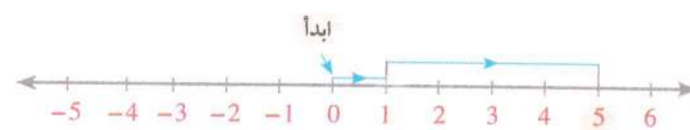
مثال 2 باستخدام خط الأعداد؛ أوجد ناتج كل مما يأتى:

1) $1 + 4$ 2) $-4 + 5$ 3) $4 + (-7)$ 4) $-2 + (-3)$

الحل

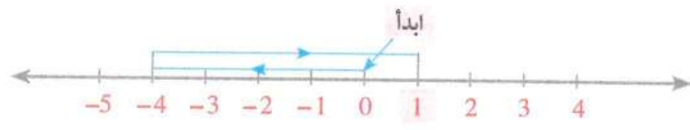
1 خطوة 1: ابدأ بالعدد 0 — خطوة 2: تحرك لليمين وحدة واحدة — خطوة 3: ثم تحرك من العدد (1) لليمين 4 وحدات

وبالتالى فإن: $1 + 4 = 5$



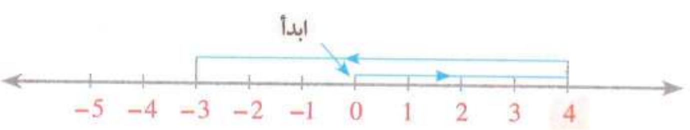
2 خطوة 1: ابدأ بالعدد 0 — خطوة 2: تحرك لليسار 4 وحدات — خطوة 3: ثم تحرك من العدد (4–) لليمين 5 وحدات

وبالتالى فإن: $-4 + 5 = 1$



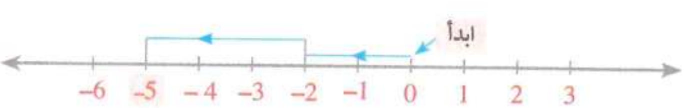
3 خطوة 1: ابدأ بالعدد 0 — خطوة 2: تحرك 4 لليمين — خطوة 3: ثم تحرك من العدد (4) لليسار 7 وحدات

وبالتالى فإن: $4 + (-7) = -3$



4 خطوة 1: ابدأ بالعدد 0 — خطوة 2: تحرك لليسار وحدتين — خطوة 3: ثم تحرك من العدد (2–) لليسار 3 وحدات

وبالتالى فإن: $-2 + (-3) = -5$



لاحظ أن

عند استخدام استراتيجية خط الأعداد فى الجمع:

• نبدأ دائمًا من العدد 0 • نتحرك لليمين لإضافة عدد صحيح موجب. • نتحرك لليسار لإضافة عدد صحيح سالب.

سؤال 2

باستخدام خط الأعداد أوجد ناتج كل مما يأتى:

1) $(-8) + (-3)$ 2) $3 + (-5)$ 3) $-2 + 5$

ثانيا استراتيجية القيمة المطلقة

القيمة المطلقة للعدد: هى المسافة بين موضع العدد وموضع الصفر على خط الأعداد، وهى دائمًا موجبة أو مساوية للصفر

مثلا: $|0| = 0$ ، $|-5| = -(-5) = 5$ ، $|5| = 5$

1 إذا كان العددان لهما نفس الإشارة:

- فاجمع القيم المطلقة للعددين، ويكون الناتج له نفس إشارتهما.

مثال 3 أوجد ناتج كل مما يأتى باستخدام استراتيجية القيمة المطلقة:

1 $17 + 12$ | 2 $-15 + (-5)$

الحل

1 العددان موجبان:
نجمع القيم المطلقة ونضع نفس الإشارة الموجبة
$|12| = 12$ ، $|17| = 17$
وبالتالى فإن:
$17 + 12 = 29$

2 العددان سالبان:
نجمع القيم المطلقة ونضع نفس الإشارة السالبة
$|-5| = 5$ ، $|-15| = 15$
وبالتالى فإن:
$-15 + (-5) = -(15 + 5) = -20$

2 إذا كان العددان مختلفين فى الإشارة:

- نوجد الفرق بين القيم المطلقة للعددين، ويكون الناتج له إشارة العدد الذى قيمته المطلقة أكبر.

مثال 4 أوجد ناتج ما يأتى مستخدمًا استراتيجية القيمة المطلقة:

1 $-15 + 8$ | 2 $25 + (-17)$

الحل

1 العددان مختلفان فى الإشارة:
حيث إن: $|-15| > |8|$
إذن إشارة المجموع تكون سالبة.
ونوجد الفرق بين القيم المطلقة.
وبالتالى فإن: $-15 + 8 = -[15 - 8] = -7$

2 العددان مختلفان فى الإشارة:
حيث إن: $|25| > |-17|$
إذن إشارة المجموع تكون موجبة.
ونوجد الفرق بين القيم المطلقة.
وبالتالى فإن: $25 + (-17) = (25 - 17) = 8$

مثال 5 اكتشف الخطأ فى كل مما يأتى، ثم قم بالتصويب:

1 $9 + (-12) = 21$ | 2 $-3 + (-5) = -2$ | 3 $-13 + (-4) = 17$

الحل

1 **الخطأ:** تم إيجاد مجموع القيمتين المطلقتين بالرغم من أنهما مختلفتان فى الإشارة.
التصويب: $9 + (-12) = -3$

2 **الخطأ:** تم إيجاد الفرق بين القيمتين المطلقتين للعدد بالرغم من أنهما لهما نفس الإشارة.
التصويب: $-3 + (-5) = -8$

3 **الخطأ:** ناتج الجمع عدد موجب بالرغم من أن العددين سالبان.
التصويب: $-13 + (-4) = -17$

سؤال 3

1 باستخدام استراتيجية القيمة المطلقة؛ أوجد ناتج كل مما يأتى:

(أ) $(-6) + (-4)$ (ب) $4 + 8$ (جـ) $3 + (-10)$ (د) $6 + (-6)$

2 اكتشف الخطأ فى كل مما يأتى؛ ثم قم بالتصويب:

(أ) $(-10) + (-5) = 15$ (ب) $-5 + 3 = -8$ (جـ) $10 + (-8) = -2$

خواص عملية جمع الأعداد الصحيحة:

إذا كانت a , b , c ثلاثة أعداد صحيحة، فإن عملية جمع الأعداد الصحيحة لها الخواص التالية:

1 الانغلاق: مجموع أى عددين صحيحين هو عدد صحيح $(a + b \in Z)$

فمثلًا: $5 + 3 = 8$ حيث إن: $8 \in Z$ ، $3 \in Z$ ، $5 \in Z$

2 الإبدال: $a + b = b + a$

فمثلًا: $5 + 3 = 3 + 5 = 8$

3 الدمج: $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$

فمثلًا: $5 + 3 + 6 = (5 + 3) + 6 = 8 + 6 = 14$ أو $5 + 3 + 6 = 5 + (3 + 6) = 5 + 9 = 14$

4 المحايد الجمعى: العنصر المحايد الجمعى هو العدد 0

أى أن: $a + 0 = 0 + a = a$

فمثلًا: $5 + 0 = 0 + 5 = 5$ ، $(-3) + 0 = 0 + (-3) = -3$

5 المعكوس الجمعى:

لكل عدد صحيح (a) يقابله على خط الأعداد عدد صحيح (-a)

بحيث يكون ناتج مجموعهما يساوى 0 ويقال: كلٌّ منهما معكوس جمعى للآخر.

$a + (-a) = (-a) + a = 0$ (المحايد الجمعى)

فمثلًا:
- المعكوس الجمعى للعدد 4 هو (-4) ، $4 + (-4) = (-4) + 4 = 0$
- المعكوس الجمعى للعدد صفر هو نفسه؛ لأن صفر + صفر = صفر (المحايد الجمعى)

مثال 6 باستخدام خواص عملية جمع الأعداد الصحيحة أوجد ناتج ما يلى:

1 $5 + 3 + 7$ | 2 $(-5) + (-17) + 5$ | 3 $3 + 12 + 7 + (-12)$

الحل

1 $5 + 3 + 7$
الدمج: $= 5 + (3 + 7)$
الانغلاق: $= 5 + 10 = 15$

2 $(-5) + (-17) + 5$
الإبدال: $= (-5) + 5 + (-17)$
الدمج والمعكوس الجمعى: $= ((-5) + 5) + (-17)$
المحايد الجمعى: $= 0 + (-17)$
الانغلاق: $= (-17)$

3 $3 + 12 + 7 + (-12)$
الإبدال: $= 3 + 7 + 12 + (-12)$
الدمج والمعكوس الجمعى: $= (3 + 7) + (12 + (-12))$
المحايد الجمعى: $= 10 + 0$
الانغلاق: $= 10$

2 عملية طرح الأعداد الصحيحة:

• عملية طرح b من a هى نفسها عملية جمع العدد a مع المعكوس الجمعى للعدد b أى أن: $a - b = a + (-b)$

مثال 7 استخدم استراتيجية خط الأعداد فى إيجاد ناتج ما يلى:

1 $3 - 4$ 2 $(-2) - (-6)$ 3 $(-5) - 2$ 4 $4 - (-3)$

الحل

1 $3 - 4 = 3 + (-4) = -1$

2 $(-2) - (-6) = -2 + 6 = 4$



3 $(-5) - 2 = (-5) + (-2) = -7$

4 $4 - (-3) = 4 + 3 = 7$



لاحظ أن

• عملية الطرح مغلقة فى مجموعة الأعداد الصحيحة (Z) ولكن ليست إبدالية وليست دامجة.

• لا يوجد عدد محايد بالنسبة لعملية الطرح فى (Z) وبالتالى لا توجد معكوسات للأعداد لعملية الطرح فى Z.

مثال 8 إذا كان $y = 5$ ، $x = -7$ ؛ فأوجد ناتج ما يلى:

1 $x - y$ 2 $y - x$ 3 $x - (-4)$

الحل

1 $x - y = -7 - 5 = -12$

2 $y - x = 5 - (-7) = 5 + 7 = 12$

3 $x - (-4) = x + 4 = -7 + 4 = -3$

مثال 9 اكتشف الخطأ فى كل مما يأتى، ثم قم بالتصويب:

1 $(-20) - (-5) = 25$ 2 $(-7) - 3 = -4$ 3 $10 - (-8) = -2$

الحل

1 الخطأ: تم جمع عددين مختلفين فى الإشارة.
التصويب: $(-20) - (-5) = (-20) + 5 = -15$

2 الخطأ: تم طرح عددين لهما نفس الإشارة.
التصويب: $(-7) - 3 = (-7) + (-3) = -10$

3 الخطأ: تم طرح عددين لهما نفس الإشارة.
التصويب: $10 - (-8) = 10 + 8 = 18$

س؟ سؤال 4

1 أوجد ناتج ما يأتى:

(أ) $(-12) - 17$ (ب) $2 - (-3)$ (جـ) $(-4) - |-5|$ (د) $(-6) - (-2)$

2 إذا كان $y = 4$ ، $x = -6$ ؛ فأوجد ناتج كل مما يأتى:

(أ) $x - y$ (ب) $y - x$ (جـ) $x - (-4)$

3 عملية ضرب الأعداد الصحيحة:

• تعرف عملية الضرب بأنها عملية جمع متكرر.

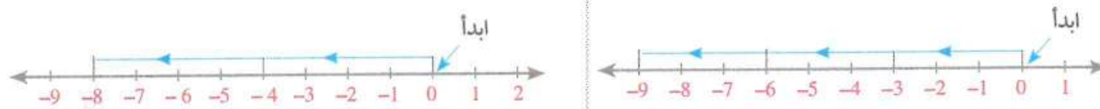
فمثلًا: $(-2) \times 3 = (-2) + (-2) + (-2) = -6$

ويمكن إيجاد ناتج ضرب الأعداد الصحيحة بعدة استراتيجيات كالآتى:

أولًا استراتيجية خط الأعداد:

• لإيجاد حاصل ضرب عددين صحيحين نعبر عن عملية الضرب بعملية جمع متكرر ثم نمثل عملية الجمع على خط الأعداد:

فمثلًا: 1 $(-3) \times 3 = (-3) + (-3) + (-3) = -9$ 2 $2 \times (-4) = (-4) + (-4) = -8$



ثانيًا استراتيجية قاعدة ضرب الإشارات:

• حاصل ضرب عددين لهما نفس الإشارة هو عدد موجب.

فمثلًا: $5 \times 4 = 20$ ، $(-6) \times (-7) = 42$

إذا كان العددان لهما نفس الإشارة $a \times b = |a| \times |b|$

• حاصل ضرب عددين مختلفين فى الإشارة هو عدد سالب.

فمثلًا: $(-3) \times 7 = -21$ ، $9 \times (-4) = -36$

إذا كان العددان مختلفين فى الإشارة $a \times b = -(|a| \times |b|)$

• حاصل ضرب أى عدد فى صفر يساوى الصفر.

فمثلًا: $17 \times 0 = 0$

قاعدة ضرب الإشارات

$+ \times + = +$

$- \times - = +$

$- \times + = -$

$+ \times - = -$

مثال 10

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى:

1 -8×5 2 $6 \times (-4)$ 3 $(-2) \times (-7)$

4 7×7 5 $-(-4) \times (-5)$ 6 $|-9| \times -|-6|$

الحل

1 $(-8) \times 5 = (-40)$

2 $6 \times (-4) = (-24)$

3 $(-2) \times (-7) = 14$

4 $7 \times 7 = 49$

5 $-(-4) \times (-5) = 4 \times (-5) = -20$

6 $|-9| \times -|-6| = 9 \times (-6) = -54$

س؟ سؤال 5

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى:

1 8×8 2 $(-2) \times 3$ 3 $5 \times (-3)$

4 $(-3) \times (-4)$ 5 $-(-2) \times (-9)$ 6 $|-10| \times -|-1|$

خواص عملية ضرب الأعداد الصحيحة:

إذا كانت a , b , c ثلاثة أعداد صحيحة، فإن عملية ضرب الأعداد الصحيحة لها الخواص التالية:

1 **الانغلاق:** حاصل ضرب أى عددين صحيحين هو عدد صحيح ($a \times b \in Z$)

فمثلًا: $5 \times 7 = 35$ حيث إن: $5 \in Z$ ، $7 \in Z$ ، $35 \in Z$

2 **الإبدال:** $a \times b = b \times a$

فمثلًا: $5 \times 6 = 6 \times 5 = 30$

3 **الدمج:** $a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

فمثلًا: $2 \times 3 \times 5 = (2 \times 3) \times 5 = 6 \times 5 = 30$

أو $= 2 \times (3 \times 5) = 2 \times 15 = 30$

4 **المحايد الضربى:** العنصر المحايد الضربى هو العدد (1) أى أن: $a \times 1 = 1 \times a = a$

فمثلًا: $5 \times 1 = 1 \times 5 = 5$

5 **خاصية توزيع الضرب على الجمع والطرح:** $a \times (b \pm c) = (a \times b) \pm (a \times c)$

فمثلًا: $2 \times (3 + 4) = (2 \times 3) + (2 \times 4) = 6 + 8 = 14$

$2 \times (5 - 2) = (2 \times 5) - (2 \times 2) = 10 - 4 = 6$

مثال 11 أوجد ناتج ما يأتى باستخدام خواص عملية الضرب:

1 $(-2) \times (-18) \times 5$　　2 $(-7) \times 105$

الحل

1 $(-2) \times (-18) \times 5$

$= (-2) \times 5 \times (-18)$　خاصية الإبدال:

$= ((-2) \times 5) \times (-18)$　خاصية الدمج:

$= (-10) \times (-18) = 180$

2 -7×105

$= (-7) \times (100 + 5)$

$= (-7) \times 100 + (-7) \times 5$　خاصية التوزيع:

$= (-700) + (-35)$

$= -735$

4 عملية قسمة الأعداد الصحيحة:

- إذا كان a, b عددين صحيحين نقول إن $a \div b$ (حيث $b \neq 0$) ممكنة
إذا وجد عدد صحيح c بحيث $a = b \times c$ وفى هذه الحالة نكتب $a \div b = c \in Z$
ومن الواضح أن عملية القسمة ليست ممكنة دائمًا فى مجموعة الأعداد الصحيحة.

فمثلًا: $5 \div 2$ غير ممكنة فى Z لأنه لا يوجد عدد صحيح إذا ضرب فى 2 كان الناتج 5

- إن كون عملية القسمة غير ممكنة دائمًا فى مجموعة الأعداد الصحيحة يعنى أن هذه المجموعة ليست مغلقة تحت عملية القسمة.

قاعدة قسمة الإشارات

$+ \div + = +$

$- \div - = +$

$- \div + = -$

$+ \div - = -$

مثال 12 أوجد خارج قسمة كل مما يأتى:

1 $(-44) \div (-11)$　2 $63 \div (-9)$　3 $(-12) \div 3$

الحل

1 $(-44) \div (-11) = 4$　2 $63 \div (-9) = (-7)$　3 $(-12) \div 3 = (-4)$

لاحظ أن

- عملية القسمة فى مجموعة الأعداد الصحيحة ليست **مغلقة** وليست **إبدالية** وليست **دامجة**.
- لا يوجد عدد محايد بالنسبة لعملية القسمة فى (Z) وبالتالى لا توجد معكوسات للأعداد لعملية القسمة فى Z.

مثال 13 أجب عما يأتى:

1 إذا كان: $b = (-5)$ ، $a = 25$ ، فأوجد القيمة العددية لكل من: (أ) $|9 - a|$　(ب) $|a \div b|$

2 إذا كان: $b = (-3)$ ، $a = 17$ ، فأوجد القيمة العددية لكل من: (أ) $b - (-a)$　(ب) $|a \times b|$

الحل

1 (أ) $|9 - a| = |9 - 25| = |-16| = 16$

(ب) $|a \div b| = |25 \div (-5)| = |-5| = 5$

2 (أ) $b - (-a) = b + a = (-3) + 17 = 14$

(ب) $|a \times b| = |17 \times (-3)| = |-51| = 51$

مثال 14 إذا كان: $a = 7$ ، $b = -3$ ، $c = 15$ فأوجد القيمة العددية لكل من:

1 $(c \div b) + a$　2 $(a - b) \times c$

الحل

1 $(c \div b) + a = (15 \div (-3)) + 7 = (-5) + 7 = 2$

2 $(a - b) \times c = (7 - (-3)) \times 15 = (7 + 3) \times 15 = 10 \times 15 = 150$

مثال 15 ارتفعت درجة الحرارة فى مدينة ما 5 درجات مئوية بعد الظهر ، ثم انخفضت خلال الليل 4 مرات متتالية بمقدار 2 درجة مئوية فى كل مرة ، **احسب درجة الحرارة النهائية إذا كانت درجة الحرارة فى الصباح 20 درجة مئوية.**

الحل

- درجة الحرارة فى الصباح = 20 درجة مئوية.
- درجة الحرارة بعد الظهر «بعد الارتفاع» = 25 درجة مئوية.　(لأن: $20 + 5 = 25$)
- مقدار الانخفاض فى درجة الحرارة = (−8) درجات مئوية.　(لأن: $4 \times (-2) = (-8)$)
- درجة الحرارة ليلًا «بعد مرات الانخفاض» = 17 درجة مئوية.　(لأن: $25 + (-8) = 17$)
- وبالتالى فإن درجة الحرارة النهائية هى 17 درجة مئوية.

سؤال 6

1 **أوجد ناتج ما يأتى:**

(أ) -3×21　(ب) $(-72) \div (-9)$　(جـ) $225 \div (-15)$

2 إذا كان: $b = 3$ ، $a = 7$ **فأوجد القيمة العددية للمقدار** $(a + b) \times b$



العمليات على الأعداد الصحيحة (Operations On Integers)

تذكر ▲ فهم ▲ تطبيق ▲ تحليل ▲



أسئلة الكتاب المدرسي ▸ أسئلة موقع الوزارة

مجموعة الأعداد الصحيحة:

1 ضع علامة (< ، > ، =):

1. $7 \;\square\; 5$
2. $3 \;\square\; -7$
3. $0 \;\square\; 4$
4. $|-4| \;\square\; |4|$
5. $(-2) \;\square\; (-7)$
6. $-3 \;\square\; 0$
7. $|-7| \;\square\; (-7)$
8. $-(-5) \;\square\; 5$

2 أكمل ما يأتي:

1. أكبر عدد صحيح سالب هو ....
2. أصغر عدد صحيح موجب هو ....
3. مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة هي ....
4. الصفر أكبر من أي عدد صحيح ....
5. مجموعة الأعداد الصحيحة غير الموجبة = ... ∪ ....



العمليات على الأعداد الصحيحة

أولاً جمع وطرح الأعداد الصحيحة:

3 مستخدمًا خط الأعداد، أوجد ناتج كل مما يأتي:

1. $2 + 4$
2. $6 + (-4)$
3. $-6 + 14$
4. $(-5) + 5$
5. $-3 + (-2)$
6. $9 + (-7)$

4 أوجد ناتج كل مما يأتي:

1. $8 + 5$
2. $(-10) + 5$
3. $(-4) + (-3)$
4. $7 + (-7)$
5. $(-2) + (-11)$
6. $-37 + 59$ (القليوبية 2025)
7. $6 + 0$
8. $|-13| + (-10)$
9. $|-5| + 3$

5 اكتشف الخطأ في كل مما يلي، وقم بالتصويب:

1. $(-7) + (-3) = 10$
2. $-7 + 2 = -9$
3. $12 + (-10) = -2$
4. $5 - (-3) = -8$
5. $12 - (-5) = 7$
6. $(-2) - (-6) = 8$

6 أكمل ثم اكتب اسم الخاصية المستخدمة في كل مما يأتي:

1. $...... + (-5) = (-5) + 9$ (خاصية ....)
2. $(-7) + 0 = ...$ (خاصية ....)
3. $(-8) + ... = 0$ (خاصية ....)
4. $((-3) + ...) + (-4) = (-3) + (9 + ...)$ (خاصية ....)

7 استخدم خواص الجمع لإيجاد ناتج كل مما يلي:

1. $13 + 5 + 7$
2. $(-6) + (-13) + 6$
3. $10 + (-7) + (-10)$
4. $(-9) + 11 + (-1)$
5. $7 + (-3) + (-7) + 9$
6. $(-5) + 9 + (-2) + 8$

8 باستخدام خط الأعداد أوجد ناتج طرح كل مما يأتي:

1. $7 - 3$
2. $4 - 9$
3. $(-2) - 5$
4. $3 - (-4)$
5. $(-3) - (-9)$
6. $-4 - 5$

9 أوجد ناتج طرح كل مما يأتي:

1. $7 - 4$
2. $18 - 40$
3. $12 - 0$
4. $0 - 7$
5. $(-12) - 3$
6. $10 - (-3)$
7. $9 - (-105)$
8. $-17 - (-24)$

10 اختر الإجابة الصحيحة:

1. العدد المحايد الجمعي في Z هو .... (الغربية 2025)
   (أ) 0 (ب) 1 (جـ) −1 (د) 2
2. -4 .... Z (الجيزة 2025)
   (أ) ∈ (ب) ∉ (جـ) ⊂ (د) ⊄
3. عملية الطرح عملية .... في مجموعة الأعداد الصحيحة.
   (أ) إبدالية (ب) مغلقة (جـ) دامجة (د) غير ذلك
4. مجموع أي عددين سالبين هو عدد ....
   (أ) موجب (ب) سالب (جـ) 0 (د) غير ذلك
5. $|-5| + ... = 0$ (القاهرة 2025)
   (أ) −5 (ب) 5 (جـ) 0 (د) 1
6. إذا كان $|A| = 4$ فإن $A = ...$ (الدقهلية 2025)
   (أ) 2 (ب) ±2 (جـ) ±4 (د) 4

7 المعكوس الجمعى للعدد -3 هو .... (سوهاج 2025)

(أ) 0 — (ب) 0.3 — (جـ) -3 — (د) 3

8 المعكوس الجمعى للعدد $-|-6|$ هو ....

(أ) 6 — (ب) -6 — (جـ) 0 — (د) 1

9 📖 أى من نواتج الجمع التالية تكون إشارته موجبة؟

(أ) $19 + (-26)$ — (ب) $-35 + 17$ — (جـ) $-25 + (-12)$ — (د) $40 + (-18)$

10 أى من نواتج الطرح التالية تكون إشارته سالبة؟

(أ) $14 - 10$ — (ب) $28 - 14$ — (جـ) $10 - 14$ — (د) $16 - 2$

11 📖 أى مما يلى يكافئ عملية الطرح $(-8) - -5$ ؟

(أ) $5 - 8$ — (ب) $8 - 5$ — (جـ) $5 + 8$ — (د) $-5 - 8$

12 $-3 - (-2) =$ .... (القليوبية 2025)

(أ) -5 — (ب) -1 — (جـ) 1 — (د) 5

13 قيمة المقدار $2K - 5M$ عندما $K = 1$ ، $M = -2$ هى .... (الشرقية 2025)

(أ) 8 — (ب) 10 — (جـ) 12 — (د) 14

---

11 📖 تحقق من أن المعكوس الجمعى لعدد صحيح لا يكون سالبًا دائمًا.

---

12 📖 إذا كانت: $a = 15 , b = -5$ فأوجد قيمة كل مما يأتى:

1 $|9 - a|$ — 2 $|3 - b|$ — 3 $a - b$ — 4 $b - (-a)$

---

13 🏛 إذا كانت: $a = 3 , b = -3 , c = 2$ فأوجد قيمة كل مما يأتى:

1 $3b + 5c$ (القاهرة 2025) — 2 $2a + b + c$

ثانيًا ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة:

14 مستخدمًا خط الأعداد، أوجد ناتج كل مما يأتى:

1 $(-4) \times 2$ — 2 📖 $3 \times (-3)$ — 3 $2 \times (-7)$ — 4 $(-5) \times (-1)$

---

15 أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

1 -3×7 (القليوبية 2025) — 2 $(-2) \times 4$ — 3 $5 \times (-4)$ — 4 $(-3) \times (-6)$

5 $0 \times (-8)$ — 6 13×0 — 7 $(-32) \div 8$ — 8 📖 $15 \div (-3)$

9 $-72 \div (-9)$ (القليوبية 2025) — 10 $\frac{0}{14}$ — 11 $8 \div (-8)$ — 12 📖 $54 \div -9$

13 📖 $-(-4) \times (-5)$ — 14 📖 $(-2) \times (-7)$ — 15 📖 $(-16) \div 4$ — 16 📖 $(-33) \div (-11)$

16 أكمل، ثم اكتب اسم الخاصية المستخدمة فى كل مما يأتى:

1 $8 \times (-5) = (-5) \times$ .... (خاصية ....)

2 $(-13) \times 1 =$ .... (خاصية ....)

3 $(13 \times (-2)) \times 2 =$ .... $\times ((-2) \times 2)$ (خاصية ....)

4 $2 \times ((-10) +$ .... $) = 2 \times$ .... $+ 2 \times 5$ (خاصية ....)

---

17 باستخدام خواص الضرب، أوجد ناتج كل مما يأتى:

1 $(-2) \times 23 \times 5$ — 2 $4 \times 213 \times (-25)$ — 3 📖 $-4 \times (-19) \times 25$

4 $(-8) \times (-2) \times 125 \times (-5)$ — 5 $6((-2) + 3)$ — 6 $(-13) \times (4 + (-3))$

7 $(-15) \times 7 + (-15) \times 3$ — 8 7×103 — 9 📖 -9×102

---

18 استخدم خاصية التوزيع لإيجاد ناتج كل مما يأتى:

1 $147 \times 69 - 47 \times 69$ (القاهرة 2025)

2 $65 \times 18 - 65 \times 18 + 65$ (بنى سويف 2025)

3 $2 \times 8 - 8 + 8 \times 9$ (أسيوط 2025)

---

19 اختر الإجابة الصحيحة:

1 العدد المحايد الضربى فى Z هو .... (دمياط 2025)

(أ) الصفر — (ب) -1 — (جـ) 1 — (د) 2

2 حاصل ضرب عددين مختلفين فى الإشارة هو عدد ....

(أ) موجب — (ب) سالب — (جـ) صفر — (د) غير ذلك

3 أى مما يلى يساوى (-5)؟ ....

(أ) $1 \div (-5)$ — (ب) $0 \div (-5)$ — (جـ) $(-25) \div (-5)$ — (د) $(-25) \div 5$

4 أى من نواتج الضرب التالية تكون إشارته موجبة؟ ....

(أ) $7 \times (-3)$ — (ب) 12×0 — (جـ) $(-2) \times (-5)$ — (د) -7×4

5 أى من نواتج الضرب التالية تكون إشارته سالبة؟ ....

(أ) $(-3) \times (-9)$ — (ب) $(-2) \times 5$ — (جـ) $0 \times (-5)$ — (د) $(-1) \times (-1)$

6 إذا كانت $a = |-4|$ ، $b = -2$ فإن ab تساوى ....

(أ) 8 — (ب) -8 — (جـ) 6 — (د) -6

7 $(-32) \div 8 =$ ....

(أ) 4 — (ب) -4 — (جـ) 8 — (د) -8

8 $\frac{3-8}{8-3}=$ ....

(أ) 0 (ب) -5 (جـ) -1 (د) 1

9 $7\times(6+(-3))=$ ....

(أ) -1 (ب) 16 (جـ) 10 (د) 21

10 المقدار $\frac{2\,(5-7)}{-4}$ فى أبسط صورة يساوى ....

(أ) -4 (ب) -1 (جـ) 1 (د) 0

11 إذا كانت $x=2$ ، $y=-3$ ، $a=x+y$ ، $b=xy$ فإن $a\,b\,x\,y=$ ....

(أ) 36 (ب) -12 (جـ) -18 (د) -36

20 أوجد قيمة a فى كل مما يأتى:

1 $9\times a=-18$ 2 $-13\times a=0$ 3 $30\div a=5$ 4 $a\div(-9)=0$

5 $7\div a=-1$ 6 $a\times((5\times(-4))=(-9\times 5)\times(-4)$

21 إذا كانت: $a=15\,,\,b=-5$ فأوجد الناتج فى كل مما يلى:

1 $|15\div b|$ 2 $|b\times a|$

22 إذا كانت: $a=3\,,\,b=-3\,,\,c=2$ فأوجد قيمة: $ab-5c$

TIMSS تفكير إبداعى

23 تحقق من أن ناتج ضرب عدد موجب فى عدد سالب هو عدد سالب دائمًا.

24 سائل كانت درجة حرارته فى لحظة ما 5 درجات تحت الصفر وبعد تسخينه ارتفعت درجة حرارة السائل بمقدار 8 درجات؛ احسب درجة حرارة السائل بعد التسخين.

25 قام محمد بجمع عددين صحيحين معًا، فحصل على ناتج يساوى (-5) ؛ ما العددان اللذان من الممكن أن يكون جمعها معًا؟ (بشرط أن يكون أحدهما موجبًا والآخر سالبًا)؟

26 قامت فاطمة بضرب عددين صحيحين معًا فحصلت على الناتج (-45)؛ ما العددان الصحيحان اللذان من الممكن أن تكون فاطمة ضربتهما معًا؟

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 $\{17,27,77\}$ 7

(أ) $\in$ (ب) $\notin$ (جـ) $\subset$ (د) $\not\subset$

2 إذا انخفض سعر سلعة من 1,600 جنيه إلى 1,200 جنيه فإن نسبة التخفيض .... (أسيوط 2025)

(أ) 5% (ب) 25% (جـ) 30% (د) 20%

3 العدد الذى معكوسه الجمعى هو نفسه هو ....

(أ) 1 (ب) -1 (جـ) 0 (د) 2

4 إذا كان $A=\{5,1\}$ ، $B=\{6,5\}$ ، فإن $A\cap B=$ .... (القليوبية 2025)

(أ) $\{5\}$ (ب) $\{1\}$ (جـ) $\{6\}$ (د) $\{6\,,1\}$

5 $|0|\times|-1|\times|-2|=$ ....

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) -3 (د) 0

6 إذا كانت $(-44)\div(-11)$ تساوى $2a$ فإن $a=$ ....

(أ) 4 (ب) -4 (جـ) 2 (د) -2

2 أكمل ما يأتى:

1 إذا كان $|b|=3$ فإن $b=$ .... أو ....

2 إذا كانت $A=\{3,5,4\}$ فإن عدد المجموعات الجزئية من A يساوى ....

3 إذا كان الطول فى الرسم 2 سم والطول الحقيقى 8 أمتار فإن مقياس الرسم هو ....

3 أجب عما يأتى:

1 **أوجد ناتج كل مما يأتى:**

(أ) $-5+(-3)$ (ب) $6-10$

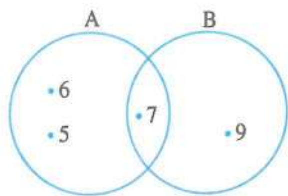
(جـ) $6+14$ (د) $(-4)\times(8)$

(هـ) $15\div(-3)$ (و) $-65\div(-13)$

2 إذا كان عدد طلاب مدرسة 640 طالبًا وطالبة، وكانت النسبة بين عدد البنين وعدد البنات هى 7:9 فاحسب الزيادة فى عدد البنات على عدد البنين. (الشرقية 2025)

3 باستخدام شكل فن المقابل؛ أوجد بطريقة السرد كلاً من: (سوهاج 2025)

A ، $A\cap B$ ، $A\cup B$

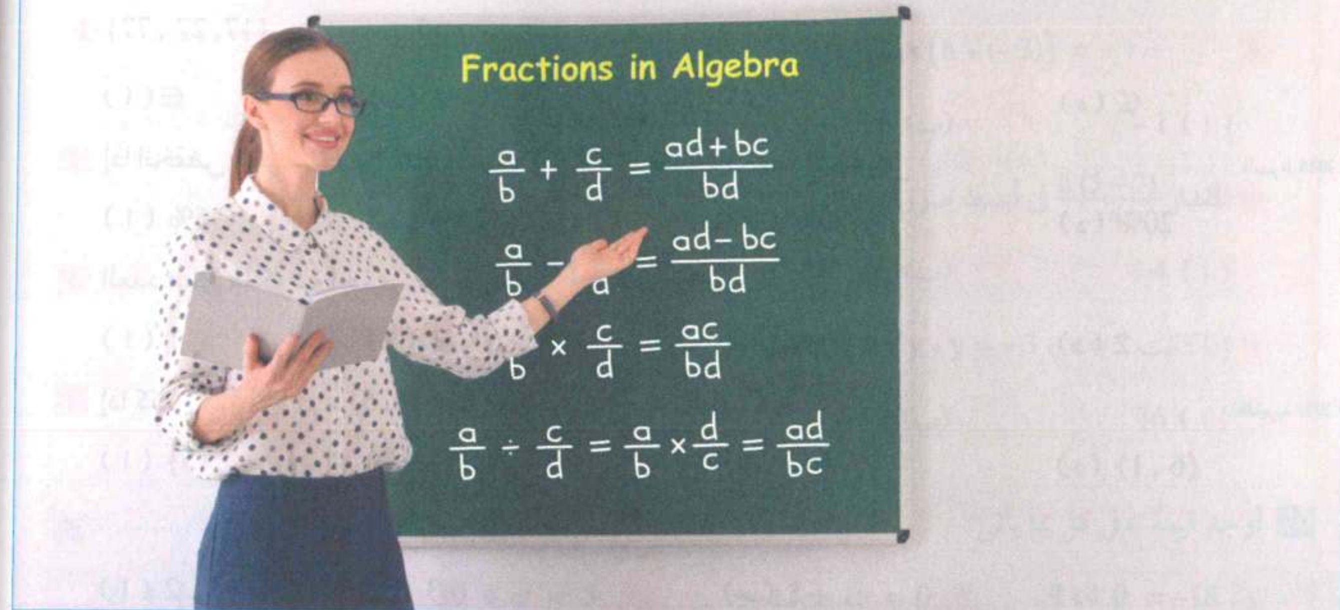


4 إذا كان $a=20$ ، $b=30$ فأوجد قيمة كل من : (المنوفية 2025)

(أ) $a-b$ (ب) $a\times b$ (جـ) $a+b$

العمليات على الأعداد النسبية (الجزء 1)
(Operations on Rational Numbers)





جمع وطرح الأعداد النسبية (Addition and subtraction of rational numbers)

نواتج التعلم

- أن يتعرف الطالب على الصور المختلفة للعدد النسبى.
- أن يوجِد الطالب ناتج جمع أو طرح عددين نسبيين.
- أن يستخدم الطالب خواص الجمع والطرح فى حل تمارين الأعداد النسبية.
- أن يطبق الطالب خواص العمليات الحسابية فى حل تمارين الأعداد النسبية.

مفردات أساسية

- العدد النسبى (Rational Number)
- العدد الدائر (Repeating Decimal)

فكر وناقش:

1 إذا كان مقدار وزن رائد فضاء على سطح القمر يساوى $\frac{1}{6}$ مقدار وزنه على كوكب الأرض، فكم يكون مقدار وزن رائد فضاء على سطح القمر إذا كان مقدار وزنه على كوكب الأرض $60\frac{2}{3}$ نيوتن؟

(علمًا بأن النيوتن هو وحدة قياس مقدار الوزن).

2 فى الشكل المقابل:

أوجد طول الطفل



تعلم 1 مجموعة الأعداد النسبية:

- **العدد النسبى:** هو العدد الذى يمكن كتابته على صورة كسر حيث البسط والمقام عددان صحيحان والمقام لا يساوى صفرًا.
- **مجموعة الأعداد النسبية (Q):** هى مجموعة جميع الأعداد التى يمكن كتابتها على صورة $\frac{a}{b}$

حيث a , b عددان صحيحان ، $b \neq 0$ أى أن: $Q = \{\frac{a}{b} : a \in Z , b \in Z , b \neq 0\}$

من التعريف يتضح ما يلى:

جموعة الأعداد النسبية (Q)
مجموعة الأعداد الصحيحة (Z)
مجموعة الأعداد الطبيعية (N)
مجموعة أعداد العد (C)

1 مجموعة أعداد العد (C)، ومجموعة الأعداد الطبيعية (N)، ومجموعة الأعداد الصحيحة (Z)

جميعها مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد النسبية (Q)

فمثلًا: $-17 = \frac{-17}{1} \in Q$ ، $5 = \frac{5}{1} \in Q$

2 جميع الأعداد العشرية والكسور العشرية المنتهية هى أعداد نسبية:

لأن أى عدد عشرى أو كسر عشرى منتهٍ يمكننا كتابته فى صورة $\frac{a}{b}$، حيث $a \in Z , b \in Z , b \neq 0$

فمثلًا: $0.07 = \frac{7}{100} \in Q$ ، $1.3 = \frac{13}{10} \in Q$ ، $3.02 = \frac{302}{100} = \frac{151}{50} \in Q$

3 جميع النسب المئوية هى أعداد نسبية:

لأن النسبة المئوية هى نسبة حدها الثانى 100 وبالتالى فإنه يمكننا كتابتها فى صورة $\frac{a}{b}$،

حيث $a \in Z , b \in Z , b \neq 0$

فمثلًا: $17\% = \frac{17}{100} \in Q$ ، $101\% = \frac{101}{100} \in Q$

مثال 1

اكتب كلًّا مما يأتى فى صورة $\frac{a}{b}$ فى أبسط صورة:

1 3	2 0.6	3 0.27	4 $-4\frac{1}{3}$
5 $\left|-3\frac{1}{2}\right|$	6 5.3	7 12%	8 −7%

الحل

1 $3 = \frac{3}{1}$	2 $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$	3 $0.27 = \frac{27}{100}$
4 $-4\frac{1}{3} = \frac{-13}{3}$	5 $\left|-3\frac{1}{2}\right| = \frac{7}{2}$	6 $5.3 = \frac{53}{10}$
7 $12\% = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$	8 $-7\% = \frac{-7}{100}$	



لاحظ أن

لوضع العدد النسبى $\frac{a}{b}$ فى أبسط صورة، نقسم كلًّا من حديه على العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) بينهما.

سؤال 1

اكتب كلًّا من الأعداد الآتية فى صورة $\frac{a}{b}$ فى أبسط صورة:

1 −5	2 0.8	3 0.28	4 $1\frac{1}{5}$
5 $\left|-2\frac{1}{4}\right|$	6 2.6	7 60%	8 −5%

تعلم 2 الصور المختلفة للعدد النسبى:

1 كتابة العدد النسبى $\frac{a}{b}$ فى صورة نسبة مئوية:

نضرب العدد النسبى فى 100% فيكون $\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \times 100\%$

وتكون صورته $c\,\%$ حيث $c = \frac{100\,a}{b}$

فمثلًا: $\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times 100\% = 40\%$ أو $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100} = 40\%$

2 كتابة العدد النسبى فى صورة كسر عشرى أو عدد عشرى منتهٍ:

يمكننا كتابة العدد النسبى فى صورة $\frac{a}{10}$ أو $\frac{a}{100}$ أو $\frac{a}{1000}$ أو .... وتحويله إلى عدد عشرى منتهٍ.

فمثلًا: $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10} = 0.8$ ، $2\frac{1}{20} = \frac{41}{20} = \frac{41 \times 5}{20 \times 5} = \frac{205}{100} = 2.05$

3 كتابة العدد النسبى فى صورة عدد عشرى غير منتهٍ (دائر):

فمثلًا: $\frac{1}{3} = 0.333 \ldots\ldots = 0.\bar{3}$ ← الشرطة فوق رقم واحد أو أكثر تعنى أن هذه الأرقام تتكرر

النقاط تعنى أن الكسر العشرى غير منتهٍ — يقرأ: 0.3 دائر

مثال 2

اكتب كلًّا من الأعداد الآتية فى صورة عدد عشرى منتهٍ أو دائر، ونسبة مئوية:

1 $\frac{3}{2}$ 2 $-\frac{1}{25}$ 3 $\frac{1}{9}$

الحل

1 العدد العشرى: 1.5

(لأن: $\frac{3}{2} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} = \frac{15}{10} = 1.5$)

النسبة المئوية: 150%

(لأن: $\frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times 100\% = 150\%$)

$\frac{3}{2} = 1.5 = 150\%$

2 العدد العشرى: -0.04

(لأن: $\frac{-1}{25} = \frac{-1 \times 4}{25 \times 4} = \frac{-4}{100} = -0.04$)

النسبة المئوية: -4%

(لأن: $\frac{-1}{25} = \frac{-1}{25} \times 100\% = -4\%$)

$\frac{-1}{25} = -0.04 = -4\%$

3 العدد العشرى: $0.\bar{1}$

النسبة المئوية: $11.\bar{1}\%$

(لأن: $\frac{1}{9} = \frac{\frac{1}{9} \times 100}{100} = \frac{100}{9}\,\% = 11.111\ldots\,\% = 11.\bar{1}\,\%$)

$\frac{1}{9} = 0.\bar{1} = 11.\bar{1}\,\%$

```
   0.111 ...
9 ) 1.0
   - 9
    10
   - 9
    10
   - 9
     1
```

سؤال 2

اكتب كلًّا من الأعداد الآتية فى صورة عدد عشرى منتهٍ أو دائر ونسبة مئوية:

1 $\frac{1}{4}$ 2 $\frac{-3}{4}$ 3 $\frac{2}{5}$ 4 $\frac{5}{6}$

نقاط هامة

- يمكننا استخدام الآلة الحاسبة لتحويل عدد نسبى فى صورة $\frac{a}{b}$ إلى عدد عشرى دائر والعكس كالتالى:

1 لكتابة العدد $\frac{1}{6}$ على صورة عدد عشرى غير منته (دائر) نتبع الآتى:

نكتب على الآلة $\frac{1}{6}$ ثم نضغط = ثم نضغط S⇔D فنحصل على 0.16666666 وتكتب $0.1\bar{6}$.

2 لكتابة العدد $0.1\bar{6}$ على صورة $\frac{a}{b}$ نتبع الآتى:

نكتب على الآلة 0.16666666 حتى تمتلئ الشاشة؛

ثم نضغط = فنحصل على العدد النسبى $\frac{1}{6}$



- يكون العدد النسبى $\frac{a}{b}$ موجبًا، إذا كان $ab > 0$ ، ويكون سالبًا إذا كان $ab < 0$ ، ويكون مساويًا للصفر إذا كان $a = 0$

مثال 3

اكتب كلًّا من الأعداد النسبية الآتية فى صورة عدد عشرى دائر:

1 $\frac{2}{9}$ 2 $\frac{6}{11}$ 3 $\frac{8}{55}$ 4 $\frac{47}{111}$

الحل

1 $\frac{2}{9} = 0.222222 \ldots\ldots = 0.\bar{2}$

2 $\frac{6}{11} = 0.545454 \ldots\ldots = 0.\overline{54}$

3 $\frac{8}{55} = 0.1454545 \ldots\ldots = 0.1\overline{45}$

4 $\frac{47}{111} = 0.423423 \ldots\ldots = 0.\overline{423}$

مثال 4

استخدم الآلة الحاسبة لكتابة كل مما يأتى على صورة $\frac{a}{b}$:

1 $0.\overline{27}$ 2 $1.41\bar{6}$

الحل

1 $0.\overline{27} = 0.272727 \ldots\ldots = \frac{3}{11}$

2 $1.41\bar{6} = 1.416666 \ldots\ldots = \frac{17}{12}$

مثال 5

ضع فى أبسط صورة كلًّا من الأعداد الآتية:

1 $\frac{30}{36}$ 2 $\frac{15}{35}$

الحل

1 $\frac{30 \div 6}{36 \div 6} = \frac{5}{6}$

(نقسم كلًّا من البسط والمقام على العامل المشترك الأعلى)

2 $\frac{15 \div 5}{35 \div 5} = \frac{3}{7}$

سؤال 3

1 اكتب كلًّا من الأعداد النسبية الآتية فى صورة عدد عشرى دائر:

(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{2}{9}$

2 استخدم الآلة الحاسبة لكتابة كل مما يأتى على صورة $\frac{a}{b}$ فى أبسط صورة:

(أ) $0.\bar{6}$ (ب) $-2.\bar{4}$ (جـ) $\frac{30}{40}$

تعلم 3 جمع الأعداد النسبية:

أولا جمع عددين نسبيين مقاماهما متساويان

الطريقة الأولى:

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{b}$ عددين نسبيين فإن: $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$

فمثلاً: $\frac{-3}{7}+\frac{4}{7}=\frac{-3+4}{7}=\frac{1}{7}$

الطريقة الثانية:

يمكننا إيجاد ناتج جمع $\frac{4}{7}+\frac{-3}{7}$ باستخدام خط الأعداد:

وبالتالى فإن: $\frac{-3}{7}+\frac{4}{7}=\frac{1}{7}$

ثانيا جمع عددين نسبيين مقاماهما مختلفان

الطريقة الأولى:

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$

فمثلاً: $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{(2\times2)+(3\times1)}{3\times2}=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$

لاحظ أن:
- يجب وضع ناتج جمع الأعداد النسبية فى أبسط صورة.

الطريقة الثانية:

يمكننا إيجاد ناتج جمع $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$ باستخدام خط الأعداد كالآتى:

1 نوجد (م.م.أ) للمقامين 2 ، 3 ، وهو 6 وبالتالى فإن: $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$ ، $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$

2 نستخدم خط الأعداد لإيجاد ناتج $\frac{3}{6}+\frac{4}{6}$

مثال 6 أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة مستخدمًا خط الأعداد:

1 $\frac{-6}{7}+\frac{2}{7}$ 2 $\left(\frac{-4}{5}\right)+\left(\frac{-1}{5}\right)$ 3 $\frac{1}{6}+\left(\frac{-1}{2}\right)$

الحل

1

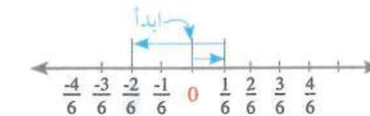

$\frac{-6}{7}+\frac{2}{7}=\frac{-4}{7}$

2 $\left(\frac{-4}{5}\right)+\left(\frac{-1}{5}\right)=\frac{(-4)+(-1)}{5}=\frac{-5}{5}=-1$

3 حيث إن (م.م.أ) للمقامين 2 و 6 هو 6

$\frac{-1}{2}=\frac{-3}{6}$

وبالتالى نوجد ناتج جمع $\frac{1}{6}+\left(\frac{-3}{6}\right)$

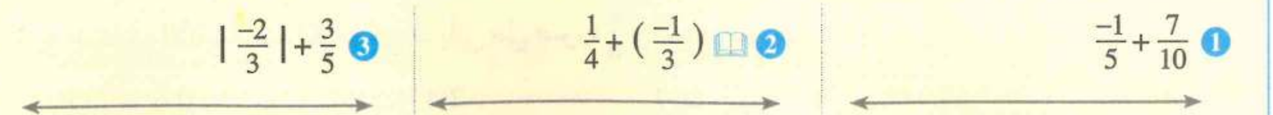


$\frac{1}{6}+\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{-2}{6}=\frac{-1}{3}$

سؤال 4

أوجد ناتج كل مما يأتى مستخدمًا خط الأعداد:

1 $\frac{-1}{5}+\frac{7}{10}$ 2 $\frac{1}{4}+\left(\frac{-1}{3}\right)$ 3 $\left|\frac{-2}{3}\right|+\frac{3}{5}$



مثال 7 أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

1 $\frac{3}{7}+\left(\frac{-6}{7}\right)$ 2 $\frac{-3}{11}+\frac{9}{11}$ 3 $0.\overline{4}+1\frac{2}{3}$

4 $\left|\frac{-3}{4}\right|+2\frac{3}{4}$ 5 $\frac{3}{8}+\left(\frac{-2}{16}\right)$ 6 $\frac{1}{5}+\frac{2}{3}$

الحل

1 المقامات متساوية
نبقى على المقام ونجمع البسط

$\frac{3}{7}+\left(\frac{-6}{7}\right)=\frac{3+(-6)}{7}=\frac{-3}{7}$

2 $\frac{-3}{11}+\frac{9}{11}=\frac{-3+9}{11}=\frac{6}{11}$

3 $0.\overline{4}=\frac{4}{9}$ ، $1\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$

$0.\overline{4}+1\frac{2}{3}=\frac{4}{9}+\frac{5}{3}$

$=\frac{(3\times4)+(9\times5)}{9\times3}=\frac{12+45}{27}=\frac{57\div3}{27\div3}=\frac{19}{9}$

حل آخر

$0.\overline{4}+1\frac{2}{3}=\frac{4}{9}+\frac{5\times3}{3\times3}=\frac{4}{9}+\frac{15}{9}=\frac{19}{9}$

4 $\left|\frac{-3}{4}\right|=\frac{3}{4}$

$\left|\frac{-3}{4}\right|+2\frac{3}{4}=\frac{3}{4}+\frac{11}{4}=\frac{14}{4}=\frac{14\div2}{4\div2}=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}$

حل آخر

$\left|\frac{-3}{4}\right|+2\frac{3}{4}=\frac{3}{4}+2\frac{3}{4}=2\frac{6}{4}=3\frac{2}{4}=3\frac{1}{2}$

5 تبسيط النسبة $\frac{-2}{16}$: $\frac{-2\div2}{16\div2}=\frac{-1}{8}$

$\frac{3}{8}+\left(\frac{-2}{16}\right)=\frac{3}{8}+\left(\frac{-1}{8}\right)=\frac{3+(-1)}{8}=\frac{2}{8}=\frac{2\div2}{8\div2}=\frac{1}{4}$

6 $\frac{1}{5}+\frac{2}{3}=\frac{(3\times1)+(5\times2)}{5\times3}=\frac{3+10}{15}=\frac{13}{15}$

مثال 8 أجب عن الأسئلة الآتية:

1 أوجد باقى طرح $\left(\frac{-1}{4}\right)$ من $\left(\frac{3}{4}\right)$

2 ما زيادة $\frac{-2}{5}$ عن $\frac{1}{5}$ ؟

الحل

1 $\frac{3}{4}-\left(\frac{-1}{4}\right)=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=1$

2 $\frac{-2}{5}-\frac{1}{5}=\frac{-2-1}{5}=\frac{-3}{5}$

لاحظ أن:
- باقى طرح a من b ؟ تعنى b – a
- ما زيادة a عن b ؟ تعنى a – b

سؤال 5

أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

1 $\left(\frac{-5}{8}\right)+\frac{3}{8}$ 2 $\frac{1}{4}+\left(\frac{-3}{4}\right)$ 3 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ 4 $2.6+2.\overline{6}$

5 $\frac{7}{8}+\left|\frac{-5}{6}\right|$ 6 $\left|\frac{-8}{9}\right|+2\frac{1}{9}$ 7 $\frac{-1}{5}+\frac{2}{3}$ 8 $\left(\frac{-3}{10}\right)+\left(\frac{-5}{50}\right)$

تعلم 4 خواص عملية جمع الأعداد النسبية:

• إذا كان: $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ ، $\frac{f}{g}$ ثلاثة أعداد نسبية فإن عملية جمع الأعداد النسبية لها الخواص التالية:

الخاصية	استخدام الرموز	مثال
الانغلاق	مجموع أى عددين نسبيين هو عدد نسبى $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}\in Q$	$\frac{1}{2}+\frac{2}{5}=\frac{9}{10}\in Q$ حيث: $\frac{1}{2}\in Q$ ، $\frac{2}{5}\in Q$ ، $\frac{9}{10}\in Q$
الإبدال	$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$	$\frac{1}{2}+\frac{2}{5}=\frac{2}{5}+\frac{1}{2}=\frac{9}{10}$
الدمج	$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{f}{g}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{f}{g}\right)$	$\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\right)+\frac{3}{10}=\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{10}\right)$ $=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$
المحايد الجمعى	الصفر هو العنصر المحايد الجمعى فى Q $\frac{a}{b}+0=0+\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$	$\frac{2}{5}+0=0+\frac{2}{5}=\frac{2}{5}$
المعكوس الجمعى	لكل عدد نسبى $\left(\frac{a}{b}\right)$ يقابله على خط الأعداد عدد نسبى $\left(\frac{-a}{b}\right)$ بحيث يكون ناتج جمعهما يساوى 0 ويقال إن كلًّا منهما معكوس جمعى للآخر. أى أن: $\frac{a}{b}+\left(\frac{-a}{b}\right)=\left(\frac{-a}{b}\right)+\left(\frac{a}{b}\right)=0$	المعكوس الجمعى للعدد النسبى $\left(\frac{1}{5}\right)$ هو $\left(\frac{-1}{5}\right)$ حيث: $\frac{1}{5}+\left(\frac{-1}{5}\right)=\left(\frac{-1}{5}\right)+\frac{1}{5}=0$

مثال 9 أوجد ناتج كل مما يأتى مستخدمًا خواص عملية جمع الأعداد النسبية:

1. $\frac{2}{9}+\frac{1}{4}+\frac{7}{9}+\left(-\frac{1}{4}\right)$
2. $\frac{-2}{7}+1+\frac{4}{14}$
3. $2\frac{1}{6}+0.3+\left(-\frac{1}{6}\right)$

الحل

1. $\frac{2}{9}+\frac{1}{4}+\frac{7}{9}+\left(-\frac{1}{4}\right)$
   إبدال ودمج: $=\left(\frac{2}{9}+\frac{7}{9}\right)+\left(\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{4}\right)\right)$
   معكوس جمعى: $=\frac{9}{9}+0$
   محايد جمعى: $=\frac{9}{9}=1$
2. $\frac{-2}{7}+1+\frac{4\div2}{14\div2}$
   إبدال ودمج ومعكوس جمعى: $=\left(\frac{-2}{7}+\frac{2}{7}\right)+1$
   محايد جمعى: $=0+1=1$
3. $2\frac{1}{6}+0.3+\left(-\frac{1}{6}\right)$
   إبدال ودمج: $=\left(2\frac{1}{6}+\left(-\frac{1}{6}\right)\right)+0.3$
   انغلاق: $=2+\frac{3}{10}=2\frac{3}{10}$

سؤال 6

أوجد ناتج كل مما يأتى مستخدمًا خواص جمع الأعداد النسبية:

1. $\frac{-3}{5}+\frac{2}{15}+\frac{8}{5}$
2. $\frac{-7}{4}+\frac{2}{5}+\frac{7}{4}$ (القاهرة 2025)
3. $1\frac{1}{4}+0.6+\left(\frac{-1}{4}\right)$
4. $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}+\frac{3}{5}+\frac{1}{4}$

تعلم 5 طرح الأعداد النسبية:

• عملية طرح $\frac{c}{d}$ من $\frac{a}{b}$ هى نفسها عملية جمع العدد $\frac{a}{b}$ مع المعكوس الجمعى للعدد $\frac{c}{d}$ ، فإذا كان: $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين

فإن: $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+\left(\frac{-c}{d}\right)$

فمثلًا: $\frac{7}{12}-\frac{5}{8}=\frac{7}{12}+\left(\frac{-5}{8}\right)=\frac{7\times2}{12\times2}+\frac{-5\times3}{8\times3}=\frac{14}{24}+\frac{-15}{24}=\frac{14+(-15)}{24}=\frac{-1}{24}$

• ويمكننا إيجاد الناتج دون خطوة تحويل عملية الطرح إلى عملية جمع كالآتى:

$\frac{7}{12}-\frac{5}{8}=\frac{7\times2}{12\times2}-\frac{5\times3}{8\times3}=\frac{14}{24}-\frac{15}{24}=\frac{14-15}{24}=\frac{-1}{24}$

مثال 10 أوجد ناتج كل مما يأتى:

1. $\frac{5}{7}-\frac{3}{7}$
2. $\frac{-2}{5}-\frac{6}{10}$
3. $\frac{3}{5}-\left(\frac{-1}{2}\right)$
4. $\frac{2}{3}-0.7$
5. $25\%-0.1\overline{6}$
6. $\left|-2\frac{1}{4}\right|-1\frac{5}{8}$

الحل

1. $\frac{5}{7}-\frac{3}{7}=\frac{5-3}{7}=\frac{2}{7}$
2. $\frac{-2}{5}-\frac{6}{10}=\frac{-2}{5}-\frac{3}{5}=\frac{-2-3}{5}=\frac{-5}{5}=-1$
3. حيث إن: (م.م.أ) للمقامين 5 ، 2 هو 10
   $\frac{3}{5}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{5}+\frac{1}{2}=\frac{6+5}{10}=\frac{11}{10}$
4. $\frac{2}{3}-0.7=\frac{2}{3}-\frac{7}{10}=\frac{20-21}{30}=\frac{-1}{30}$
5. $25\%-0.1\overline{6}=\frac{25}{100}-\frac{1}{6}=\frac{1\times3}{4\times3}-\frac{1\times2}{6\times2}=\frac{3}{12}-\frac{2}{12}=\frac{1}{12}$
6. $\left|-2\frac{1}{4}\right|-1\frac{5}{8}=2\frac{1}{4}-1\frac{5}{8}=2\frac{2}{8}-1\frac{5}{8}=\frac{18}{8}-\frac{13}{8}=\frac{5}{8}$

لاحظ أن

• قبل جمع وطرح عددين نسبيين يفضل كتابتهما أولًا فى أبسط صورة إن أمكن.
• عملية الطرح مغلقة فى مجموعة الأعداد النسبية ولكن ليست إبدالية وليست دامجة.

مثال 11

إذا كان: $a=\frac{5}{8}$ ، $b=-\frac{1}{3}$ ، $c=\frac{3}{8}$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتى:

1. $a+c$
2. $a-b$
3. $(b+c)-a$

الحل

1. $a+c=\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=\frac{8}{8}=1$
2. $a-b=\frac{5}{8}-\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{8}+\frac{1}{3}=\frac{(5\times3)+(8\times1)}{8\times3}=\frac{23}{24}$
   لاحظ أن: $-\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}$
3. $(b+c)-a=\left(-\frac{1}{3}+\frac{3}{8}\right)-\frac{5}{8}=\left(\frac{-8}{24}+\frac{9}{24}\right)-\frac{5}{8}=\frac{1}{24}-\frac{15}{24}=\frac{-14}{24}=\frac{-7}{12}$

س؟ سؤال 7

❶ أوجد ناتج كل مما يأتى:

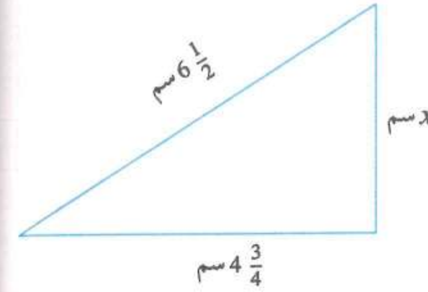
(أ) $2\frac{3}{7} - \frac{5}{7}$ (ب) $-3\frac{2}{3} - 2\frac{5}{6}$ (جـ) $35\% - |\frac{-3}{5}|$ (د) $0.36 - \frac{2}{25}$

❷ إذا كان: $x = \frac{-2}{9}$ ، $y = \frac{4}{9}$ فأوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

(أ) $2x + y$ (ب) $y - x$

مثال 12

إذا كان محيط المثلث المقابل 15 سم ، فأوجد قيمة x بالسنتيمتر:



الحل

محيط أى شكل هندسى = مجموع أطوال أضلاعه

أى أن:

$x + 6\frac{1}{2} + 4\frac{3}{4} = 15$

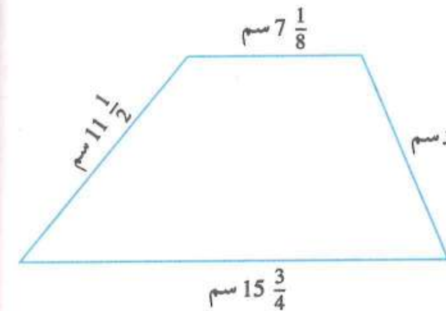
$x + 6\frac{2}{4} + 4\frac{3}{4} = 15$

$x + 10\frac{5}{4} = 15 \Rightarrow x + 11\frac{1}{4} = 15$

$x = 15 - 11\frac{1}{4} \Rightarrow x = 14\frac{4}{4} - 11\frac{1}{4} = 3\frac{3}{4}$

مثال 13

إذا كان محيط الشكل المقابل يساوى 41 سم ، فأوجد قيمة x بالسنتيمتر:



الحل

محيط أى شكل هندسى = مجموع أطوال أضلاعه

أى أن: $x + 15\frac{3}{4} + 7\frac{1}{8} + 11\frac{1}{2} = 41$

$x + 15\frac{6}{8} + 7\frac{1}{8} + 11\frac{4}{8} = 41$

$x + 33\frac{11}{8} = 41$

$x + 34\frac{3}{8} = 41$

أى أن: $x + 34\frac{3}{8} - 34\frac{3}{8} = 41 - 34\frac{3}{8}$

$x = 40\frac{8}{8} - 34\frac{3}{8} = 6\frac{5}{8}$

لاحظ أن

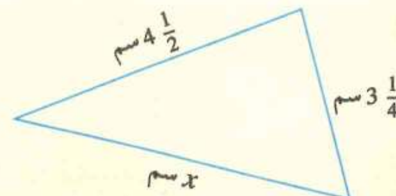
▸ $15\frac{3}{4} = 15\frac{6}{8}$ ، ▸ $11\frac{1}{2} = 11\frac{4}{8}$

▸ $41 = 40\frac{8}{8}$

نستخدم العملية العكسية لإيجاد المجهول فى المعادلات.

س؟ سؤال 8

إذا كان محيط المثلث المقابل 10سم ، فأوجد قيمة x





أسئلة الكتاب المدرسى ، أسئلة موقع الوزارة

مجموعة الأعداد النسبية والصور المختلفة للعدد النسبى:

1 أكمل بوضع (∉ ، ∈ ، ⊂ ، ⊄):

1 $\frac{12}{3}$ .... Z 2 $\frac{7}{3}$ .... Z 3 $\{\frac{9}{3}\}$ .... Q

4 Z .... Q 5 $|\frac{-3}{7}|$ .... Z_+ 6 $\{\frac{-2}{9}\}$ .... Q

7 0 .... Z_+ 8 $\frac{0}{7}$ .... Q 9 $\{\frac{-8}{2}\}$ .... N

2 ضع على صورة $\frac{a}{b}$ كلًا مما يأتى فى أبسط صورة:

1 $2\frac{1}{7}$ 2 0.4 3 0.15 4 45%

5 60% 6 $0.\overline{3}$ 7 $-1.\overline{3}$ 8 $0.\overline{63}$

3 اكتب عددين نسبيين كل منهما يساوى العدد:

1 $|\frac{-4}{5}|$ 2 $\frac{-2}{7}$ 3 $\frac{-3}{5}$

4 ضع فى أبسط صورة كلًا من الأعداد الآتية:

1 $\frac{20}{30}$ 2 $\frac{25}{45}$ 3 $\frac{-77}{121}$ 4 $\frac{27}{36}$

5 اكتب الأعداد النسبية الآتية على صورة عدد عشرى ، ثم اكتبها على صورة نسبة مئوية:

1 $\frac{1}{2}$ 2 $|\frac{-3}{8}|$ 3 $\frac{-3}{4}$ 4 $\frac{5}{8}$

5 $\frac{6}{125}$ 6 $\frac{-2}{5}$ 7 $|\frac{-12}{5}|$ 8 $1\frac{3}{10}$

6 اكتب الأعداد الآتية على صورة عدد عشرى دائر:

1 $\frac{1}{3}$ 2 $\frac{2}{11}$ 3 $\frac{8}{9}$ 4 $\frac{95}{333}$

5 $\frac{5}{33}$ 6 $\frac{35}{6}$ 7 $1\frac{7}{11}$ 8 $2\frac{5}{9}$

7 اختر الإجابة الصحيحة:

1 Z .... Q

(أ) ∈ (ب) ∉ (جـ) ⊂ (د) ⊄

2 $\frac{15}{3}$ .... Z

(أ) ∈ (ب) ∉ (جـ) ⊂ (د) ⊄

3 ...... = 0.3 (على صورة $\frac{a}{b}$)

(أ) $\frac{3}{10}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{5}{9}$ (د) $\frac{2}{9}$

4 ...... = $\left|\frac{-1}{3}\right|$

(أ) 30% (ب) $\frac{-1}{3}$ (جـ) 0.3 (د) $0.\bar{3}$

5 أى الكسور العشرية الآتية يكافئ $\frac{13}{5}$ ؟ ......

(أ) 2.4 (ب) 2.6 (جـ) 2.45 (د) 2.55

6 $\frac{3}{5}$ = ...%

(أ) 60 (ب) 54 (جـ) 45 (د) 35

7 ...... = $\frac{5}{11}$ (على صورة عدد عشرى دائر)

(أ) $0.\bar{4}5$ (ب) $0.\overline{45}$ (جـ) $0.\overline{454}$ (د) $0.4\bar{5}$

8 ...... = $0.\bar{5}$

(أ) 5% (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) $\frac{5}{9}$ (د) $\frac{4}{9}$

9 ...... = 0.75 (على صورة $\frac{a}{b}$)

(أ) 0.25 (ب) 3 (جـ) $\frac{5}{7}$ (د) $\frac{3}{4}$

جمع وطرح الأعداد النسبية:

8 باستخدام خط الأعداد أوجد ناتج كل مما يأتى:

1 $\frac{1}{6}+\frac{5}{6}$ 2 $\frac{3}{8}+\left(\frac{-5}{8}\right)$ 3 $\left(\frac{-4}{5}\right)+\left(\frac{2}{5}\right)$ 4 $\left(\frac{-1}{4}\right)+\left(\frac{-1}{3}\right)$

9 أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

1 $\frac{-2}{7}+\frac{5}{7}$ 2 $\frac{1}{4}+\left(\frac{-1}{3}\right)$ 3 $\frac{1}{2}+75\%$ 4 $\frac{1}{5}+60\%$

5 $\frac{-6}{9}+\left(\frac{-1}{6}\right)$ 6 $\left(\frac{-1}{4}\right)+0.2$ 7 $1\frac{2}{3}+2\frac{1}{3}$ 8 $2.2+2.\bar{2}$

9 $|-0.6|+20\%$ 10 $-12\frac{1}{2}+\left(-15\frac{2}{3}\right)$ 11 $-3.2+(-1.\bar{3})$ 12 $(-0.\bar{5})+\left(\frac{-4}{9}\right)$

10 أكمل ثم اكتب خاصية جمع الأعداد النسبية المستخدمة فى كل مما يأتى:

1 $\frac{2}{7}+\left(\frac{-3}{5}\right)$ = ... + $\frac{2}{7}$ (خاصية ......)

2 $\left(\frac{3}{7}+\frac{-1}{2}\right)+$ ...... = ... + $\left(\frac{-1}{2}+\frac{5}{6}\right)$ (خاصية ......)

3 $\frac{7}{8}+$ ...... = $\frac{7}{8}$ (خاصية ......)

4 $\frac{2}{7}+$ ...... = 0 (خاصية ......)

11 باستخدام خواص الجمع فى Q أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

1 $\frac{3}{7}+\frac{5}{8}+\left(\frac{-3}{7}\right)$ 2 $\frac{2}{5}+\frac{1}{2}+\frac{3}{5}$

3 $\frac{-3}{10}+\frac{4}{5}+\frac{3}{10}+\left(\frac{-1}{5}\right)$ 4 $\frac{-6}{7}+\frac{5}{4}+\left(\frac{-1}{7}\right)+\frac{3}{4}$ (القليوبية 2025)

5 $\frac{6}{5}+\frac{9}{7}+\left(\frac{-1}{5}\right)+\left(\frac{-2}{7}\right)$ 6 $\left(\frac{-4}{10}\right)+\frac{1}{4}+\frac{2}{10}+\left(\frac{-1}{4}\right)$

7 $\left(\frac{-3}{8}\right)+\frac{4}{7}+\frac{11}{8}+\left(\frac{-4}{7}\right)$ 8 $\left(\frac{-22}{3}\right)+\frac{24}{5}+\frac{7}{3}+\left(\frac{-14}{5}\right)$ (سوهاج 2025)

12 أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

1 $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$ 2 $2\frac{1}{2}-3\frac{1}{4}$ 3 $\left(\frac{-6}{7}\right)-\left(\frac{-2}{7}\right)$

4 $\frac{5}{9}-\frac{2}{3}$ 5 $0.18-25\%$ 6 $-0.1\bar{3}-(-0.\bar{3})$

7 $\left|\frac{-2}{3}\right|-\left(\frac{-1}{2}\right)$ 8 $7\frac{3}{5}-\left(-5\frac{1}{5}\right)$ 9 $4\frac{7}{10}-1\frac{3}{5}$

13 أوجد قيمة x:

1 إذا كان: $\frac{-5}{12}-\left(\frac{-7}{6}\right)=\frac{1}{6}+x$ 2 $\frac{2}{7}-\left(\frac{-11}{21}\right)=\frac{11}{21}-x$

14

1 أوجد باقى طرح: $\left(\frac{-1}{4}\right)$ من $\frac{3}{4}$

2 أوجد باقى طرح: $\left|\frac{-2}{9}\right|$ من $\left(\frac{-5}{9}\right)$

3 ما زيادة العدد: $\frac{-2}{5}$ عن العدد $\left(\frac{1}{5}\right)$؟

4 ما زيادة العدد: $\frac{2}{7}$ عن العدد $\left(\frac{-2}{7}\right)$؟

15 جمع أحمد العددين $\frac{1}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ كالتالى: $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}=\frac{1+3}{3+4}$

اكتشف الخطأ الذى فعله أحمد وصححه.

16 أوجد على صورة $\frac{a}{b}$ ، ناتج المعكوس الجمعى للعدد $\left|\frac{-5}{2}\right|$ مضافًا إليه المحايد الجمعى للأعداد النسبية.

17 اختر الإجابة الصحيحة:

1 العنصر المحايد الجمعى فى Q هو ......

(أ) −1 (ب) 1 (جـ) 0 (د) $\frac{1}{2}$

2 العدد النسبى الذى يساوى معكوسه الجمعى هو ......

(أ) 1 (ب) −1 (جـ) 0 (د) غير ذلك

3 الخاصية المستخدمة لإيجاد ناتج $\left(\frac{3}{5}+0\right)$ هى ......

(أ) الإبدال (ب) الدمج

(جـ) المحايد الجمعى (د) المعكوس الجمعى

4 $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=$ ....

(أ) $\frac{5}{4}$ (ب) 100% (جـ) 2 (د) $\frac{4}{8}$

5 $\frac{1}{2}+50\%=$ ....

(أ) 2 (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) 1 (د) $\frac{1}{4}$

6 $\frac{-3}{5}+\frac{2}{3}=$ ....

(أ) $\frac{-6}{15}$ (ب) $\frac{-1}{15}$ (جـ) $\frac{1}{15}$ (د) $\frac{-1}{8}$

7 $\frac{5}{7}+$ .... $=0$

(أ) $\frac{7}{5}$ (ب) $\frac{-7}{5}$ (جـ) $\frac{5}{7}$ (د) $\frac{-5}{7}$

8 المعكوس الجمعى للعدد $\frac{-1}{2}$ هو ....

(أ) -2 (ب) 0 (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) 2

9 المعكوس الجمعى للعدد $\left|\frac{-4}{3}\right|$ هو ....

(أ) $\frac{4}{3}$ (ب) $\frac{-4}{3}$ (جـ) $\frac{3}{4}$ (د) $\frac{3}{-4}$

10 المعكوس الجمعى للعدد $-\left|-\frac{3}{4}\right|$ هو ....

(أ) $\frac{-3}{4}$ (ب) $\frac{3}{4}$ (جـ) $\frac{4}{3}$ (د) $\frac{-4}{3}$

11 غاص دولفين من سطح الماء إلى عمق $3\frac{1}{4}$ متر، ثم غاص مسافة $2\frac{1}{2}$ متر أخرى؛ **فأى مما يأتى لا يعبر عن موقع الدولفين بالنسبة لسطح الماء؟**

(أ) $-3\frac{1}{4}+\left(-2\frac{1}{2}\right)$ (ب) $-3\frac{1}{4}+\left|-2\frac{1}{2}\right|$ (جـ) $-3\frac{1}{4}-2\frac{1}{2}$ (د) $-\left(3\frac{1}{4}+2\frac{1}{2}\right)$

12 إذا ارتفع سعر سهم إحدى الشركات المدرجة فى البورصة المصرية بمقدار 3.25 جنيه ثم تراجع سعره بمقدار 2.75 جنيه؛ **فأى مما يأتى يعبر عن التغير فى سعر السهم فى تلك اللحظة؟**

(أ) $-3.25+2.75$ (ب) $3.25-2.75$ (جـ) $3.25+2.75$ (د) $-3.25-2.75$

13 إذا كان $a+\frac{-1}{5}=0$ فإن: $a=$ .... (سوهاج 2025)

(أ) 0 (ب) $\frac{-1}{5}$ (جـ) 1 (د) $\frac{1}{5}$

14 $\frac{3}{7}-\frac{5}{7}=$ ....

(أ) $\frac{2}{7}$ (ب) $\frac{8}{7}$ (جـ) $\frac{-15}{49}$ (د) $\frac{-2}{7}$

15 $15\%-0.15=$ ....

(أ) 14.85 (ب) 0 (جـ) 15% (د) 15

16 إذا كان x هو المحايد الجمعى فى Q فإن قيمة $2x-3$ هى .... (القليوبية 2025)

(أ) 8 (ب) 2 (جـ) -3 (د) صفر

17 باقى طرح $\left(\frac{-1}{5}\right)$ من $\left(\frac{3}{5}\right)$ يساوى ....

(أ) $\frac{4}{5}$ (ب) $\frac{2}{5}$ (جـ) $\frac{-4}{5}$ (د) 1

18 باقى طرح $\frac{1}{7}$ من $\frac{8}{7}$ يساوى .... (الشرقية 2025)

(أ) $\frac{9}{7}$ (ب) 1 (جـ) $\frac{-9}{7}$ (د) -1

19 المعكوس الجمعى لباقى طرح $\left(\frac{3}{5}\right)$ من $\left(\frac{-2}{5}\right)$ يساوى ....

(أ) $\frac{-6}{5}$ (ب) -1 (جـ) $\frac{1}{5}$ (د) 1

20 زيادة 75% عن $\frac{1}{4}$ تساوى ....

(أ) 25% (ب) 30% (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) 70%

21 إذا كان $\left(a-\frac{1}{2}\right)$ معكوسًا جمعيًا للعدد 1 ، فإن: $a=$ ....

(أ) -1 (ب) $\frac{-1}{2}$ (جـ) 0 (د) $\frac{1}{2}$

18 أجب عما يأتى:

1 إذا كان $x=\frac{5}{8}$ ، $y=\frac{3}{8}$ ، $z=\frac{1}{8}$ **فأوجد قيمة:** $x+y+z$

2 إذا كان $a=\frac{5}{6}$ ، $b=\frac{-1}{3}$ ، $c=\frac{1}{2}$ **فأوجد قيمة:**

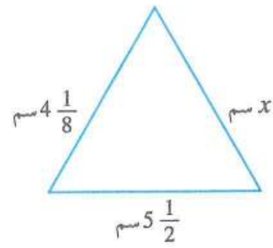
(أ) $(b+c)+a$ (ب) $(a-b)-c$

3 إذا كان $a=\frac{1}{2}$ ، $b=\frac{3}{2}$ ، $c=\frac{-1}{3}$ **فأوجد قيمة:**

(أ) $2a-3c+b$ (ب) $2c+4b-2a$ (جـ) $a+3b-2c$

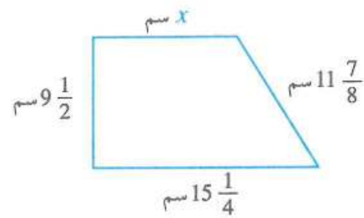
19 **إذا كان محيط المثلث المقابل يساوى 12 سم**

فأوجد قيمة x بالسنتيمترات.



20 **إذا كان محيط الشكل المقابل: يساوى 44 سم**

فأوجد قيمة x بالسنتيمتر.



تفكير إبداعى TIMSS

21 إذا صعدت سمكة قرش من عمق 152.5 متر تحت سطح البحر مسافة 124.1 متر؛ **فأين موقع سمكة القرش بالنسبة لسطح البحر بعد صعودها؟**

22 سباك لديه ماسورة طولها $64\frac{5}{8}$ ديسيمتر. يقطع السباك $2\frac{7}{8}$ ديسيمتر من نهاية الماسورة ثم يقطع $1\frac{3}{8}$ ديسيمتر إضافية؛ **ما طول الماسورة المتبقية بعد إجراء القطع الأخير؟**

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 $\frac{7}{20}$ = ... % (الجيزة 2025)

(أ) 140 (ب) 35 (جـ) 5 (د) 100

2 $\frac{1}{2}$ .... $\{1, 2\}$ (الشرقية 2025)

(أ) $\in$ (ب) $\notin$ (جـ) $\subset$ (د) $\not\subset$

3 المعكوس الجمعى للعدد $\frac{3}{5}$ هو .... (الشرقية 2025)

(أ) $\frac{5}{3}$ (ب) $\frac{-5}{3}$ (جـ) $\frac{-3}{5}$ (د) $\frac{3}{5}$

4 باقى طرح $\frac{-2}{5}$ من $\frac{-1}{5}$ يساوى .... (بنى سويف 2025)

(أ) 0.2 (ب) 0.4 (جـ) -0.2 (د) -0.6

5 إذا كان $0.1\,x = 10$ فإن : $x =$ ....

(أ) 10 (ب) 20 (جـ) 1 (د) 100

6 $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$ ....

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $-\frac{1}{4}$ (جـ) $\frac{3}{4}$ (د) $\frac{-3}{4}$

2 أكمل ما يأتى:

1 هاتف محمول ثمنه 2,000 جنيه وعليه خصم 20% يكون سعره بعد الخصم .... جنيه.

2 إذا كانت $\{7, 3, x\} = \{8, y, 7\}$، فإن قيمة $x + y$ تساوى ....

3 $\frac{25}{625} =$ .... فى (أبسط صورة)

3 أجب عما يأتى:

1 بالاستعانة بشكل ڤن المقابل؛ اكتب بطريقة السرد:

(أ) A ، B (ب) $A \cup B$ (جـ) $A \cap B$

A: •4 •5 •3 — B: •2 •1 •3

2 أراد رجل توزيع مبلغ قدره 48,000 جنيه بين ثلاثة أشخاص بنسبة 5 : 3 : 4 (القاهرة 2025)

أوجد نصيب كل شخص منهم.

3 استخدم خواص الجمع فى Q لإيجاد ناتج كل مما يأتى:

(أ) $\left(\frac{-3}{5}\right) + \frac{3}{4} + \frac{3}{5}$ (ب) $\left(\frac{-4}{6}\right) + \frac{1}{3} + \frac{2}{6} + \left(\frac{-1}{3}\right)$

4 ما زيادة العدد $\left(\frac{-5}{9}\right)$ عن العدد $\frac{1}{9}$ ؟

5 إذا كان $y = \frac{4}{7}$ ، $x = \frac{-3}{7}$ فأوجد قيمة : $2x + y$ فى أبسط صورة.

6 أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

(أ) $\left(\frac{5}{9} + \frac{1}{9}\right) \div 1\frac{1}{2}$ (ب) $-2.125 + 2.6 + \left(-7\frac{21}{24}\right)$

تابع مستواك ★★★★★ | أقل من 50 % ذاكر شرح الدرس مرة أخرى | 50 : 64 % حل تدريبات أكثر | 65 : 84 % حل امتحانات أكثر | 85 : 100 % ابحث وابتكر



فيديو الشرح

ذاكر الدرس 5 العمليات على الأعداد النسبية الجزء 2 (Operations on Rational Numbers)



ضرب وقسمة الأعداد النسبية (Multiplication and division of rational numbers)

نواتج التعلم

- أن يوجد الطالب حاصل ضرب عددين نسبيين.
- أن يوجد الطالب خارج قسمة عددين نسبيين (إن أمكن).
- أن يعرف الطالب خواص ضرب وقسمة الأعداد النسبية.
- أن يطبق الطالب خواص العمليات الحسابية فى حل تمارين الأعداد النسبية.

مفردات أساسية: – المعكوس الضربى (Multiplicative Inverse)

فكر وناقش:

- إذا كان لدى ماجدة مقادير نصف كعكة ثم قامت بمضاعفتها مرتين ، فكم سيكون لديها؟
- إذا كان لديك $\frac{3}{4}$ لتر من العصير وقررت أن تشاركه بالتساوى بين شخصين، فكم سيحصل كل شخص؟



فى حياتنا اليومية نتعامل مع الكميات والأجزاء بشكل مستمر. عندما نضاعف كمية معينة أو نوزعها بالتساوى فإننا نستخدم عمليات الضرب والقسمة.

تعلم 1 عملية ضرب الأعداد النسبية:

• إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

• فمثلاً: $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$



لاحظ أن: يجب وضع جميع الأعداد فى صورة $\frac{a}{b}$ قبل إجراء العملية.

مثال 1 أوجد ناتج كل مما يأتى:

1. $\frac{5}{2} \times \frac{4}{9}$
2. $\frac{-1}{3} \times 3\frac{3}{5}$
3. $0.3 \times \left(\frac{-4}{9}\right)$
4. $\frac{-3}{7} \times (-0.\overline{7})$
5. $\left|\frac{-2}{5}\right| \times \left(\frac{-15}{18}\right)$
6. $25\% \times 2\frac{1}{2}$

الحل

1. $\frac{5}{2} \times \frac{4}{9} = \frac{20 \div 2}{18 \div 2} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$

حل آخر: $\frac{\cancel{5}}{\cancel{2}_1} \times \frac{\cancel{4}^2}{9} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$

2. $\frac{-1}{3} \times 3\frac{3}{5} = \frac{-1}{3} \times \frac{18}{5} = \frac{-18 \div 3}{15 \div 3} = \frac{-6}{5} = -1\frac{1}{5}$

حل آخر: $\frac{-1}{3} \times 3\frac{3}{5} = \frac{-1}{3} \times \left(3 + \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{-1}{3}\right) \times (3) + \left(\frac{-1}{3}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) = -1 + \left(\frac{-1}{5}\right) = -1\frac{1}{5}$

3. $0.3 \times \left(\frac{-4}{9}\right) = \frac{3}{10} \times \left(\frac{-4}{9}\right) = \frac{3 \times (-4)}{10 \times 9} = \frac{-12 \div 6}{90 \div 6} = \frac{-2}{15}$

حل آخر: $0.3 \times \left(\frac{-4}{9}\right) = \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{10}_5} \times \left(\frac{\cancel{-4}^{-2}}{\cancel{9}_3}\right) = \frac{-2}{15}$

4. $\frac{-3}{7} \times (-0.\overline{7}) = \frac{\cancel{-3}^{-1}}{\cancel{7}_1} \times \frac{\cancel{-7}^{-1}}{\cancel{9}_3} = \frac{1}{3}$

لاحظ أن: $0.\overline{7} = \frac{7}{9}$ بينما $0.7 = \frac{7}{10}$

5. $\left|\frac{-2}{5}\right| \times \left(\frac{-15}{18}\right) = \frac{2}{5} \times \left(\frac{-15}{18}\right) = \frac{2 \times (-15)}{5 \times 18} = \frac{-30}{90} = \frac{-1}{3}$

حل آخر: $\left|\frac{-2}{5}\right| \times \left(\frac{-15 \div 3}{18 \div 3}\right) = \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{5}_1} \times \left(\frac{\cancel{-5}^{-1}}{\cancel{6}_3}\right) = \frac{-1}{3}$

6. $25\% \times 2\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{8}$

لاحظ أن: $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

سؤال 1
أوجد ناتج كل مما يأتى:

1. $\frac{4}{3} \times \frac{6}{7}$
2. $\frac{2}{10} \times \frac{-3}{5}$
3. $-3\frac{1}{4} \times \left(-1\frac{1}{2}\right)$
4. $6\frac{1}{2} \times \frac{2}{13}$
5. $-40\% \times 3\frac{1}{2}$
6. $-\frac{3}{5} \times (-0.8\overline{3})$

خواص عملية ضرب الأعداد النسبية

• إذا كان: $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ ، $\frac{f}{g}$ ثلاثة أعداد نسبية فإن عملية ضرب الأعداد النسبية لها الخواص التالية:

الخاصية	استخدام الرموز	مثال
الانغلاق	حاصل ضرب أى عددين نسبيين هو عدد نسبى $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \in Q$	$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$ حيث: $\frac{1}{3} \in Q$ ، $\frac{2}{5} \in Q$ ، $\frac{2}{15} \in Q$
الإبدال	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$	$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$
الدمج	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{f}{g} = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{f}{g} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{f}{g}\right)$	$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{5}{4} = \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}\right) \times \frac{5}{4} = \frac{2}{15} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ $= \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{5} \times \frac{5}{4}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{10}{20} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$
المحايد الضربى	الواحد الصحيح هو العنصر المحايد الضربى فى Q $\frac{a}{b} \times 1 = 1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$	$\frac{2}{5} \times 1 = 1 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$
المعكوس الضربى	المعكوس الضربى للعدد النسبى $\frac{a}{b}$ (حيث $a \neq 0$) هو $\frac{b}{a}$ أى أن: $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$	المعكوس الضربى للعدد النسبى $\frac{2}{5}$ هو $\frac{5}{2}$ لأن: $\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$
توزيع الضرب على الجمع والطرح	$\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \pm \frac{f}{g}\right) = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \pm \left(\frac{a}{b} \times \frac{f}{g}\right)$	$\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{5} + \frac{5}{4}\right) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{5}{4}\right)$ $= \frac{2}{15} + \frac{5}{12} = \frac{(2 \times 12) + (5 \times 15)}{15 \times 12}$ $= \frac{99}{180} = \frac{11}{20}$

مثال 2 باستخدام خاصية التوزيع أوجد ناتج كل مما يأتى:

1. $\frac{7}{11} \times 4 + \frac{7}{11} \times 5 + \frac{7}{11} \times 2$ (القاهرة 2025)
2. $\frac{1}{2} \times 13 + \frac{1}{2} \times 8 - \frac{1}{2}$ (الدقهلية 2025)

الحل

1. $\frac{7}{11} \times 4 + \frac{7}{11} \times 5 + \frac{7}{11} \times 2 = \frac{7}{11} \times (4 + 5 + 2) = \frac{7}{11} \times 11 = 7$

2. $\frac{1}{2} \times 13 + \frac{1}{2} \times 8 - \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \times (13 + 8 - 1) = \frac{1}{2} \times 20 = 10$

لاحظ أن:
- عند ضرب الصفر فى أى عدد نسبى يكون حاصل الضرب يساوى صفرًا.
- لا يوجد معكوس ضربى للعدد صفر؛ لأن القسمة على صفر ليس لها معنى.

سؤال 2
باستخدام خاصية التوزيع أوجد ناتج كل مما يأتى:

1. $\frac{3}{7} \times 5 + \frac{3}{7} \times 8 + \frac{3}{7}$ (المنوفية 2025)
2. $\frac{9}{7} \times 2 + \frac{9}{7} \times 3 + \frac{9}{7} \times 2$ (الشرقية 2025)

تعلم 2 عملية قسمة الأعداد النسبية :

• تعرف عملية قسمة الأعداد النسبية على أنها الضرب فى المعكوس الضربى للمقسوم عليه، فإذا كان: $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين ، $\frac{c}{d} \neq 0$

فإن: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ فمثلًا: $\frac{5}{6} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{6} \times \frac{4}{3} = \frac{10}{9}$

مثال 3 أوجد خارج قسمة كل مما يأتى:

1) $-\frac{3}{7} \div \frac{9}{28}$ 2) $0.\overline{63} \div \frac{4}{11}$ 3) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \div \left(-2\frac{1}{4}\right)$

الحل

1) $-\frac{3}{7} \div \frac{9}{28} = -\frac{3}{7} \times \frac{28}{9} = \frac{-4}{3} = -1\frac{1}{3}$

2) $0.\overline{63} \div \frac{4}{11} = \frac{7}{11} \div \frac{4}{11} = \frac{7}{11} \times \frac{11}{4} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

3) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \div \left(-2\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{1}{3} \times -\frac{1}{3}\right) \div \left(-2\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{9} \div \left(-\frac{9}{4}\right) = \frac{1}{9} \times -\frac{4}{9} = \frac{-4}{81}$

مثال 4 يريد أحد متسلقى الجبال الصعود إلى قمة جبل ارتفاعه 1.2 كيلو متر عن سطح الأرض، فإذا صعد $\frac{3}{4}$ ارتفاع الجبل، فما عدد الكيلومترات المتبقية حتى يبلغ قمة الجبل؟

الحل

• المسافة التى صعدها متسلق الجبال = $\frac{9}{10}$ كيلومتر (لأن: $\frac{3}{4} \times 1.2 = \frac{3}{4} \times \frac{12}{10} = \frac{9}{10}$)

• عدد الكيلومترات المتبقية حتى يبلغ قمة الجبل = $\frac{3}{10}$ كيلومتر (لأن: $1.2 - \frac{9}{10} = \frac{12}{10} - \frac{9}{10} = \frac{3}{10}$)

مثال 5 إذا كان: $a = \frac{1}{3}$ ، $b = \frac{5}{6}$ فأوجد فى أبسط صورة القيمة العددية للمقدار $\frac{a+b}{a-b}$

الحل

$\frac{a+b}{a-b} = (a+b) \div (a-b) = \left(\frac{1}{3}+\frac{5}{6}\right) \div \left(\frac{1}{3}-\frac{5}{6}\right)$

$= \left(\frac{2}{6}+\frac{5}{6}\right) \div \left(\frac{2}{6}-\frac{5}{6}\right) = \frac{7}{6} \div \frac{-3}{6} = \frac{7}{6} \times \frac{6}{-3} = \frac{-7}{3} = -2\frac{1}{3}$

مثال 6 طريق زراعى طوله $7\frac{1}{2}$ كيلومتر، يراد وضع أعمدة إنارة كل 0.3 كيلومتر، كم عمودًا يمكن وضعه فى هذا الطريق؟ «علمًا بأن بداية الطريق مضاءة ولا تحتاج لعمود إنارة»

الحل

عدد الأعمدة التى يمكن وضعها = 25 عمودًا (لأن: $7\frac{1}{2} \div 0.3 = \frac{15}{2} \div \frac{3}{10} = \frac{15}{2} \times \frac{10}{3} = 25$)

س؟ سؤال 3

1 أوجد ناتج: (أ) $2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{4}$ (ب) $35\% \div \frac{5}{7}$ (جـ) $\left(\frac{-1}{2}\right)^2 \div \left(-3\frac{3}{4}\right)$

2 إذا كان: $a = \frac{3}{5}$ ، $b = \frac{2}{3}$ فأوجد القيمة العددية للمقدار $(a \times b) + (a \div b)$

3 اشترى تاجر فاكهة $17\frac{1}{2}$ طن من البرتقال، تلف منها $1\frac{1}{4}$ طن، ووزع باقى كمية البرتقال على 5 مخازن بالتساوى لحفظها، فكم طنًا من البرتقال فى كل مخزن؟



أسئلة الكتاب المدرسى ، أسئلة موقع الوزارة

عملية ضرب الأعداد النسبية:

1 أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

1) $\frac{3}{6} \times \frac{5}{2}$ 2) $\frac{4}{3} \times \frac{6}{7}$ 3) $\frac{-1}{6} \times \frac{4}{3}$

4) $\left(\frac{-3}{7}\right) \times \left(\frac{-1}{9}\right)$ 5) $\left(\frac{-42}{27}\right) \times \frac{3}{7}$ 6) $1\frac{2}{3} \times \frac{8}{15}$ (الجيزة 2025)

7) $\frac{1}{2} \times 6\frac{2}{7}$ 8) $\left(2\frac{1}{2}\right) \times \frac{16}{5}$ 9) $\left|-1\frac{3}{4}\right| \times \left(-2\frac{2}{7}\right)$

10) $\left|-\frac{1}{2}\right| \times \left|\frac{-5}{3}\right|$ 11) $\left|-0.\overline{6}\right| \times 2\frac{2}{3}$ 12) $-0.\dot{4} \times (-30\%)$

2 أكمل ثم اكتب خاصية الضرب المستخدمة فى كل مما يأتى:

1) $\frac{2}{3} \times .... = \frac{2}{3}$ (خاصية ....)

2) $\frac{5}{6} \times .... = 1$ (خاصية ....)

3) $\left(\frac{3}{8} \times \frac{2}{9}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{3}{8} \times \left(........ \times ....\right)$ (خاصية ....)

4) $\frac{3}{4} \times \left(\frac{7}{8} + ...\right) = ... \times \frac{7}{8} + ... \times \frac{1}{2}$ (خاصية ....)

3 استخدم خاصية التوزيع لإيجاد ناتج كل مما يأتى:

1) $5 \times \frac{5}{7} + 2 \times \frac{5}{7}$ (القليوبية 2025) 2) $\frac{23}{25} \times 30 - \frac{23}{25} \times 5$

3) $\frac{7}{13} \times 5 + \frac{7}{13} \times 6 + \frac{7}{13} \times 2$ (القاهرة 2025) 4) $\frac{3}{8} \times 3 + \frac{3}{8} \times 9 - \frac{3}{8} \times 4$

5) $6 \times \frac{3}{11} + 4 \times \frac{3}{11} + \frac{3}{11}$ (سوهاج 2025) 6) $\frac{7}{9} \times 4 + \frac{7}{9} \times 6 + \left(\frac{-7}{9}\right)$

7) $\frac{6}{7} \times \left(\frac{-1}{2}\right) + \frac{2}{5} \times \frac{6}{7} - \frac{6}{7} \times \frac{3}{5}$ 8) $\frac{7}{12} \times \frac{23}{45} + \frac{17}{12} \times \frac{23}{45} - 2 \times \frac{23}{45}$

عملية قسمة الأعداد النسبية:

4 أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

1) $\frac{3}{5} \div \frac{7}{3}$ 2) $\frac{6}{7} \div \frac{3}{14}$ (القليوبية 2025) 3) $\frac{-2}{3} \div \frac{4}{9}$ (القليوبية 2025)

4) $\frac{-4}{5} \div 4\frac{2}{5}$ 5) $-3\frac{1}{2} \div \frac{2}{7}$ 6) $-4\frac{1}{2} \div 2$

7) $\frac{3}{5} \div \left(\frac{-9}{15}\right)$ 8) $0.4 \div \frac{2}{5}$ 9) $\frac{-2}{7} \div \frac{2}{7}$

10 $-3\frac{1}{2} \div (2\frac{1}{4})$

11 $(\frac{3}{8} + (\frac{-1}{8})) \div \frac{1}{4}$

12 $(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}) \div \frac{9}{4}$

13 $(\frac{3}{4}\div\frac{1}{6}) \div 2\frac{5}{6}$

14 $(\frac{1}{5}\div\frac{9}{35}) \times (\frac{-3}{7})$

15 $(3\frac{3}{16}\div\frac{17}{8}) \times (\frac{2}{3}\div(\frac{-7}{5}))$

5 اختر الإجابة الصحيحة:

1 المحايد الضربى فى Q هو .... (القليوبية 2025)

(أ) 1 (ب) -1 (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) 0

2 أى المقادير الآتية له نفس ناتج ضرب $\frac{8}{3}\times\frac{-3}{8}$ ؟

(أ) $2\frac{1}{4}\times\frac{4}{9}$ (ب) $\frac{-2}{5}\times3\frac{1}{2}$ (جـ) $\frac{-1}{4}\times(-4)$ (د) $2\frac{1}{2}-3.5$

3 المعكوس الضربى للعدد $\frac{3}{5}$ هو .... (القاهرة 2025)

(أ) $\frac{5}{3}$ (ب) $\frac{-5}{3}$ (جـ) $\frac{-3}{5}$ (د) $\frac{3}{5}$

4 المعكوس الضربى للعدد 0.7 هو .... (القاهرة 2025)

(أ) $\frac{7}{10}$ (ب) $\frac{10}{7}$ (جـ) $\frac{9}{7}$ (د) $\frac{7}{9}$

5 المعكوس الضربى للعدد 0.25 هو .... (الدقهلية 2025)

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) 4 (د) 25

6 المعكوس الضربى للعدد $-3\frac{1}{2}$ هو .... (كفر الشيخ 2025)

(أ) $\frac{-7}{2}$ (ب) $2\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{-2}{7}$ (د) $\frac{2}{7}$

7 ناتج $2\frac{3}{5}\times\frac{5}{13}$ يساوى .... (القليوبية 2025)

(أ) 2 (ب) $\frac{3}{13}$ (جـ) $\frac{2}{5}$ (د) 1

8 $\frac{4}{9}\times6+\frac{4}{9}\times12=$ .... (سوهاج 2025)

(أ) 8 (ب) 12 (جـ) 27 (د) 36

9 أى من العمليات الآتية لها نفس ناتج $2\frac{2}{3}\div(-1\frac{3}{7})$ ؟

(أ) $2\frac{2}{3}\times(-1\frac{7}{3})$ (ب) $2\frac{2}{3}\times1\frac{3}{7}$ (جـ) $-2\frac{2}{3}\times\frac{7}{10}$ (د) $-1\frac{3}{7}\times2\frac{2}{3}$

10 إذا كانت $a\div\frac{-6}{7}=-1$ فإن a تساوى ....

(أ) $\frac{6}{7}$ (ب) $\frac{-6}{7}$ (جـ) $\frac{7}{6}$ (د) $\frac{-7}{6}$

6 أكمل ما يأتى:

1 من خواص عملية القسمة فى Q أنها ليست .... وليست ....

2 عملية .... ليست مغلقة فى مجموعة الأعداد النسبية.

3 العدد النسبى الذى ليس له معكوس ضربى هو ....

4 $2\frac{1}{5}\times ...... = 1$

5 $\frac{3}{7}\times ...... = -1$

6 الخاصية المستخدمة فى إجراء العملية $1\times\frac{2}{7}=\frac{2}{7}$ هى خاصية ....

7 المعكوس الضربى للعدد $0.\overline{3}$ هو ....

8 المعكوس الضربى للعدد $(\frac{1}{2})^2$ هو ....

9 $\frac{-16}{9}\times(\frac{-3}{4}) = ...$

10 $\frac{1}{2}\times(3+\frac{1}{5})=\frac{1}{2}\times ..... + ... \times\frac{1}{5}$

11 $\frac{4}{5}\div\frac{3}{7}=......$

12 $\frac{1}{4}\div25\%=......$

13 $|\frac{-7}{8}|\div\frac{1}{4}=......$

14 $3\frac{1}{2}\div1\frac{3}{4}=......$

15 $2\times a=\frac{2}{5}$ فإن: $a=......$

16 إذا كان: $\frac{a}{b}=70$ فإن: $\frac{a}{2b}=......$

17 إذا كان: $\frac{3}{5}\times a=0.6$ فإن: $a=......$

18 إذا كان: $\frac{3}{7}a=42$ ، فإن: $\frac{5}{7}a=......$

19 $\frac{2}{3}\times......=\frac{1}{9}$

20 $\frac{7}{8}\div......=\frac{1}{2}$

21 $......\div\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

22 إذا كان: $x=1\frac{1}{3}$ ، $y=\frac{-4}{3}$ فإن المعكوس الضربى للعدد $(x\div y)$ هو ....

7 إذا كانت $a=\frac{1}{3}$ ، $b=-6$ ، فأوجد قيمة: (الشرقية 2025)

(أ) $a+b$ (ب) ab

8 إذا كانت $b=\frac{-3}{4}$ ، $a=\frac{1}{2}$ ، فأوجد فى أبسط صورة قيمة: $ab-\frac{1}{3}$

9 إذا كان: $b=\frac{1}{4}$ ، $a=\frac{1}{3}$ ، فأوجد فى أبسط صورة قيمة المقدار: $(a+b)\div(a-b)$

10 إذا كانت $a=\frac{3}{2}$ ، $b=\frac{-1}{4}$ ، $c=-2$ ، فأوجد: $(a+b)\div(b-c)$

11 إذا كانت $x=\frac{1}{3}$ ، $y=\frac{-3}{4}$ ، $z=8$ ، فأوجد: xyz

12 إذا كانت $z = \frac{1}{6}$ ، $y = \frac{-1}{4}$ ، $x = \frac{3}{2}$ ، فأوجد فى أبسط صورة قيمة: $(x \div y) \times z$

13 ما العدد النسبى الذى إذا ضُرب فى $\frac{-15}{56}$ كان الناتج $\frac{-5}{7}$ ؟

14 ما العدد الذى إذا قُسم على $\frac{2}{3}$ كان الناتج $\frac{-1}{5}$ ؟

15 عددان صحيحان حاصل ضربهما (-25)، ومجموعهما = صفر؛ فما العددان؟

16 أوجد على صورة $\frac{a}{b}$ ناتج المعكوس الجمعى للعدد $\left|\frac{-4}{3}\right|$ مضافًا إليه المحايد الضربى للأعداد النسبية.

17 إذا كان حاصل ضرب عددين نسبيين هو $\frac{8}{15}$ وكان أحد العددين $\frac{-4}{5}$ ؛ فما العدد الآخر؟

18 إذا كان حاصل ضرب عددين نسبيين هو $\frac{-3}{10}$ وكان أحد العددين هو $\frac{-2}{5}$ ؛ فما المعكوس الضربى للآخر؟

19 إذا كان حاصل ضرب عددين نسبيين هو $\frac{-16}{9}$ ، وكان أحد العددين هو $\frac{-4}{3}$ فما العدد الآخر؟

تفكير إبداعى TIMSS

20 إذا كان: $c + a = \frac{1}{2}$ ، $b + c = \frac{3}{4}$ ، $a + b = \frac{5}{4}$ فأوجد قيمة كل مما يأتى:

1 $a + b + c$ 2 $a - c$ 3 $a - b$

21 أحد متسلقى الجبال يتسلق جبلًا ارتفاعه $1\frac{1}{2}$ كيلومتر عن سطح الأرض؛ فكم يكون ارتفاعه عن سطح الأرض عند صعوده $\frac{2}{3}$ ارتفاع الجبل؟

22 يبلغ طول قطعة قماش $7\frac{1}{2}$ متر يراد تقسيمها إلى عدد من القطع؛ طول كل منها 30 سم؛ ما عدد القطع الناتجة؟

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كانت الأعداد 30 , 20 , 6 , x متناسبة فإن x تساوى ....

(أ) 2   (ب) 4   (جـ) 6   (د) 8

2 إذا كان سعر منتج يزيد بنسبة ثابتة 5% شهريًا عن سعره الأساسى، فكم يكون سعره بعد شهرين إذا كان سعره الأساسى 1,000 جنيه؟

(أ) 1,025   (ب) 1,050   (جـ) 1,100   (د) 1,010

3 ما المعكوس الضربى للعدد $2\frac{1}{2}$ ؟ (سوهاج 2025)

(أ) $\frac{-2}{5}$ (ب) $\frac{2}{5}$ (جـ) $\frac{5}{2}$ (د) $\frac{-5}{2}$

4 إذا كانت $X = \{2 , 4 , 6 , 8\}$ ، $Y = \{4 , 8 , 12\}$ فأى مما يلى يمثل $X \cap Y$ ؟

(أ) $\{2 , 6\}$ (ب) $\{4 , 8\}$ (جـ) $\{4 , 6 , 8 , 12\}$ (د) $\{2 , 4 , 6 , 8 , 12\}$

2 أكمل ما يأتى:

1 ناتج جمع العدد 3 مع معكوسه الجمعى يساوى ....

2 إذا تم تقسيم قطعة أرض طولها 120 مترًا بنسبة 4 : 3 : 2 فإن طول الجزء الأكبر هو .... متر.

3 إذا كان $x = 8$ ، $y = 4$ وكانت العلاقة بينهما $x \div y = n$ فإن قيمة n تساوى ....

4 إذا كان الطول فى الرسم 3 سم والطول الحقيقى 12 مترًا فإن مقياس الرسم = ... : ....

3 أجب عما يأتى:

1 إذا كان طول قطعة قماش 45 مترًا، وتم قطع 30% منها، فكم يبلغ الطول المتبقى؟

2 أوجد ناتج كل مما يأتى: (القليوبية 2025)

(أ) $20\% - 0.18$ (ب) $\left(\frac{-3}{2}\right) + \frac{13}{5}$

(جـ) $\frac{3}{8} \times 0.4$ (د) $(-72) \div (-9)$

3 إذا كانت $A = \{1 , 2 , 3 , 4\}$ ، $B = \{4 , 5 , 6\}$ ؛ فأوجد: $A \cap B$ ، $A \cup B$

4 إذا كان سعر جهاز إلكترونى 4,000 جنيه وتم تخفيضه بنسبة 20% ؛ **فأوجد سعره بعد التخفيض.**

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 أى من مقاييس الرسم التالية يكافئ أن «كل 1 سم فى الرسم يمثل 6.5 كم فى الحقيقة»؟

(أ) 1:6,500,000 (ب) 1:6.5 (جـ) 1:650,000 (د) 1:6,500

2 إذا كانت $x \notin \{2 , 5 , 7\}$ ، فأى مما يأتى يمكن أن تساويه x؟

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 5 (د) 7

3 أى مما يلى يساوى $\frac{3}{5} + \frac{-2}{3}$ ؟

(أ) $\frac{1}{8}$ (ب) $\frac{1}{15}$ (جـ) $\frac{-6}{15}$ (د) $\frac{-1}{15}$

4 تم تقسيم قطعة أرض مساحتها 63 فدانًا بين شخصين بنسبة 5 : 4 فأى مما يلى يمثل نصيب أحدهما بالفدان؟

(أ) 9 (ب) 45 (جـ) 28 (د) 30

2 أكمل ما يأتى:

1 إذا كانت $\frac{14}{x} = \frac{y}{7}$ فإن $xy = $ ....

2 إذا كانت $A = \{0 , 8 , 7\}$ فإن عدد المجموعات الجزئية من المجموعة A يساوى ....

3 قام هشام بتعبئة 100 كرتونة فى 2.5 ساعة، فإن الزمن اللازم لتعبئة 160 كرتونة إذا عمل وفق نفس المعدل هو .... ساعة.

4 إذا كان 13,500 سائح يمثلون 12% من إجمالى عدد السائحين، فإن عدد السائحين الكلى يساوى .... سائح.

3 أجب عما يأتى:

1 إذا كانت $A = \{1 , 5 , 3 , 7\}$ ، $B = \{1 , 2 , 5 , 9\}$ **فأوجد** $A \cap B$, $A \cup B$

2 اشترى علاء تليفونًا محمولًا بسعر 6,750 جنيهًا وباعه بسعر 7,776 جنيهًا؛ **أوجد النسبة المئوية لمكسب علاء.**

3 **اكتشف الخطأ وقم بالتصويب:**

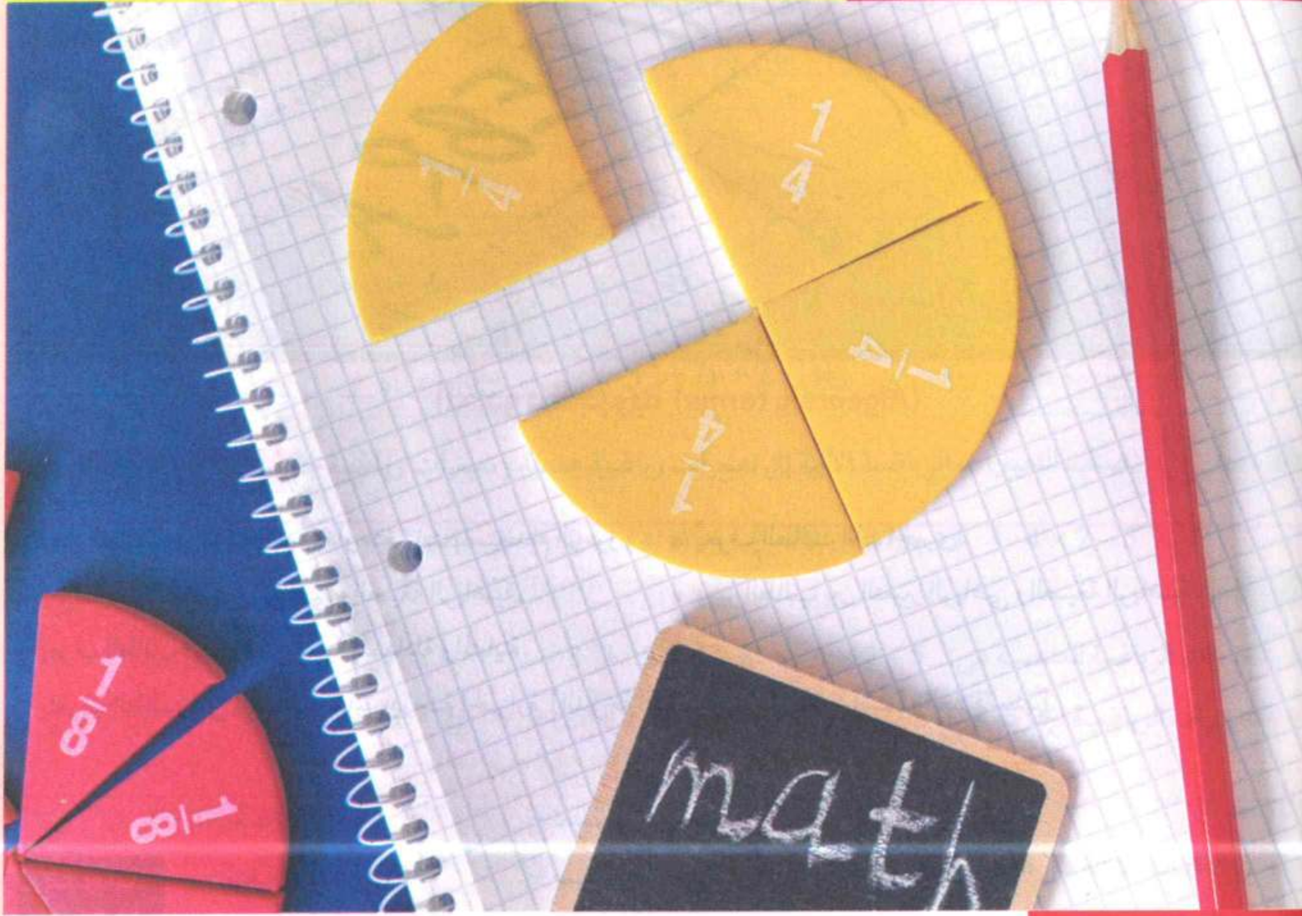
(أ) $-8 - (-3) = -11$ (ب) $\frac{-5}{3} \times \frac{9}{15} = 1$

(جـ) $\frac{5}{8} + \frac{-3}{7} = \frac{2}{15}$ (د) $48 \div (-8) = 6$

4 إذا كانت نسبة التكبير لصورة حشرة هى 30:1 وكان طول الحشرة الحقيقى $2\frac{1}{2}$ مم ؛

فأوجد طول الحشرة فى الصورة بالسنتيمترات.

الوحدة الثانية 2 الجبـــر



دروس الوحـــدة

التكنولوجيـا الرقميـة ومجـال الجبر بينهمـا علاقـة تبادليـة؛ فتطـور أحدهمـا يؤثـر علـى الآخـر، فتسـاعد التكنولوجيـا علـى خلـق بيئـات تعلـم افتراضيـة، كمـا يمكـن استخـدام البرمجيـات لحـل المعادلات الجبرية.

- **فهـل يمكـن تطويـر تطبيقـات التكنولوجيـا الرقميـة لحـل المزيـد من المعادلات الجبرية المعقدة؟**

القضايا والمهارات الحياتية:
- التواصل الرياضى.
- الفهم الرياضى.
- التفكير الإبداعى.
- التنمية المستدامة.

القيم:
- الاحترام.
- العمل.
- الانتماء.
- احترام الآخر.

ذاكر

الدرس 1

التعبيرات والصيغ الرياضية الجزء 1

(Mathematical Expressions and formulas)

فيديو الشرح





الحدود الجبرية (Algebraic terms)

نواتج التعلم

- يعبر الطالب عن أعداد مجهولة أو متغيرات باستخدام الرموز.
- يُعرف الطالب الحد الجبرى.
- يُعرف الطالب التعبير الرياضى والصيغة الرياضية.
- يميز الطالب بين التعبير الرياضى والصيغة الرياضية.
- يُعرف الطالب الصيغة الرياضية للمعادلة والمتباينة.
- يتعرف الطالب على وحدات قياس درجة الحرارة [الدرجة المئوية – درجة الفهرنهايت] والعلاقة بينهما.

مفردات أساسية

- حد (Term)
- متغير (Variable)
- ثابت (Constant)
- متباينة (Inequality)
- تعبير رياضى (Mathematical Expression)
- صيغة رياضية (Mathematical Formula)
- معادلة (Equation)
- معامل (Coefficient)

فكر وناقش

1 الصيغة الرياضية $C = (F - 32) \times \frac{5}{9}$

تمثل العلاقة بين درجة الحرارة بالفهرنهايت (°F) ودرجة الحرارة المئوية (°C)،

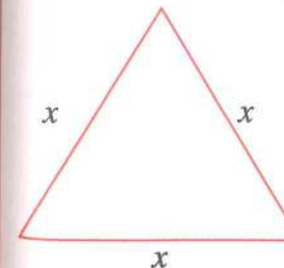
احسب درجة الحرارة بالفهرنهايت إذا كانت درجة الحرارة المئوية $35°C$



2 الشكل المقابل يوضح مثلثًا متساوى الأضلاع طول ضلعه x ،

أى من التعبيرات الآتية يمثل محيط المثلث؟

($x+3$ ، x^3 ، $3x$ ، $\frac{3}{2}x$)



تعلم 1 استخدام الرموز لتمثيل أعداد مجهولة أو متغيرات:

- **التعبير الرياضى:** هو جملة أو صيغة رياضية تحتوى على أعداد أو رموز وعمليات رياضية مثل: (+ ، − ، × ، ÷)

أولا تعبير رياضى عددى

- هو ما يتكون من عدد (ثابت) أو أعداد ثابتة بينها إحدى علامات العمليات الحسابية (+ ، − ، × ، ÷)

مثل: $4 + 8$ أو $4 \times (6 - 3)$ أو $13 - 4 \times (2 - 8)$

ثانيا تعبير رياضى جبرى

- هو ما يتكون من (متغير أو أكثر) أو (أعداد ومتغيرات) بينها إحدى علامات العمليات الحسابية (+ ، − ، × ، ÷)

مثل: ab أو $2 \times C$ أو $\frac{x}{4}$ أو $y^2 - 7y + 2$

لاحظ أن

- الثابت هو عدد بدون أى متغيرات.
- المتغير هو رمز يستخدم لتمثيل قيمة أو كمية مجهولة مثل: x أو y

مثال 1 صنف التعبيرات الرياضية الآتية إلى تعبيرات رياضية عددية وتعبيرات رياضية جبرية:

$4 \times 2 - 5$ ، $7m - 1$ ، $\frac{z}{5} + 9$ ، $9(2x + 1)$ ، $3 + 4 - 2$ ، 8 ، $3x + 2y$

الحل

- التعبيرات الرياضية العددية هى: $4 \times 2 - 5$ ، $3 + 4 - 2$ ، 8
- التعبيرات الرياضية الجبرية هى: $7m - 1$ ، $\frac{z}{5} + 9$ ، $9(2x + 1)$ ، $3x + 2y$

لاحظ أن

- بعض الكلمات الدالة على العمليات الحسابية:

الجمع	المجموع ، الإجمالى ، معًا	الطرح	الفرق ، مطروحًا منه ، مقدار الزيادة
الضرب	ضعف ، أمثال ، مضروبًا	القسمة	خارج قسمة ، مقسومًا على ، نسبة

مثال 2 اكتب تعبيرًا رياضيًا يعبر عن كل مما يلى:

1 العدد x أضيف إليه 7 | 2 ضعف العدد y مطروحًا منه 3 | 3 مجموع العددين x ، 3 معًا مقسومًا على 9

الحل

1 $x + 7$ | 2 $2y - 3$ | 3 $\frac{x+3}{9}$ أو $(x + 3) \div 9$

سؤال 1

1 صنف التعبيرات الرياضية الآتية إلى تعبيرات رياضية عددية وتعبيرات رياضية جبرية:

$4y - 5$ ، $5 \times 3 + 4$ ، $6y + 2x$ ، $2(3 - 9)$ ، $8\,m$

2 اكتب تعبيرًا رياضيًا يعبر عن كل مما يأتى:

(أ) نصف العدد L مضافًا إليه 5

(ب) ثلاثة أمثال العدد x مطروحًا من 4

(جـ) قسمة العدد m على 7 مضروبًا فى 6

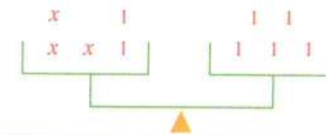
تعلم 2 المعادلة والمتباينة والصيغة الرياضية:

أولا المعادلة

• هى كل ما يتكون من تعبيرين رياضيين بينهما علامة التساوى (=)

مثل: $3x = 6$ أو $\frac{x}{4} = 2$ أو $5y + 2 = 9$

• ويمكن نمذجة المعادلة $3x + 2 = 5$ كالآتى:

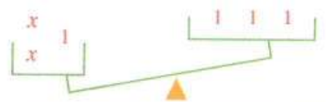


ثانيا المتباينة

• هى كل ما يتكون من تعبيرين رياضيين بينهما إحدى علامات التباين ($<$ أو $>$ أو $\leqslant$ أو $\geqslant$)

مثل: $x < -8$ أو $x - 2 \leqslant 3$ أو $2x + 4 \geqslant 3$

• ويمكن نمذجة المتباينة $2x + 1 > 3$ كالآتى:



ثالثا الصيغة الرياضية

• هى حقيقة أو قاعدة أو مبدأ يعبر عنه بصورة رياضية.

فمثلًا: مساحة المربع (A) = طول الضلع (s) × نفسه ▸ $A = s \times s = s^2$

مساحة المستطيل (A) = الطول (l) × العرض (w) ▸ $A = l \times w = lw$

ويقال أيضًا عن المعادلة والمتباينة أنها صيغة رياضية.

لاحظ أن

عند ضرب المتغيرات يمكن الاستغناء عن علامة الضرب ✗

مثل: ▸ $a \times b = ab$ ▸ $3 \times n = 3n$

مثال 3 عبر عن كل مما يلى بصورة رياضية:

1 ثلاثة أمثال العدد x مضافًا إليه 3 يساوى 9

2 يجب ألا يزيد العمر (A) عن 40 عامًا

3 محيط المثلث (P) إذا كانت أطوال أضلاعه هى z سم ، y سم ، x سم

4 الوسط الحسابى للعددين 4 ، x لا يقل عن 20

5 مستطيل بعداه y سم ، x سم ومحيطه 18 سم

6 مساحة متوازى الأضلاع (A) الذى طول قاعدته (b) وارتفاعه المناظر لها (h)

الحل

1 $3x + 3 = 9$ 2 $A \leqslant 40$ 3 $P = x + y + z$ 4 $\frac{x+4}{2} \geqslant 20$

5 $2(x + y) = 18$ أو $x + y = 9$ 6 $A = b \times h = bh$

تذكر أن: الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

سؤال 2

عبر عن كل مما يلى بصورة رياضية:

1 العدد y مطروحًا من 5 يساوى 2

2 السرعة S لا تزيد عن 100كم/ ساعة.

3 حجم متوازى المستطيلات (V) الذى أبعاده x ، y ، z

4 إجمالى ما مع يونس من عدد x ورقة نقود فئة 5 جنيهات، وعدد y ورقة نقود فئة 10 جنيهات.

تعلم 3 الحدود الجبرية:

• **الحد الجبرى :**

هو ما نتجَ من حاصل ضرب عدد لا يساوى الصفر ومتغير واحد على الأقل ويسمى هذا العدد معامل الحد الجبرى.

أمثلة على الحدود الجبرية:



لاحظ أن

• الحد الجبرى يحتوى على متغير واحد على الأقل مثل: $\frac{1}{2}ab$ أو $4xyz$ أو 5m

• الحد الجبرى هو تعبير رياضى جبرى لا يحتوى على عملية الجمع (+) أو الطرح (−)

• المعامل هو العدد المضروب فى المتغير، فمثلًا: معامل $-x$ هو -1 بينما معامل $\frac{1}{5}x$ هو $\frac{1}{5}$

• الحدود التى لا تحتوى على متغيرات وتحتوى على أعداد فقط تسمى بالحدود الثابتة مثل: 5 أو −2

تصنيف الحدود الجبرية

أولا حدود جبرية متشابهة

• هى حدود لها نفس المتغيرات بالأسس ذاتها حتى لو اختلفت معاملاتها.

مثل: $-3x^2$ ، $5x^2$ أو $2xy$ ، $-5yx$ ، $4xy$

ثانيا حدود جبرية غير متشابهة

• هى حدود تحتوى على متغيرات مختلفة أو نفس المتغيرات بأُسس مختلفة.

مثل: $7y$ ، $4x$ ← (حدان غير متشابهين لاختلاف المتغير)

أو $-3xy$ ، $-3x^2y$ ← (حدان غير متشابهين لاختلاف أس المتغير x)

لاحظ أن

• جميع الحدود التى لا تحتوى على متغير وتحتوى على أعداد فقط تعد من الحدود المتشابهة مثل: -2 ، 5 ، $\frac{3}{4}$

• الحدان $4xy$ ، $-8yx$ متشابهان (لأن: $yx = xy$) (خاصية الإبدال).

مثال 4 اكتب الحدود المتشابهة إن وجدت فى كل مجموعة مما يأتى:

1 $4a , 4b , -3a$ 2 $3x^2y^2 , -4yx , 3xy$

3 $-6 , x , 5$ 4 $-9x^3 , 3x^2 , 7x$

الحل

1 $4a$ ، $-3a$ متشابهان 2 $-4yx$ ، $3xy$ متشابهان 3 -6 ، 5 متشابهان 4 لا توجد حدود متشابهة

تعلم 4 جمع الحدود الجبرية المتشابهة:

مثال 5 اجمع الحدود الجبرية الآتية:

1. $6x , x , 4x , 2x$
2. $-3ab , ab , 4ab , -2ab$

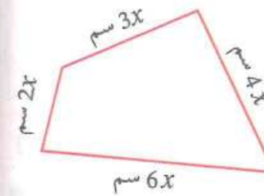
الحل

1. ▸ $6x + x + 4x + 2x$
   $= (6 + 1 + 4 + 2)\,x = 13x$
2. ▸ $-3ab + ab + 4ab + (-2ab)$
   $= (-3 + 1 + 4 + (-2))\,ab = 0ab = 0$

لاحظ أن

• عند جمع الحدود المتشابهة نجمع المعاملات ونكتب الناتج ثم بجواره المتغير مستخدمًا عكس خاصية التوزيع.

مثال 6 اكتب التعبير الرياضي الذي يعبر عن محيط الشكل المقابل، ثم أوجد القيمة العددية للمحيط عندما تكون: $x = 1$



الحل

• نعلم أن محيط أى مضلع = مجموع أطوال أضلاعه

لذلك فإن التعبير الرياضى الذى يعبر عن محيط الشكل هو:

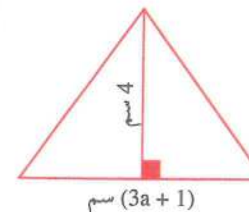
▸ $2x + 3x + 4x + 6x = (2 + 3 + 4 + 6)\,x = 15\,x$

• القيمة العددية للمحيط عندما $x = 1$ هى:

نعوض عن $x = 1$ فى التعبير الرياضى : ▸ $15x = 15 \times 1 = 15$

• إذن محيط الشكل = 15 سم

مثال 7 اكتب الصيغة الرياضية التى تعبر عن مساحة سطح المثلث المقابل (A)، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة (A) عندما $a = 2$



الحل

◂ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × طول القاعدة × الارتفاع المناظر

▸ $A = \frac{1}{2} \times (3a + 1) \times 4 = 2\,(3a + 1)$

◂ القيمة العددية للمساحة عندما $a = 2$ هى:

▸ $A = 2\,(3 \times 2 + 1) = 2 \times 7 = 14$

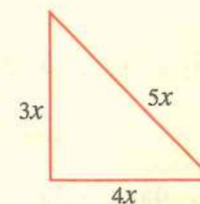
◂ وبالتالى مساحة سطح المثلث = 14 سنتيمترًا مربعًا.

تذكر أن

• محيط المثلث يساوى مجموع أطوال أضلاعه.

سؤال 3

1. اكتب الحدود الجبرية المتشابهة فى: $7z^3 , -4z , 3z^2 , 5z$
2. اجمع الحدود الجبرية التالية : $-4y^2 , -3y^2 , 5y^2$
3. أوجد التعبير الرياضى الذى يعبر عن محيط المثلث المقابل، ثم أوجد القيمة العددية للمحيط عند $x = 1$



تعلم 5 طرح الحدود الجبرية المتشابهة:

مثال 8 أجب عما يأتى:

1. اطرح 3a من 7a
2. ما زيادة $-3x$ عن $2x$ ؟
3. ما نقص 7c عن 0 ؟
4. ما الحد الذى إذا أضيف إلى (−2a) كان الناتج 9a ؟

الحل

1. ▸ $7a - 3a = 4a$
2. ▸ $-3x - 2x = -5x$
3. ▸ $0 - 7c = -7c$
4. ▸ $9a - (-2a) = 9a + 2a = 11a$

لاحظ أن

• زيادة a عن b يُعبر عنها بـ ▸ $a - b$
• ناتج طرح a من b يُعبر عنها بـ ▸ $b - a$
• ما نقص a عن b يُعبر عنها بـ ▸ $b - a$
• ما الحد الذى إذا أضيف إلى a كان الناتج b ؟ يعبر عنها بـ ▸ $b - a$
• ما الحد الذى إذا طـرح من a كان الناتج b ؟ يعبر عنها بـ ▸ $a - b$



مثال 9 ما الحد الذى إذا طُرح من مجموع الحدين $(-8x)$, $3x$ كان الناتج $(-2x)$؟

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما $x = -2$

الحل

(أولًا: نجمع الحدين) ▸ $3x + (-8x) = -5x$

(ثانيًا: نطرح الناتج من مجموع الحدين) ▸ $-5x - (-2x) = -5x + 2x = -3x$

القيمة العددية للناتج عندما $x = -2$ هى:

▸ $-3x = -3\,(-2) = 6$

سؤال 4

أجب عما يأتى:

1. ما زيادة a عن (−4a) ؟
2. اطرح 0 من $7x$
3. ما الحد الذى إذا طُرح من 7L كان الناتج 5L ؟



أسئلة الكتاب المدرسي ◂ أسئلة موقع الوزارة

استخدام الرموز لتمثيل أعداد مجهولة أو متغيرات:

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى مما يلى يعد تعبيرًا عدديًا؟ ....

(أ) $x - 8$ (ب) $3x + 4$ (جـ) $2 \times 3 - 5$ (د) $25 - x$

2 التعبير الرياضى الذى يمثل «عددًا مضافًا إلى 5» هو ....

(أ) 5a (ب) a + 5 (جـ) 5 – a (د) a – 5

3 يصرف كامل 10 جنيهات يوميًا، فإن التعبير الرياضى الذى يمثل ما يصرفه كامل خلال عدد (b) من الأيام هو ....

(أ) 10 + b (ب) 10 b (جـ) 10 ÷ b (د) b – 10

4 عُمر بسنت الآن x سنة فإن عُمرها بعد 6 سنوات هو .... (القليوبية 2025)

(أ) $6 - x$ (ب) $x + 6$ (جـ) $x - 6$ (د) $6x$

5 إذا كان عُمر أحمد الآن y سنة فإن عُمره منذ سبع سنوات هو .... (القاهرة 2025)

(أ) y + 7 (ب) y – 7 (جـ) 7 y (د) 7 – y

6 ثلاثة أمثال العدد x مضافًا إليه 6 يساوى .... (القاهرة 2025)

(أ) $6x + 3$ (ب) $3x - 6$ (جـ) $3x + 6$ (د) $x + 9$

7 ما التعبير الرياضى الذى يعبر عن طرح (–2) من x ؟ .... (دمياط 2025)

(أ) $x - 2$ (ب) $2 - x$ (جـ) $-2 - x$ (د) $x + 2$

8 التعبير الرياضى الذى يعبر عن ثلاثة أمثال العدد x مطروحًا منه 4 هو .... (الشرقية 2025)

(أ) $4 - 3x$ (ب) $4x - 3$ (جـ) $3x - 4$ (د) $x - 4$

9 المقدار الجبرى m – 5 يمثل بالتعبير اللفظى ....

(أ) العدد m مطروحًا من 5 (ب) العدد m مطروحًا منه 5

(جـ) العدد (–5) مطروحًا من m (د) العدد m مضافًا إليه 5

10 المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة الشكل المقابل هو x

(الشكل: مستطيل أبعاده x ، 3 ، x)

(أ) $x + 3x^2$ (ب) $x^2 + x$ (جـ) $3x + x^2$ (د) $x^2 - 3x$

2 أكمل ما يأتى:

1 التعبير الرياضى الذى يمثل العدد a مطروحًا منه العدد 5 هو ....

2 التعبير الرياضى الذى يمثل العدد x مطروحًا من العدد 9 هو ....

3 لدى حسن f كجم من الفاكهة استهلك منها 3كجم، فإن التعبير الجبرى الذى يمثل كمية الفاكهة المتبقية هو .... كجم.

3 صنف التعبيرات الرياضية التالية إلى تعبيرات عددية وتعبيرات جبرية:

1 $7 \times 2 - 10$ 2 $\frac{1}{2}x - 7$ 3 $2x - 8y$ 4 $9 \div 3 + 5$

5 $3a - 7b + 5$ 6 $7L - 9$ 7 $6a$ 8 $6(5 + \frac{1}{2})$

4 اكتب تعبيرًا جبريًا يعبر عن كل مما يلى:

1 ربُع العدد L

2 ضعف العدد m مضافًا إليه 6

3 العدد 5 مطروحًا منه y

4 العدد 15 مقسومًا على عدد ما خلاف الصفر

5 ثلاثة أمثال العدد x مضافًا إليه 7 (القاهرة 2025)

6 طرح 5 من ثلاثة أمثال العدد x

7 أربعة أمثال مجموع العددين 5 ، a

المعادلة والمتباينة والصيغة الرياضية:

5 اختر الإجابة الصحيحة:

1 التعبير الرياضى: 5 + 8a يمثل: ....

(أ) تعبيرًا جبريًا (ب) تعبيرًا عدديًا (جـ) معادلة (د) متباينة

2 محيط المربع الذى طول ضلعه L يساوى ....

(أ) L^2 (ب) 3L (جـ) 4L (د) $\frac{1}{4}L$

3 ما الصيغة الرياضية التى تعبر عن المساحة (A) لمتوازى أضلاع طول قاعدته (L) وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة (h)؟ ....

(أ) $A = \frac{1}{2}Lh$ (ب) $A = L + h$ (جـ) $A = Lh$ (د) $A = \frac{L}{h}$

4 مستطيل طوله $2x$ وعرضه y ، فإن المقدار الجبرى الذى يعبر عن المحيط هو ....

(أ) $2x + y$ (ب) $2y + x$ (جـ) $2(2x + y)$ (د) $3y + 2y$

5 ما المعادلة المناسبة لإيجاد طول ضلع مثلث متساوى الأضلاع محيطه 12 سنتيمترًا؟ ....

(أ) $x + 3 = 12$ (ب) $3x = 12$ (جـ) $2x = 12$ (د) $x = 12$

6 ما المتباينة التى تعبر عن أن الطول n سنتيمتر المناسب لاختيار شخص لممارسة إحدى الألعاب الرياضية يجب ألا يقل عن 180 سنتيمترًا؟ ....

(أ) $n < 180$ (ب) $n > 180$ (جـ) $n \leqslant 180$ (د) $n \geqslant 180$

6 عبر رياضيًا عن كل مما يأتى:

1 عُمر أحمد منذ 5 سنوات إذا كان عُمره الآن a سنة. (الشرقية 2025)

2 ضعف العدد y مضافًا إليه 5 .

3 طرح 3 من ثلاثة أمثال العدد x

4 محيط المثلث P إذا كانت أطوال أضلاعه هى a , b , c

5 مستطيل بُعداه a , b ومساحته 36 سنتيمترًا مربعًا.

6 محيط المثلث A المتساوى الأضلاع إذا كان طول ضلعه x

7 مساحة المربع A الذى طول ضلعه L

8 مستطيل بُعداه y ، x ومحيطه 20 سنتيمترًا.

9 شخص عُمره x عامًا حيث عمره لا يزيد عن 50 عامًا.

10 الوسط الحسابى للعددين y ، x لا يقل عن 18

7 إذا كان: $a = 3$ ، $b = -3$ ، $c = 2$ **فأوجد قيمة:** $2a + b + c$ (القاهرة 2025)

8 أوجد قيمة كل من التعبيرات الآتية إذا علمت أن: $a = 8$ ، $b = 3$ ، $d = 4$ ، $f = -1$

1 $\frac{-a}{4}$ 2 $b^2 - 2f$ 3 $af + 3d$

الحدود الجبرية:

9 اختر الإجابة الصحيحة:

1 معامل الحد الجبرى 3ab هو ....

(أ) 1 (ب) 3 (جـ) −3 (د) 2

2 معامل الحد الجبرى $-x$ هو ....

(أ) 1 (ب) −1 (جـ) 0 (د) 2

3 عدد المتغيرات فى الحد الجبرى 7abc يساوى ....

(أ) 7 (ب) 10 (جـ) 1 (د) 3

4 أى مما يلى حدان جبريان متشابهان؟ ....

(أ) $2x , -2x^2$ (ب) $3a , 8a$ (جـ) $7x , 7$ (د) x^2 , y^2

5 أى من الحدود الجبرية الآتية يشابه الحد الجبرى $2a^2b$ ؟ ....

(أ) $-2a^2b^2$ (ب) b^2a (جـ) $9ba^2$ (د) $2ab$

10 اكتب (حدود متشابهة) أو: (حدودًا غير متشابهة) أمام كل مما يأتى:

1 $4x , 5x , 2x$ (....) 2 $3a , 4a^2 , 5a$ (....) 3 $2ab , 5ba , -3ab$ (....)

11 ضع الحدود المتشابهة فى مجموعات: $6x^2 , 8y , -5xy , -3x , 2xy , 5y , 4x$

12 اكتب الحدود المتشابهة (إن وجدت) فى كل مجموعة مما يأتى:

1 $3a , 7b , -4a$ 2 $3x^2 , -x , -x^3 , -9$

3 $7x , -2xy , 5yx , -y$ 4 $5L , 7M , -L , -5M$

جمع الحدود الجبرية المتشابهة:

13 اختر الإجابة الصحيحة:

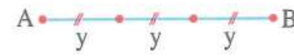
1 $4x + x =$ .... (الجيزة 2025)

(أ) $3x$ (ب) $4x$ (جـ) $5x$ (د) $6x$

2 ناتج جمع $2x$, $-10x$ هو .... (المنوفية 2025)

(أ) $-2x$ (ب) $2x$ (جـ) $-8x$ (د) $8x$

3 فى الشكل المقابل:



الحد الجبرى الذى يعبر عن طول $\overline{AB}$ هو ....

(أ) y^3 (ب) 3y (جـ) y + 3 (د) $\frac{y}{3}$

4 $7ab + (-3ba) =$ ....

(أ) 10ab (ب) −10ba (جـ) −4ab (د) 4ba

5 $3x +$ .... $= 10x$

(أ) $13x$ (ب) 0 (جـ) $7x$ (د) 1

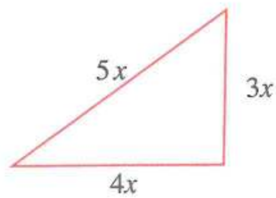
6 $3a + 4a +$ .... $= 2a$

(أ) −2a (ب) 5a (جـ) −5a (د) 2a

7 أى مما يلى يساوى 5a ؟ (كفر الشيخ 2025)

(أ) 2a + 3 (ب) 2 + 3a (جـ) 2a + 3a (د) 5 + a

14 أوجد التعبير الرياضى الذى يعبر عن محيط المثلث المقابل،
ثم **أوجد** القيمة العددية للمحيط عند: $x = 1$



طرح الحدود الجبرية المتشابهة:

15 اختر الإجابة الصحيحة:

1 $7c - 3c =$ ....

(أ) 10c (ب) −10c (جـ) −4c (د) 4c

2 $7a - 10a =$ ....

(أ) 17a (ب) 3a (جـ) −3a (د) −17a

3 $3b - 2b + 4b =$ .... (الإسماعيلية 2025)

(أ) 9 (ب) 5b (جـ) 9b (د) 5

4 ناتج طرح 2b من 7b هو .... (الشرقية 2025)

(أ) 9b (ب) −5b (جـ) 5b (د) −9b

5 باقى طرح الحد الجبرى $7x^3$ من الحد الجبرى $4x^3$ يساوى ...... (الجيزة 2025)

(أ) $-3x^3$ (ب) $-3x^2$ (جـ) $10x^3$ (د) $-10x^3$

6 مقدار زيادة $(-4k)$ عن $5k$ هو ...... (الدقهلية 2025)

(أ) $-5k$ (ب) $9k$ (جـ) $-9k$ (د) k

7 $7x$ تزيد عن $(-5x)$ بمقدار ......

(أ) $12x$ (ب) $2x$ (جـ) $-12x$ (د) $-2x$

8 $7ab = ... - 5ab$

(أ) $2ab$ (ب) $12ab$ (جـ) $-12ba$ (د) $-2ba$

9 $...... - 3a = -2a$

(أ) $5a$ (ب) $-5a$ (جـ) a (د) $-a$

16 أوجد ناتج كل مما يأتى:

1 $7ab - 5ba$ 2 $x^2 - 5x^2$ 3 $-2a^2 - 7a^2$

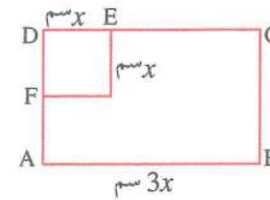
4 $8x - (-x)$ 5 $4a - 2a - 3a$ 6 باقى طرح 0 من $5a$

7 نقص $-5xy$ عن $2xy$ 8 زيادة $2x$ عن $7x$ 9 زيادة $(-3a)$ عن $(-5a)$

10 الحد الذى يجب إضافته إلى $17x^3y^2$ ليكون الناتج $10y^2x^3$

17 أوجد قيمة المقدار: $2x + 4x - 3x$ ، إذا كانت قيمة $x = 3$

18 الشكل المقابل يعبر عن ورقة على شكل مستطيل طوله $3x$ سم، وعرضه $2x$ سم، مقطوع منها مربع طول ضلعه x سم، اكتب التعبير الرياضى الذى يعبر عن طول $\overline{EC}$



تفكير إبداعى TIMSS

19 تحصل ندى على أجر قدره x جنيهًا فى الساعة فى وظيفتها، اكتب تعبيرًا رياضيًا لكل مما يأتى:

1 كم تكسب ندى إذا عملت 8 ساعات؟

2 إذا حصلت ندى على زيادة فى الأجر قدرها 3 جنيهات فى الساعة، فما أجرها الجديد فى 5 ساعات؟

20 إذا كان الحدان الجبريان: $7a^{n+1}b^{2m}$ ، $11a^3b^8$ متشابهين ،

فإن: n= ...... ، m = ...

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 باقى طرح $(-2a)$ من $3a$ يساوى ...... (الدقهلية 2025)

(أ) $-5a$ (ب) $5a$ (جـ) a (د) $-a$

2 التعبير الرياضى الذى يمثل «ضعف العدد a مضافًا إلى 7» هو ...... (القاهرة 2025)

(أ) $7a$ (ب) $2a - 7$ (جـ) $a + 7$ (د) $2a + 7$

3 $y + y + y = ...$

(أ) y (ب) $-y$ (جـ) $3y$ (د) $-3y$

4 أى من الحدود الجبرية الآتية متشابهة؟ ...... (القاهرة 2025)

(أ) $3y , -7y$ (ب) $5a , 7a^2$ (جـ) $5m , 5$ (د) $13a^2 , 13a$

5 عُمر أحمد الآن x فإن عمره بعد 4 سنوات هو ...... (القليوبية 2025)

(أ) $4 - x$ (ب) $x + 4$ (جـ) $x - 4$ (د) $4x$

6 الصيغة الرياضية التى تعبر عن حجم المكعب (V) الذى طول حرفه (x) هى ......

(أ) $x = 3V$ (ب) $V = 3x$ (جـ) $V = x^3$ (د) $V = x^2$

2 أكمل ما يأتى:

1 الحدود الجبرية $7a$ ، $3a$ ، $-4a$ هى حدود جبرية ......

2 التعبير الرياضى الذى يمثل العدد L مطروحًا من العدد 7 هو ......

3 $-ab = ... - ba$

3 أجب عما يأتى:

1 أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

(أ) $7a + 2a$ (ب) $-7ba + 2ab$ (جـ) طرح $2a$ من $(-4a)$

(د) زيادة $4a$ عن $(-3a)$

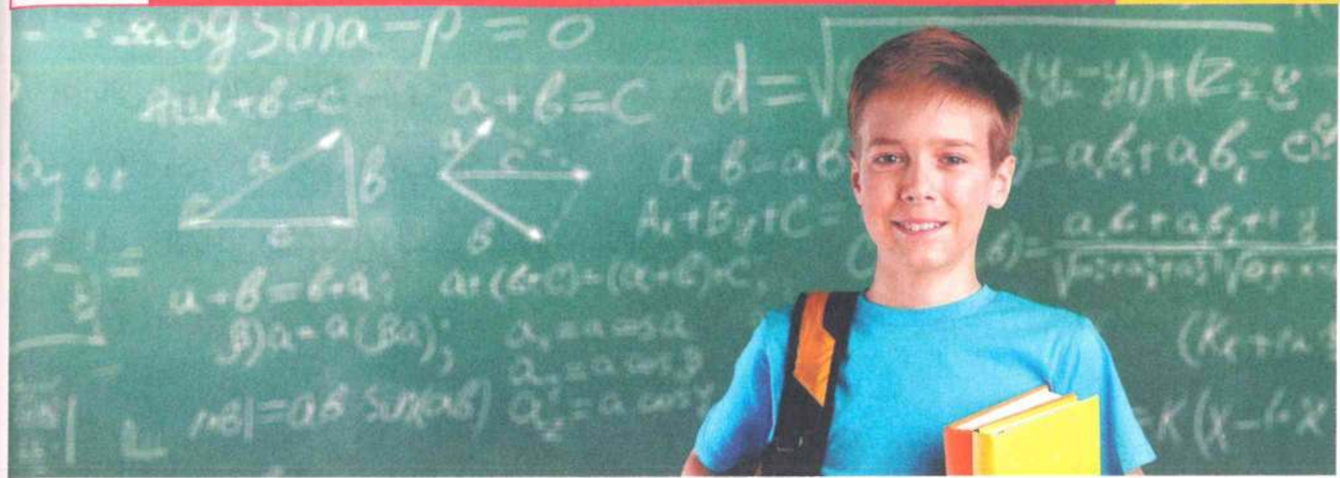
2 ضع فى أبسط صورة المقدار: $7a - a - 10a$ ، ثم أوجد قيمة الناتج عندما $a = -5$

التعبيرات والصيغ الرياضية الجزء 2

(Mathematical Expressions and formulas)

فيديو الشرح





المقادير الجبرية (Algebraic Expressions)

نواتج التعلم

- يتذكر الطالب الحد الجبرى ويعرف المقدار الجبرى.
- يكتب الطالب المقدار الجبرى فى أبسط صورة ويوجد قيمته عند عدد معطى.
- يجمع الطالب ويطرح المقادير الجبرية.

مفردات أساسية

– حد جبرى (Algebraic term) – مقدار جبرى (Algebraic Expression)
– اختصر (Simplify) – اجمع (add) – اطرح (Subtract)

فكر وناقش

- $3a - 2b + 9ab - 7a + a^2 - 7 + 3ba$

هذا المقدار يحتوى على العديد من الحدود المتشابهة، وهناك أيضًا حدود غير متشابهة.

- فى هذا الدرس ستتعرف على كيفية تبسيط المقادير الجبرية؛ لجعلها أكثر وضوحًا، وسهولة فى التعامل.

تعلم 1 المقدار الجبرى:

- **المقدار الجبرى:** هو كل ما تكوَّن من حد جبرى أو عدة حدود جبرية، ويفصل بين كل حدين من حدود المقدار عملية جمع (+) أو عملية طرح (–)

مثل: $5x + 4y$ أو $2ab + 3a - 5$

وبملاحظة المقدار الجبرى المقابل، نجد أن:

- المقدار يتكون من 4 حدود هى: $5x$, $-8y$, $3xy$, -2
- الحد الثابت (الحد المطلق) هو: -2
- معامل xy هو: 3
- المتغير الذى معامله -8 هو: y

معامل ↓ متغير ↓ | معامل ↓ متغير ↓ | معامل ↓ متغيران ↓ | ثابت ↓

$5x - 8y + 3xy - 2$

حد جبرى | حد جبرى | حد جبرى | حد ثابت

مثال 1

من المقدار الجبرى الآتى: $7 + 2ba - 6ab + 4a -$ ... ($-4a + 6ab - 2ba + 7$) اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس:

1. معامل الحد $-4a$ = ... (7 , -2 , 6 , -4)
2. الحد الثابت = ... (-4 , -2 , 7 , 6)
3. الحدان المتشابهان هما .... ($-4a$ ، $6ab$, $6ab$ ، 7 , $-2ba$ ، $6ab$, $-4a$ ، 7)

الحل

1. -4 2. 7 3. $-2ba$ ، $6ab$

سؤال 1

المقدار الجبرى: $3xy - 6y + 8x + 7$ له ثلاثة حدود، اكتب:

1. حدود المقدار.
2. الحد الثابت.
3. المتغير الذى له أصغر معامل.
4. معامل x

تعلم 2 تبسيط المقدار الجبرى:

- يكون المقدار الجبرى فى أبسط صورة عندما لا يحتوى على حدود متشابهة.
- يمكن وضع المقدار الجبرى فى **أبسط صورة** من خلال الآتى:

1. إزالة الأقواس (**إن وجدت**) باستخدام خاصية التوزيع.
2. جمع الحدود المتشابهة باستخدام خواص الجمع.

مثال 2

اختصر كلًّا من المقادير الجبرية التالية:

1. $3a + 5b + 7a + 5$
2. $8x + 1 + y - 3y - 5x + 2$
3. $3(2a - 1) - 2(a + 4)$
4. $2(5 + 7x) - 4x$

الحل

1. $3a + 5b + 7a + 5$
$= (3a + 7a) + 5b + 5$
$= 10a + 5b + 5$

2. $8x + 1 + y - 3y - 5x + 2$
$= (8x - 5x) + (y - 3y) + (1 + 2)$
$= 3x - 2y + 3$

3. $3(2a - 1) - 2(a + 4)$
$= 6a - 3 - 2a - 8$
$= (6a - 2a) + (-3 - 8) = 4a - 11$

4. $2(5 + 7x) - 4x$
$= 10 + 14x - 4x$
$= 10 + (14x - 4x)$
$= 10 + 10x$

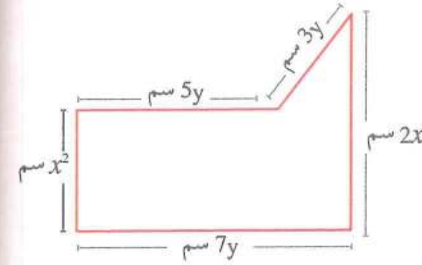
سؤال 2

اختصر كلًّا من المقادير الجبرية التالية:

1. $2x + 4y - x - 7y$
2. $5a + 2a - b + 3$
3. $3z - 5b + 7(z - b)$
4. $-5b + 3(1 + 2b)$
5. $-2(3 - 5m) - 10m$
6. $\frac{1}{2}(-8x + 6y) + 3x - 8y$

مثال 3 اكتب تعبيرًا رياضيًّا يعبر عن محيط المضلع المقابل،

ثم أوجد القيمة العددية للمحيط عندما: $x = 2 , y = 1$



الحل

- محيط المضلع (p) = مجموع أطوال أضلاعه

$p = 2x^2 + 7y + x^2 + 5y + 3y$

$= 2x^2 + x^2 + 7y + 5y + 3y$

$p = 3x^2 + 15y$

- القيمة العددية للمحيط عندما: $x = 2 \ , \ y = 1$

$p = 3(2)^2 + 15(1)$

$= 3 \times (4) + 15 = 12 + 15 = 27$

وبالتالى فإن محيط المضلع = 27 سم

تذكر أن

$2^2 = 2 \times 2 = 4$

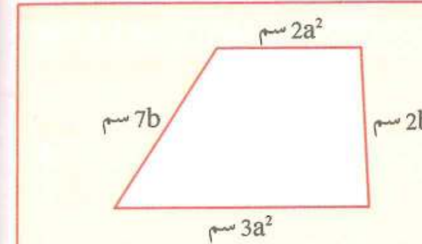
$(-2)^2 = -2 \times -2 = 4$

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

سؤال 3

اكتب تعبيرًا رياضيًّا يعبر عن محيط المضلع المقابل،

ثم أوجد القيمة العددية للمحيط عندما: $a = 2 \ , \ b = 3$



تعلم 3 جمع وطرح المقادير الجبرية:

مثال 4 اجمع كلًّا من المقادير الآتية بطريقتين:

1) $3x - 5y + 8 \ , \ 3y - 7 + x$

2) $7a - 2b + 8 \ , \ -3a + 2 \ , \ -3 + 3b - 2a$

الحل

1

الطريقة الأولى (الأفقية)

$3x - 5y + 8 + 3y - 7 + x$

$= 3x + x - 5y + 3y + 8 - 7$ (خاصية الإبدال)

$= (3x + x) + (-5y + 3y) + (8 - 7)$ (خاصية الدمج)

$= 4x - 2y + 1$

الطريقة الثانية (الرأسية)

- نرتب حدود المقدارين ونكتبهما رأسيًّا بحيث تقع الحدود المتشابهة أسفل بعضها كما يلى:

$$\begin{array}{rrrrr} 3x & - & 5y & + & 8 \\ x & + & 3y & - & 7 \\ \hline 4x & - & 2y & + & 1 \end{array}$$

2

الطريقة الأولى (الأفقية)

$-3 + 3b - 2a + (-3a) + 2 + 7a - 2b + 8$

$= (-2a - 3a + 7a) + (3b - 2b) + (-3) + 2 + 8$

$= 2a + b + 7$ (خاصيتا الإبدال والدمج)

الطريقة الثانية (الرأسية)

$$\begin{array}{rrrrr} -2a & + & 3b & - & 3 \\ -3a & & & + & 2 \\ 7a & - & 2b & + & 8 \\ \hline 2a & + & b & + & 7 \end{array}$$

مثال 5



لدى أدهم واجبات مدرسية عبارة عن تمارين أعدادها كما يلى:

$(2x - 3)$ ، $(x + 5)$ ، $(3x + 1)$

اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن إجمالى عدد التمارين فى أبسط صورة، ثم أوجد قيمة هذا المقدار عندما: $x = 4$

الحل

$(3x + 1) + (x + 5) + (2x - 3) = (3x + x + 2x) + (1 + 5 + (-3)) = 6x + 3$

القيمة العددية للمقدار الجبرى عندما: $x = 4$

$6(4) + 3 = 24 + 3 = 27$

عدد التمارين: 27 تمرينًا

مثال 6 اطرح المقدار $3x - 7$ من المقدار $4x + 2$

الحل

$(4x + 2) - (3x - 7) = 4x + 2 - 3x + 7$

$= (4x - 3x) + (2 + 7) = x + 9$

لاحظ أن

$-(x + y) = -x - y$

$-(x - y) = -x + y$

مثال 7

مع أحمد $(3x + 2)$ جنيهًا وصرف منها $(2x - 1)$ جنيهًا،

اكتب مقدارًا جبريًّا يمثل المبلغ المتبقى مع أحمد.

الحل

- نرتب حدود المقدارين ونكتبهما رأسيًّا بحيث تقع الحدود المتشابهة أسفل بعضها مع تغيير إشارات المطروح.

خطوة (1)

المطروح منه ⟵ $3x + 2$

المطـــروح ⟵ $2x - 1$ (⊖ ⊕)

خطوة (2)

$$\begin{array}{rr} 3x & +2 \\ -2x & +1 \\ \hline x & +3 \end{array}$$

- وبالتالى فإن المقدار الجبرى الذى يعبر عن المبلغ المتبقى مع أحمد هو $(x + 3)$ جنيهًا.

سؤال 4

1. اجمع المقدار $3x - y + 7z$ مع المقدار $2y - 2z - 3x$
2. اطرح المقدار $2x + 3y$ من المقدار $7y + 5x - 3$
3. ما زيادة المقدار $(3a - 4b + 5)$ عن مجموع المقدارين $(-a + 6 - 2b) , (-2b + 4a)$؟
4. قطعة أرض على شكل مثلث أطوال أضلاعها $(3a + 7)$ متر، $(2a + 9)$ متر، $(a + 10)$ متر

   اكتب مقدارًا جبريًّا يعبر عن محيط قطعة الأرض، ثم أوجد قيمة المحيط عندما: $a = 3$



◀أسئلة الكتاب المدرسى 📖 ◀أسئلة موقع الـــوزارة 🏛

المقدار الجبرى:

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 عدد الحدود المكونة للمقدار: $6x - 3y + 2$ يساوى .... حدود.

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 6 (د) 9

2 الحد الثابت فى المقدار الجبرى: $7a + 4b + 9$ هو ....

(أ) 4 (ب) 9 (جـ) 7 (د) 20

3 معامل x فى المقدار الجبرى $7x - 8$ هو ....

(أ) 8 (ب) -8 (جـ) 7 (د) -7

4 فى المقدار الجبرى $-3x + 3y - xy$ المتغير الذى معامله 3 هو ....

(أ) x (ب) y (جـ) xy (د) لا يوجد

5 فى المقدار الجبرى $-4a + 2b - 3ab$ المتغير الذى له أصغر معامل هو ....

(أ) a (ب) b (جـ) ab (د) لا يوجد

2 🏛 **المقدار الجبرى: $3x + 5y - 4xy - 1$ له أربعة حدود ، اكتب:**

1 الحد الثابت 2 معامل x 3 🏛 المتغير الذى معامله 5

3 📖 **المقدار الجبرى: $5x - 7y + 1$ له ثلاثة حدود ، اكتب:**

1 حدود المقدار 2 الحد الثابت 3 المتغير الذى له أصغر معامل 4 معامل x

تبسيط المقدار الجبرى:

4 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أبسط صورة للمقدار الجبرى: $2a + 3a - 1$ هى ....

(أ) $5a - 1$ (ب) 6a (جـ) 6 (د) 4a

2 أبسط صورة للمقدار الجبرى: $6 - 4x + 5 - 2x$ هى .... (الفيوم 2025)

(أ) $-2x + 1$ (ب) $-2x - 1$ (جـ) $2x + 1$ (د) $2x - 1$

3 $2x + y - 2x + 3y =$ .... (الجيزة 2025)

(أ) 5y (ب) 6 (جـ) 0 (د) 4y

4 ما المقدار الجبرى الذى يكافئ المقدار التالى: $2x - 3 - 4x + 1$ ؟ .... (القليوبية 2025)

(أ) $2x - 2$ (ب) $2x + 2$ (جـ) $-2 - 2x$ (د) $-6x - 4$

5 المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة الشكل المقابل هو .... (المنوفية 2025)

2سم ، xسم ، yسم

(أ) $yx + x$ (ب) $2y + 2x$ (جـ) $yx + y$ (د) $x + y$

5 اختصر المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

1 📖 $5a + 2a - b + 3b$

2 📖 $2x + 4y + x - 7y$

3 📖 $13x - 7 + 8x + 19$

4 $8x + 1 + y - 3y - 5x + 2$

5 $4x^2y + 8xy^2 - 7x^2y + xy^2$

6 $7a^2 + 3b^2 - 9a^2 - 7b^2 + 2a^2$

7 $5x^2 - 2x + 8 - 7x - 6$

8 $7ab - 3a + 2b - 7ba + 1$

9 $3ab^2 - 7a^2b + 5ab^2 + 7ba^2 - 8b^2a$

10 $3(x - 2) + 2(x + 3)$ (الجيزة 2025)

11 📖 $3(x - 7) - 5(2x - 5)$

6 اكتب المعاملات الناقصة لتكون المعادلات الآتية صحيحة:

1 $10x + 6y -$ .... $x +$ .... $y = 3x + 8y$

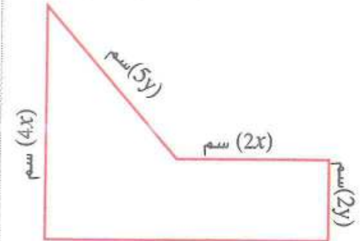
2 $10a - 3b +$ .... $b -$ .... $a = 7a$

3 .... $a + 5b - 7a +$ .... $b = 6b + 3a$

7 اختصر لأبسط صورة المقدار: $3(x - 3y) + 3(2x - y)$ ، ثم **أوجد** قيمة المقدار عندما $x = 2$, $y = 2$ (القاهرة 2025)

8 📖 اكتب تعبيرًا رياضيًا فى أبسط صورة يعبر عن محيط الشكل (P) ،

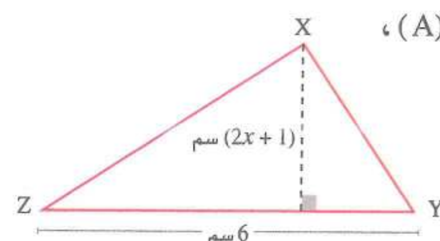
ثم **أوجد:** P عندما $x = 3$, $y = 2$



(القليوبية 2025)

9 📖 XYZ مثلث، اكتب الصيغة الرياضية التى تعبر عن مساحته (A) ،

ثم **أوجد:** A عندما $x = 1$



إرشاد : مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع

جمع وطرح المقادير الجبرية:

10 اختر الإجابة الصحيحة:

1 ناتج جمع المقدارين: $(2x - 5)$ ، $(3x + 5)$ يساوى .... (القليوبية 2025)

(أ) $6x$ (ب) 2 (جـ) $5x$ (د) $5x + 2$

2 ناتج جمع المقدارين: $(-3x + 5)$ ، $(2x - 1)$ هو .... (المنوفية 2025)

(أ) $-5x + 4$ (ب) $x - 4$ (جـ) $4 - x$ (د) $x + 4$

3 زيادة المقدار $(3a - 5b)$ عن المقدار $(a - 2b)$ تساوى .... (سوهاج 2025)

(أ) $2a - 3b$ (ب) $2a - 5b$ (جـ) $2a + 3b$ (د) $5b + 2a$

4 المقدار $(-4x + 6)$ ينقص عن المقدار $(3x - 2)$ بمقدار .... (القليوبية 2025)

(أ) $7x + 8$ (ب) $7x - 8$ (جـ) $-7x + 8$ (د) $-7x - 8$

11 اجمع المقدارين الجبريين فى كل مما يأتى:

1 $2x+5\ ,\ 3x-7$ (الجيزة 2025)

2 $2x^2-5x-3\ ,\ x^2-3x-5$ (الجيزة 2025)

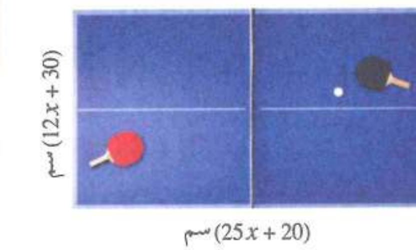
3 $3x-2y+5\ ,\ x+8y-2$ (الشرقية 2025)

4 $5a-5b+6c\ ,\ 3b-9c-5a$

12 أوجد مجموع المقدارين: $3x-2y+4z$, $3y-2x-6z$ ، ثم أوجد قيمة المقدار عندما: $x=3\ ,\ y=-2\ ,\ z=2$ (الدقهلية 2025)

13 يقرأ عمر كتابًا فى ثلاثة أيام، قرأ فى اليوم الأول (x) صفحة، وفى اليوم التالى قرأ (31) صفحة، وفى اليوم الثالث قرأ ($2x+17$) صفحة، اكتب مقدارًا جبريًا فى أبسط صورة يعبر عن عدد صفحات الكتاب التى قرأها عمر، ثم أوجد عدد الصفحات التى قرأها عُمر عندما $x=20$

14 الشكل المقابل يوضح طاولة لعبة تنس الطاولة، اكتب تعبيرًا رياضيًا فى أبسط صورة يعبر عن محيط الطاولة، ثم أوجد قيمة المحيط (p) عند $x=10$



15 ما زيادة المقدار:

1 $6a-2b-3$ عن المقدار: $5a-2b+7$ ؟ (الدقهلية 2025)

2 $9x-7y+5$ عن المقدار: $2y-5x-10$ ؟

16 أوجد باقى طرح المقدار:

1 $7x-3y+2$ من المقدار $5x+2y+3$ (المنوفية 2025)

2 $5b-3f+4$ من المقدار $6f+2b-6$ (الشرقية 2025)

17 اطرح المقدار: $4a+2b+6$ من المقدار: $6b-a-4$ ، ثم احسب القيمة العددية للناتج عندما: $a=1\ ,\ b=2$ (الدقهلية 2025)

18 مدرسة بها ($8x+15$) بنتًا، ($7x-10$) ولدًا، اكتب تعبيرًا رياضيًا يوضح مقدار زيادة عدد البنات عن عدد الأولاد فى هذه المدرسة.

19 اطرح المقدار ($8a-9+y$) من مجموع المقدارين ($2y+6-3a$) , ($-3a+1$)

تفكير إبداعى TIMSS

20 يوضح الشكل المقابل مخططًا لحديقة:

1 اكتب تعبيرًا رياضيًا يعبر عن مساحة الحديقة.

2 اكتب مقدارًا جبريًا فى أبسط صورة يعبر عن محيط الحديقة.



1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أبسط صورة للمقدار الجبرى: $4x+5-2x-6$ هى .... (الفيوم 2025)

(أ) $-2x+1$ (ب) $-2x-1$ (جـ) $2x+1$ (د) $2x-1$

2 ما التعبير الرياضى الذى يعبر عن طرح (1-) من x ؟ .... (دمياط 2025)

(أ) $x-1$ (ب) $1-x$ (جـ) $-1-x$ (د) $x+1$

3 ناتج جمع المقدارين الجبريين: $x+3y\ ,\ 3y-x$ هو .... (القاهرة 2025)

(أ) $6y$ (ب) $2x$ (جـ) $2x+6y$ (د) $-6y$

4 معامل الحد الجبرى $\frac{x}{8}$ هو ....

(أ) 1 (ب) 8 (جـ) $\frac{1}{8}$ (د) x

5 المتباينة التى تعبر عن أن أيمن يحتاج إلى ما لا يقل عن 10 جيجا بايت شهريًا لإنجاز عمله عبر الإنترنت هى .... (الجيزة 2025)

(أ) $x>10$ (ب) $x<10$ (جـ) $x\leqslant 10$ (د) $x\geqslant 10$

6 فى المقدار الجبرى: $-x+y-2xy$ المتغير الذى له أكبر معامل هو ....

(أ) x (ب) y (جـ) xy (د) لا يوجد

2 أكمل ما يأتى:

1 معامل a فى المقدار الجبرى $7-b-3a$ هو ....

2 عدد حدود المقدار: $\frac{x}{2}-y-2xy+1$ هو ....

3 زيادة a عن $-2a$ تساوى ....

3 أجب عما يأتى:

1 اكتب المقادير الجبرية الآتية فى أبسط صورة:

(أ) $7a-3b-a+3b$ (القليوبية 2025)

(ب) $-2n+3(n-1)$ (جـ) $3(2x-5)-4(x-6)$

2 اجمع المقدارين الجبريين فى كل مما يأتى:

(أ) $3x+5y-7$ ، $2x-3y+10$ (القاهرة 2025)

(ب) $3x-4y-5$ ، $-3x+4y+8$ (القاهرة 2025)

3 مدرسة بها ($4x-10$) بنتًا، ($2x+8$) ولدًا، اكتب تعبيرًا رياضيًا يوضح مقدار زيادة البنات عن الأولاد. (الدقهلية 2025)

ذاكر

الدرس 2

المعادلات الخطية
(Linear Equations)

فيديو الشرح





نواتج التعلم

- يتعرف الطالب على كيفية تكوين معادلة خطية فى مجهول واحد.
- يميز الطالب العلاقة بين مجموعة التعويض ومجموعة الحل.
- يحل الطالب معادلة خطية فى مجهول واحد حيث مجموعة التعويض هى إحدى مجموعات الأعداد (الطبيعية ، الصحيحة ، النسبية).

مفردات أساسية

- معادلة خطية (Linear Equation) – حل (Solution)
- مجموعة التعويض (Substitution Set) – مجموعة الحل (Solution Set)

فكر وناقش

1 أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج 24

2 ذهب أربعة أصدقاء إلى مطعم وطلبوا جميعًا نفس الوجبة، كما طلبوا مشروبات بمبلغ 50 جنيهًا، فإذا بلغت التكلفة الإجمالية 450 جنيهًا؛ **فاكتب معادلة تعبر عن الموقف السابق، ثم احسب سعر الوجبة الواحدة.**



- فى هذا الدرس سوف نتعلم كيفية تكوين وحل معادلة خطية فى مجهول واحد والتى تمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

تعلم 1 المعادلة:

أولا مفهوم المعادلة

المعادلة: هى جملة رياضية تعبر عن تساوى تعبيرين رياضيين **أو** هى جملة رياضية تحتوى على متغير أو أكثر وتتضمن علاقة التساوى (=)

من أمثلة المعادلات:

معادلات فى متغير (مجهول) واحد	
$x + 1 = 4$	معادلة خطية
$2x^2 + 1 = 9$	معادلة تربيعية (ليست خطية)
$y^3 + y = 4$	معادلة تكعيبية (ليست خطية)

معادلات خطية	
$x - 4 = -3$	معادلة خطية فى متغير واحد
$x + y = 4$	معادلة خطية فى متغيرين

لاحظ أن
- المعادلة الخطية تمثل بيانيًا فى المستوى بخط مستقيم، وأى متغير فيها يكون مرفوعًا للأس واحد.

- **وسوف تقتصر دراستنا فى هذا الفصل الدراسى على المعادلات الخطية فى متغير واحد.**

ثانيا تكوين المعادلة

نكون المعادلة باستخدام الرموز والأرقام والعمليات الحسابية (الجمع ، الطرح ، الضرب ، القسمة) ، وذلك لوصف موقف أو مشكلة ما.

فمثلا: عند ضرب 2 فى عدد ما كان الناتج 8 ، نفرض أن هذا العدد هو x ، فتكون المعادلة: $2x = 8$ ؛ ولإيجاد المعادلة المناسبة لكل موقف افرض المجهول (.......أو y أو x)

مثال 1 عبر عن كل من المواقف الآتية بمعادلة مناسبة:

1 عند إضافة 3 إلى عدد ما كان الناتج (‎-7)

2 عند طرح 5 من ضعف عدد ما كان الناتج 4

3 مجموع ثلاثة أعداد طبيعية متتالية يساوى 18

4 مجموع ثلاثة أعداد زوجية متتالية يساوى 66

5 ذهب أحمد إلى مكتبة لبيع الأدوات المدرسية واشترى عددًا من الأقلام، ثمن القلم الواحد 3.5 جنيه، واشترى مسطرة ثمنها 10 جنيهات، ودفع للبائع 31 جنيهًا.

الحل

- بفرض أن المجهول في جميع المواقف السابقة هو x

1 $x + 3 = -7$

2 $2x - 5 = 4$

3 $x + (x + 1) + (x + 2) = 18$

4 $x + (x + 2) + (x + 4) = 66$

5 $3.5x + 10 = 31$

تذكر أن
- ضعف العدد x هو $2x$
- ثلاثة أمثال العدد x هو $3x$
- نصف العدد x هو $\frac{1}{2}x$ أو $\frac{x}{2}$

سؤال 1

عبِّر عن كل من المواقف الآتية بمعادلة مناسبة:

1 مجموع ثلاثة أعداد فردية متتالية يساوى 45.

2 عند إضافة العدد 2 إلى نصف عدد ما كان الناتج 8.

3 عند طرح العدد L من نصف العدد 16 يكون الناتج 8.

4 عددان طبيعيان أحدهما ضعف الآخر ومجموعهما 81.

تعلم 2 حل المعادلة:

- **مجموعة التعويض:** هى المجموعة التى تنتمى إليها القيم المحتملة للمجهول فى المعادلة.
- **مجموعة حل المعادلة:** هى مجموعة القيم التى ينتمى كل منها لمجموعة التعويض وتحقق تساوى طرفى المعادلة، وهى مجموعة جزئية من مجموعة التعويض.

مثال 2 أوجد مجموعة حل المعادلة: $4x - 1 = 7$ إذا كانت مجموعة التعويض هى $\{1 , 2 , 4\}$

الحل

قيم x التى تنتمى إلى مجموعة التعويض	$x = 1$	$x = 2$	$x = 4$
التعويض بقيم x فى المعادلة $4x - 1 = 7$	$4(1) - 1 \overset{?}{=} 7$ $3 \neq 7$	$4(2) - 1 \overset{?}{=} 7$ $7 = 7$	$4(4) - 1 \overset{?}{=} 7$ $15 \neq 7$
هل طرفا المعادلة متساويان؟	✗	✓	✗

وبالتالى يكون حل المعادلة هو $x = 2$

أى أن: مجموعة حل المعادلة = $\{2\}$

لاحظ أن:
- مجموعة حل المعادلة هى مجموعة جزئية من مجموعة التعويض.

مثال 3 أوجد مجموعة حل المعادلة: $2 + \frac{1}{3}x = 5$ إذا كانت مجموعة التعويض هى $\{3 , 6 , 9\}$

الحل

- بوضع $x = 3$: نجد أن الطرف الأيسر $2 + \frac{1}{3}(3) = 2 + 1 = 3$ **لا يساوى** الطرف الأيمن،
وبالتالى فإن : $x = 3$ ليس حلًا للمعادلة.
- بوضع $x = 6$: نجد أن الطرف الأيسر $2 + \frac{1}{3}(6) = 2 + 2 = 4$ **لا يساوى** الطرف الأيمن،
وبالتالى فإن : $x = 6$ ليس حلًا للمعادلة.
- بوضع $x = 9$: نجد أن الطرف الأيسر $2 + \frac{1}{3}(9) = 2 + 3 = 5$ **يساوى** الطرف الأيمن،
وبالتالى فإن : $x = 9$ حل للمعادلة.

أى أن : مجموعة حل المعادلة = $\{9\}$

س؟ سؤال 2

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية:

1. $x + 5 = 8$ إذا كانت مجموعة التعويض $\{3 , 4 , 5\}$
2. $\frac{1}{2}x = 7$ إذا كانت مجموعة التعويض $\{8 , 10 , 14\}$
3. $2x + 1 = 11$ إذا كانت مجموعة التعويض $\{3 , 4 , 5\}$
4. $1 - \frac{x}{3} = 6$ إذا كانت مجموعة التعويض $\{-12 , -9 , 15\}$
5. $-5 - 3x = 4$ إذا كانت مجموعة التعويض $\{3 , -3 , 2 , -2\}$

خواص علاقة التساوى:

إذا كانت مجموعة التعويض مجموعة غير منتهية مثل: N , Z , Q فإن طريقة التعويض تكاد تكون مستحيلة؛ ولذلك سنستخدم طرقًا أسهل فى حل المعادلات التى تتطلب دراسة خواص علاقة التساوى لنحصل على معادلة مكافئة للمعادلة الأصلية يكون فيها المتغير منفردًا فى أحد طرفى المعادلة.

- إذا كانت A ، B ، C ثلاثة أعداد، فإن لهذه الأعداد الخواص الآتية:

1 خاصية الجمع أو الإضافة:

يمكن جمع (أو إضافة) نفس العدد إلى طرفى المعادلة ويبقى الطرفان متساويين.

فإذا كان: $A = B$ فإن: $A + C = B + C$

فمثلًا: إذا كان: $x - 3 = 4$ فإن: $x - 3 + 3 = 4 + 3$ وبالتالى فإن: $x = 7$

2 خاصية الطرح أو الحذف:

يمكن طرح (أو حذف) نفس العدد من طرفى المعادلة ويبقى الطرفان متساويين.

فإذا كان: $A + C = B + C$ فإن: $A + C - C = B + C - C$ أى أن: $A = B$

فمثلًا: إذا كان: $x + 5 = 7$ فإن: $x + 5 - 5 = 7 - 5$ وبالتالى فإن: $x = 2$

3 خاصية الضرب:

يمكن ضرب طرفى المعادلة فى نفس العدد ويبقى الطرفان متساويين.

فإذا كان: $A = B$ فإن: $A \times C = B \times C$

فمثلًا: إذا كان: $\frac{1}{2}x = 3$ فإن: $2 \times \frac{1}{2}x = 2 \times 3$ وبالتالى فإن: $x = 6$

4 خاصية القسمة:

يمكن قسمة طرفى المعادلة على نفس العدد (ما عدا الصفر) ويبقى الطرفان متساويين.

فإذا كان: $A \times C = B \times C$ (حيث $C \neq 0$) فإن: $\frac{A \times C}{C} = \frac{B \times C}{C}$ أى أن: $A = B$

فمثلًا: إذا كان: $3x = 21$ فإن: $\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$ وبالتالى فإن: $x = 7$

حل المعادلات باستخدام خواص علاقة التساوى:

مثال 4 أوجد مجموعة حل المعادلة: $3x + 11 = 2$ إذا كانت مجموعة التعويض 1 Z 2 N

الحل

$3x + 11 = 2$

$3x + 11 - 11 = 2 - 11$ (طرح 11 من طرفى المعادلة)

$3x = -9$ (معادلة مكافئة)

$\frac{3x}{3} = \frac{-9}{3}$ (قسمة طرفى المعادلة على 3)

$x = -3$ (معادلة مكافئة)

حل آخر

يمكنك الحل بـ (عكس العملية)

$3x + 11 = 2$

$3x = 2 - 11$ (عكس عملية الجمع)

$3x = -9$ (عكس عملية الضرب)

$x = \frac{-9}{3} = -3$

1. إذا كانت مجموعة التعويض Z ، $-3 \in Z$ ، فإن مجموعة حل المعادلة فى Z هى $\{-3\}$
2. إذا كانت مجموعة التعويض N ، $-3 \notin N$ ، فإن مجموعة حل المعادلة فى N هى $\varnothing$

لاحظ أن

- المعادلات الخطية فى مجهول واحد التى لها نفس الحل فى نفس مجموعة التعويض تسمى معادلات متكافئة، فمثلًا المعادلات: $3x + 1 = 10$, $3x = 9$, $x = 3$ هى معادلات متكافئة.

مثال 5

أوجد فى Z مجموعة حل المعادلات الآتية ثم تحقق من صحة الحل:

1) $3x - 4 = 5$ 2) $\frac{1}{2}y + 2 = 3$ 3) $5 - 2b = -3$

الحل

1) $3x - 4 + 4 = 5 + 4$

$3x = 9$

$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$

$x = 3$, $3 \in Z$

إذن مجموعة الحل = $\{3\}$

للتحقق: $3x - 4 = 5$

بوضع $(x = 3)$:

$3(3) - 4 = 5$

الجملة صحيحة: $5 = 5$

أى أن الحل يساوى 3

2) $\frac{1}{2}y + 2 - 2 = 3 - 2$

$\frac{1}{2}y = 1$

$2 \times \frac{1}{2}y = 2 \times 1$

$y = 2$, $2 \in Z$

إذن مجموعة الحل = $\{2\}$

للتحقق: $\frac{1}{2}y + 2 = 3$

بوضع $(y = 2)$:

$\frac{1}{2}(2) + 2 = 3$

الجملة صحيحة: $3 = 3$

أى أن الحل يساوى 2

3) $5 - 5 - 2b = -3 - 5$

$-2b = -8$

$\frac{-2b}{-2} = \frac{-8}{-2}$

$b = 4$, $4 \in Z$

إذن مجموعة الحل = $\{4\}$

للتحقق: $5 - 2b = -3$

بوضع $b = 4$:

$5 - 2(4) = -3$

الجملة صحيحة: $-3 = -3$

أى أن الحل يساوى 4

مثال 6

أوجد فى Q مجموعة حل المعادلة: $3(x - 2) = 12$

الحل

$3(x - 2) = 12$

$3x - 6 = 12$ (خاصية التوزيع)

$3x - 6 + 6 = 12 + 6$ (إضافة 6 لطرفى المعادلة)

$3x = 18$

$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$ (قسمة الطرفين على 3)

$x = 6$, $6 \in Q$

حل آخر

يمكنك الحل بالقسمة على 3 أولًا دون استخدام خاصية التوزيع

$3(x - 2) = 12$

$\frac{3(x-2)}{3} = \frac{12}{3}$

$x - 2 = 4$

$x - 2 + 2 = 4 + 2$

$x = 6$, $6 \in Q$

أى أن مجموعة الحل= $\{6\}$

سؤال 3

1) أوجد فى Z مجموعة حل المعادلة $4 + 5x = 34$ ثم تحقق من صحة الحل.

2) أوجد فى Q مجموعة حل المعادلة $4(x - 1) = 16$

مثال 7

أوجد فى Q مجموعة حل المعادلات التالية، ثم تحقق من صحة الحل:

1) $\frac{1}{2}(4x - 8) = 12$ 2) $5(x - 2) = 2(x + 6)$

الحل

1) $\frac{1}{2}(4x - 8) = 12$

$2x - 4 = 12$ (خاصية التوزيع)

$2x - 4 + 4 = 12 + 4$ (إضافة 4 إلى طرفى المعادلة)

$2x = 16$

$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$ (قسمة طرفى المعادلة على 2)

$x = 8$, $8 \in Q$

إذن مجموعة الحل = $\{8\}$

للتحقق: $\frac{1}{2}(4x - 8) = 12$

نضع $(x = 8)$: $\frac{1}{2}[4(8) - 8] = 12$

الجملة صحيحة: $12 = 12$

أى أن الحل يساوى 8

2) $5(x - 2) = 2(x + 6)$

$5x - 10 = 2x + 12$ (خاصية التوزيع)

$5x - 2x = 12 + 10$ (تجميع الحدود المتشابهة)

$3x = 22$ (تبسيط كل طرف)

$\frac{3x}{3} = \frac{22}{3}$ (قسمة طرفى المعادلة على 3)

$x = \frac{22}{3}$, $\frac{22}{3} \in Q$

إذن مجموعة الحل = $\{\frac{22}{3}\}$

للتحقق: $5(x - 2) = 2(x + 6)$

نضع $(x = \frac{22}{3})$: $5(\frac{22}{3} - 2) = 2(\frac{22}{3} + 6)$

الجملة صحيحة: $\frac{80}{3} = \frac{80}{3}$

أى أن الحل يساوى $\frac{22}{3}$

مثال 8

اشترى خمسة أشخاص تذاكر لدخول المتحف المصرى بالقاهرة، كما اشتروا هدايا تذكارية بمبلغ 625 جنيهًا، فإذ بلغت التكلفة الإجمالية 775 جنيهًا، فاكتب معادلة تمثل هذا الموقف، وما سعر التذكرة الواحدة؟

الحل

- نفترض أن سعر التذكرة الواحدة x جنيه

إذن سعر التذاكر الخمس هو $5x$ جنيه

- المعادلة هى: $5x + 625 = 775$
- لإيجاد ثمن التذكرة نحل المعادلة ونوجد قيمة x

$5x + 625 = 775$

$5x + 625 - 625 = 775 - 625$

$\frac{5x}{5} = \frac{150}{5}$

$x = 30$

وبالتالى فإن سعر التذكرة الواحدة (x) هو 30 جنيهًا.

حل آخر

- يمكن حل المعادلة باستخدام النموذج الشريطى، حيث x هو سعر التذكرة الواحدة.

التكلفة الإجمالية: 775

625	x	x	x	x	x

ثمن الهدايا التذكارية — ثمن التذكرة الواحدة

625	150				
625	x	x	x	x	x

625	30	30	30	30	30
625	x	x	x	x	x

- سعر التذكرة الواحدة (x) هو 30 جنيهًا.

سؤال 4

أوجد فى Q مجموعة حل المعادلتين الآتيتين:

1) $5x - 1 = 3x + 13$ 2) $4(x - 7) = -29 + 5x$

مثال 9 أجب عما يأتي:

1 إذا كان: $\frac{m}{4} = 6$ ، فما قيمة $m - 15$ ؟

2 عددان طبيعيان متتاليان مجموعهما 27 ، أوجد العددين.

الحل

1 (بضرب طرفى المعادلة فى 4) ▸ $\frac{m}{4} = 6$

▸ $4 \times \frac{m}{4} = 6 \times 4 \Rightarrow m = 24$

وبالتالى فإن:

▸ $m - 15 = 24 - 15 = 9$

2 نفرض أن العددين x ، $x + 1$ (لأنهما متتاليان)

$x + 1 + x = 27 \Rightarrow 2x + 1 = 27$

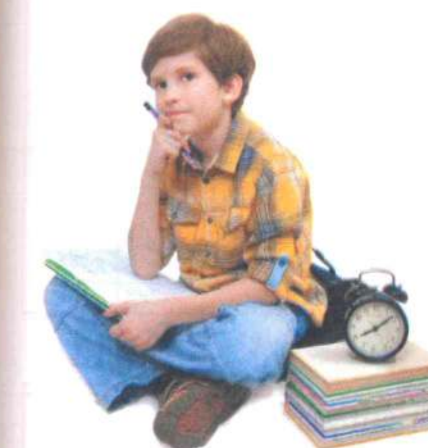
$2x + 1 - 1 = 27 - 1$

$2x = 26 \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{26}{2} \Rightarrow x = 13$

وبالتالى فإن العددين هما: 13 ، 14

مثال 10 أب عُمره الآن ثلاثة أمثال عُمر ابنه الآن ، وبعد 3 سنوات يصبح مجموع عمريهما 54 سنة، فما عمر كل منهما الآن؟

الحل



• نفرض أن عُمر الابن الآن هو x سنة، إذن عُمر الأب الآن هو $3x$ سنة

وبالتالى فإن : عُمر الابن بعد 3 سنوات $(x + 3)$ سنة،

عُمر الأب بعد 3 سنوات هو $(3x + 3)$ سنة

• المعادلة هى: ▸ $3x + 3 + x + 3 = 54$

تبسيط المعادلة: ▸ $4x + 6 = 54$

▸ $4x + 6 - 6 = 54 - 6 \Rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{48}{4} \Rightarrow x = 12$

وبالتالى فإن: عُمر الابن الآن هو 12 سنة وعُمر الأب الآن هو 36 سنة.

مثال 11 كتب معلم الرياضيات عددًا صحيحًا على السبورة، ثم كتب عددًا آخر أقل من ضعف العدد الأول بمقدار 17، فكان مجموع العددين 112 ما هو العدد الذى كتبه المعلم أولًا؟

الحل

• نفرض أن العدد هو x ، والعدد الآخر هو $2x - 17$

مجموع العددين = 112

▸ $x + 2x - 17 = 112 \Rightarrow 3x - 17 = 112$

▸ $3x - 17 + 17 = 112 + 17$

▸ $3x = 129 \Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{129}{3} \Rightarrow x = 43$ وبالتالى فإن العدد هو: 43

س؟ سؤال 5

1 عددان طبيعيان متتاليان مجموعهما 47 ، **أوجد العددين.**

2 **مثلث أطوال أضلاعه** x سم ، $(2x - 5)$ سم، 12سم، ومحيطه 37 سم ، **أوجد قيمة** x .

3 مستطيل طوله يزيد على ضعف عرضه بمقدار 3 سم ، فإذا كان محيطه 48 سم ، **فأوجد بُعديه.**



أسئلة الكتاب المدرسى ◂ أسئلة موقع الوزارة

المعادلة:

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 المعادلة: $x - 3 = 7$ تسمى معادلة ....

(أ) خطية (ب) تربيعية (جـ) تكعيبية (د) غير ذلك

2 المعادلة: $x^3 - 3x = 8$ تسمى معادلة ....

(أ) خطية (ب) تربيعية (جـ) تكعيبية (د) غير ذلك

3 المعادلة: $2x + 8 = 7$ هى معادلة خطية فى ....

(أ) متغير واحد (ب) متغيرين (جـ) ثلاثة متغيرات (د) غير ذلك

4 عددان صحيحان متتاليان مجموعهما 29 ، فأى من المعادلات التالية تعبر عن ذلك؟ ....

(أ) $x + x + 2 = 29$ (ب) $x + x + 1 = 29$

(جـ) $x + x - 1 = 28$ (د) $x + x + 1 = 30$

5 عُمر زياد الآن x سنة، وعمره منذ 7 سنوات كان 18 سنة، أى من المعادلات التالية تمثل الموقف السابق؟

(أ) $x + 7 = 25$ (ب) $x - 7 = 11$

(جـ) $x + 7 = 18$ (د) $x - 7 = 18$

2 عبر عن كل من المواقف الآتية بمعادلة مناسبة:

1 عند إضافة 3 إلى عدد ما كان الناتج 0.

2 نصف عدد ما مطروحًا منه 9 يساوى (−9).

3 عند طرح (−8) من ثلاثة أمثال عدد ما كان الناتج يساوى (−5).

4 ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها (−33).

5 مجموع عددين زوجيين متتاليين يساوى 54.

6 ضعف عدد ما يساوى المعكوس الجمعى للعدد 2.

7 المعكوس الجمعى لثمانية أمثال عدد ما يساوى ثلثين.

8 عددان مجموعهما 7 وأحدهما أقل من الآخر بمقدار 3.

حل المعادلة:

3 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إحدى المعادلات المكافئة للمعادلة $2x + 1 = 3$ هى ....

(أ) $2x = 7$ (ب) $x + 1 = 3$ (جـ) $4x + 3 = 4$ (د) $2x = 2$

2 أى من المعادلات الآتية لا تكافئ المعادلة: $b - 15 = 32$ ؟ .... (الجيزة 2025)

(أ) $b - 17 = 30$ (ب) $b + 5 = 52$ (جـ) $b = 47$ (د) $b - 20 = 77$

3 إذا كان: $2b - 2 = 2$ فإن: $b =$ .... (الجيزة 2025)

(أ) 2 (ب) 1 (جـ) −3 (د) 4

4 إذا كان: $2x + 3 = 13$ فإن: $x - 1 =$ ...... (الدقهلية 2025)

(أ) 1 (ب) 11 (جـ) 16 (د) 4

5 إذا كانت مجموعة التعويض { 5 , 4 , 1 } ، فإن مجموعة حل المعادلة $3x = 12$ هى ....

(أ) {4} (ب) {5} (جـ) {1} (د) $\varnothing$

6 مجموعة حل المعادلة: $2x - 1 = 3$ فى N هى .... (القليوبية 2025)

(أ) $\varnothing$ (ب) {−2} (جـ) {1} (د) {2}

7 ما مجموعة حل المعادلة: $2x + 7 = 12$ فى N ؟ .... (القاهرة 2025)

(أ) {2} (ب) {−2} (جـ) {−2.5} (د) $\varnothing$

8 مجموعة حل المعادلة: $4x + 8 = 16$ فى Q هى .... (القاهرة 2025)

(أ) {3} (ب) {−2} (جـ) {2} (د) {5}

9 مجموعة حل المعادلة: $2(x + 5) = 15$ فى Q هى .... (المنيا 2025)

(أ) {−5} (ب) $\{\frac{5}{2}\}$ (جـ) {2} (د) {10}

10 أى مما يلى يمثل حل المعادلة: $2(x - 5) = 0$ فى Q ؟ $x =$ ...... (المنيا 2025)

(أ) 0 (ب) 5 (جـ) −5 (د) 10

11 إذا كان $x + 2 = 1$ ، فإن مجموعة حل المعادلة مجموعة جزئية من ....

(أ) N (ب) {1,2} (جـ) Z (د) Z_+

12 أى من المعادلات الآتية ليس لها حل فى Z ؟ ....

(أ) $6x = 12$ (ب) $6x = 15$ (جـ) $6x = 18$ (د) $6x = 24$

13 إذا كان 3 أمثال عدد هو 6 ، فإن ضعف العدد هو ......

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 8

14 إذا كان $3a - 1\frac{1}{4} = 5\frac{1}{2}$ ، فإن $4a =$ ......

(أ) $\frac{9}{4}$ (ب) $\frac{9}{2}$ (جـ) 9 (د) −9

4 أكمل ما يأتى:

1 إذا كان $3b = 6$ ، فإن: $6b =$ ......

2 إذا كان $3a = \frac{1}{3}$ ، فإن: $9a =$ ......

3 إذا كانت $7L - 3 = 53$ ، فإن قيمة: $11L + 2 =$ ......

4 مجموعة حل المعادلة $x + 1 = 0$ فى N هى ......

5 إذا كان $5x = 4(x + 2)$ ، فإن: $x =$ ......

6 إذا كان $4x$ يساوى المعكوس الضربى للعدد $\frac{-1}{2}$ ، فإن: $x =$ ......

7 إذا كانت مجموعة حل المعادلة $ax - 2 = 6$ (حيث a ثابت) هى {−2} ، فإن: $a =$ ......

5 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية:

1 $x + 4 = 10$ إذا كانت مجموعة التعويض هى {2, 4, 6}

2 $3x + 2 = 17$ إذا كانت مجموعة التعويض هى {3, 4, 5, 6}

3 $2x + 2 = |-6|$ إذا كانت مجموعة التعويض هى {−1, 0, 1}

4 $2(x - 3) = 4$ إذا كانت مجموعة التعويض هى {0, 4, 5, 6}

5 $\frac{5x}{2} = x - 6$ إذا كانت مجموعة التعويض هى {−6, 4, −4, 2}

6 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى N:

1 $x - 3 = 7$

2 $\frac{-2}{5} + a = \frac{3}{5}$

3 $2x - 1 = 9$ (الشرقية 2025)

4 $4 + 5x = 9$ (دمياط 2025)

5 $2(x + 7) = 10$

6 $4 - 3x = 19$ (كفر الشيخ 2025)

7 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى Z:

1 $2x + 3 = 17$ (القاهرة 2025)

2 $2x - 5 = -17$

3 $75 - 8x = 43$

4 $2(4x - 1) + 10 = 0$ (الدقهلية 2025)

5 $4(x - 1) = 3(x + 1)$

6 $\frac{b - 4}{6} = \frac{b}{2}$

7 $-5x - 4.8 = 5.2$

8 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى Q:

1 $3x - 4 = 17$ (السويس 2025)

2 $2x - 4 = -1$ (دمياط 2025)

3 $\frac{1}{3}c + 3 = 12$ (كفر الشيخ 2025)

4 $5(x + 3) = 7$ (الشرقية 2025)

5 $7 = 2(x + 3)$

6 $2x + 5 = 12 + 3x$

7 $3(2x - 4) = x + 3$ (الدقهلية 2025)

8 $5(x - 3) = 2(x - 1)$

9

1 إذا كان: $\frac{m}{3} = 7$ فما قيمة: $m - 19$ ؟

2 إذا كان: $-7k = 28$ فما قيمة: $3k + 6$ ؟

10 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى: 1 Z 2 Q

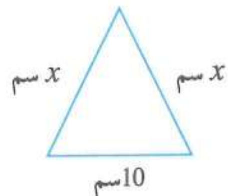
1 $x + 12 = 7$

2 $3x + 11 = 9$

3 $2y - 5 = -2$

4 $9 - 2b = 7$

11 إذا كان محيط المثلث المقابل يساوى 34 سم ، فما قيمة x ؟



12 عددان طبيعيان أحدهما ثلاثة أمثال الآخر ومجموعهما 48 ، **أوجد** العددين. (الدقهلية 2025)

13 مجموع عددين زوجيين متتاليين 54 ، **أوجد** العددين مبينًا خطوات الحل. (الشرقية 2025)

14 إذا كان عُمر الأم الآن ثلاثة أمثال عُمر ابنها الآن، وعُمر الأم الآن يزيد 24 سنة عن عُمر الابن الآن.
فما عُمر كل منهما الآن؟

15 مستطيل طوله يزيد على عرضه بمقدار 4 أمتار، فإذا كان محيطه 68 مترًا، **فأوجد** بُعديه.

16 ملعب كرة قدم على شكل مستطيل طوله يقل 15 مترًا عن ضعف عرضه،
فإذا كان محيطه 330 مترًا، **فأوجد** بعدى الملعب.

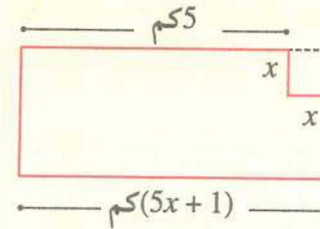


17 حازم لديه شريط من الخشب طوله 180 سم، ويريد أن يصنع منه إطارًا مستطيلًا لإحدى الصور بحيث يكون أحد بُعدى الإطار أطول من الآخر بمقدار 15 سم.
اكتب معادلة تمثل هذا الموقف ثم حلها لإيجاد بُعدى الإطار (باستخدام النموذج الشريطى).

18 حصالة بها 42 ورقة نقود بعضها من فئة 20 جنيهًا ، والبعض الآخر من فئة 50 جنيهًا ، فإذا كانت القيمة الإجمالية للنقود فى الحصالة 1800 جنيه، **فكم** عدد ورق النقود فئة 20 جنيهًا؟

تفكير إبداعى TIMSS

19 فى إطار حرص الدولة على توسيع الرقعة الزراعية تم استصلاح أرض صحراوية على شكل مستطيل مع اقتطاع جزء منها على شكل مربع طول ضلعه x كمزرعة لتنمية الثروة الحيوانية، **فما قيمة x بالكيلومتر؟**



20 أعلنت إحدى المؤسسات عن وظائف شاغرة لديها وتم تخصيص دقيقتين لكل شخص من أجل التقدم للحصول على وظيفة، بينما كانت سلمى التى جاءت للحصول على وظيفة تنتظر فى الطابور كان هناك $x + 2$ من الأشخاص أمامها، و $3x - 4$ خلفها، فإذا كان عدد أشخاص الطابور 35 شخصًا **فكم يمضى من الوقت لتصل سلمى إلى بداية الطابور؟**

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 المقدار الجبرى الذى يكافئ المقدار الجبرى التالى: $3x - 2 + 2x + 6$ هو ....

(أ) $x + 5$ (ب) $5x + 8$ (جـ) $x + 4$ (د) $5x + 4$

2 مجموع حل المعادلة $2 - 2(x+2) = 4$ فى N هو ....

(أ) $\{0\}$ (ب) $\{2\}$ (جـ) $\varnothing$ (د) $\{4\}$

3 المتغير الذى له أصغر معامل فى المقدار الجبرى: $2y - x + x^2 - 3z$ هو ....

(أ) z (ب) x (جـ) y (د) x^2

4 ناتج طرح $7x$ من $9x$ يساوى .... (الشرقية 2025)

(أ) $-2x$ (ب) $2x$ (جـ) $16x$ (د) $-5x$

2 أكمل ما يأتى:

1 قيمة المقدار $(2n - 6)$ عند $n = -1$ تساوى ....

2 التعبير الرياضى الذى يعبر عن العدد 7 مطروحًا منه عدد y هو ....

3 إذا كانت مساحة متوازى الأضلاع الذى طول قاعدته 9 سم، وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة $(4x + 1)$ سم يساوى 45 سنتيمترًا مربعًا، فإن $x =$ ....

4 فى المقدار الجبرى: $1 - 2ab + 3a + ba$ الحدود المتشابهة هى .... ، ....

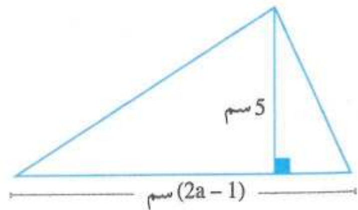
3 أجب عما يأتى:

1 **أوجد مجموع المقدارين:** $2x^2 - 5x + 2 \;,\; 3x^2 + x - 1$ (الدقهلية 2025)

2 **أوجد فى Q مجموعة حل المعادلة:** $5(x - 2) = 3(x + 4)$ (القاهرة 2025)

3 ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية يزيد ضعف أصغرها على ثلاثة أمثال أكبرها بمقدار 15، **فما هذه الأعداد؟**

4 **اكتب** الصيغة الرياضية التى تعبر عن مساحة المثلث المقابل (A)،
ثم أوجد القيمة العددية للمساحة (A) عندما: $a = 4$



1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 ما المعادلة المناسبة لحساب سعر القميص عند شرائك 3 قمصان من نفس النوع من أحد المتاجر الإلكترونية إذا كانت التكلفة الكلية 490 جنيهًا بعد إضافة 40 جنيهًا مصاريف شحن؟ ....

(أ) $x + 40 = 490$ (ب) $3(x + 40) = 490$ (جـ) $x + 120 = 490$ (د) $3x + 40 = 490$

2 ما المقدار الجبرى الذى يكافئ المقدار التالى: $2x - 3 - 4x + 1$؟ ....

(أ) $2x - 2$ (ب) $-2x + 2$ (جـ) $-6x - 4$ (د) $-2 - 2x$

3 أى من المعادلات الآتية تكافئ المعادلة: $2n + 1 = 3$؟ ....

(أ) $n + 2 = 6$ (ب) $2n = 4$ (جـ) $2n = 2$ (د) $n + 1 = \frac{3}{2}$

4 ما المتباينة التى تعبر عن أن باسم يحتاج إلى ما لا يقل عن 10 جيجا بايت شهريًا لإنجاز عمله عبر الإنترنت؟ ....

(أ) $x < 10$ (ب) $x > 10$ (جـ) $x \leqslant 10$ (د) $x \geqslant 10$

2 أكمل كلًا مما يأتى بالإجابة الصحيحة:

1 قيمة المقدار $(4x - 10)$ عند $x = -1$ تساوى ....

2 مجموعة الحل فى N للمعادلة $10 = (3x - 1)\,2$ هى ....

3 إذا كان مروان يملك عدد x من أوراق النقود فئة 10 جنيهات بالإضافة إلى ورقة واحدة فئة 100 جنيه، وكان إجمالى ما معه من نقود هو 330 جنيهًا فإن .... $= x$

4 متوازى أضلاع طول قاعدته 12 سم وارتفاعه المناظر لها $(3x - 1)$ سم ومساحته 60 سنتيمترًا مربعًا، فإن .... $= x$

3 أجب عن الأسئلة الآتية:

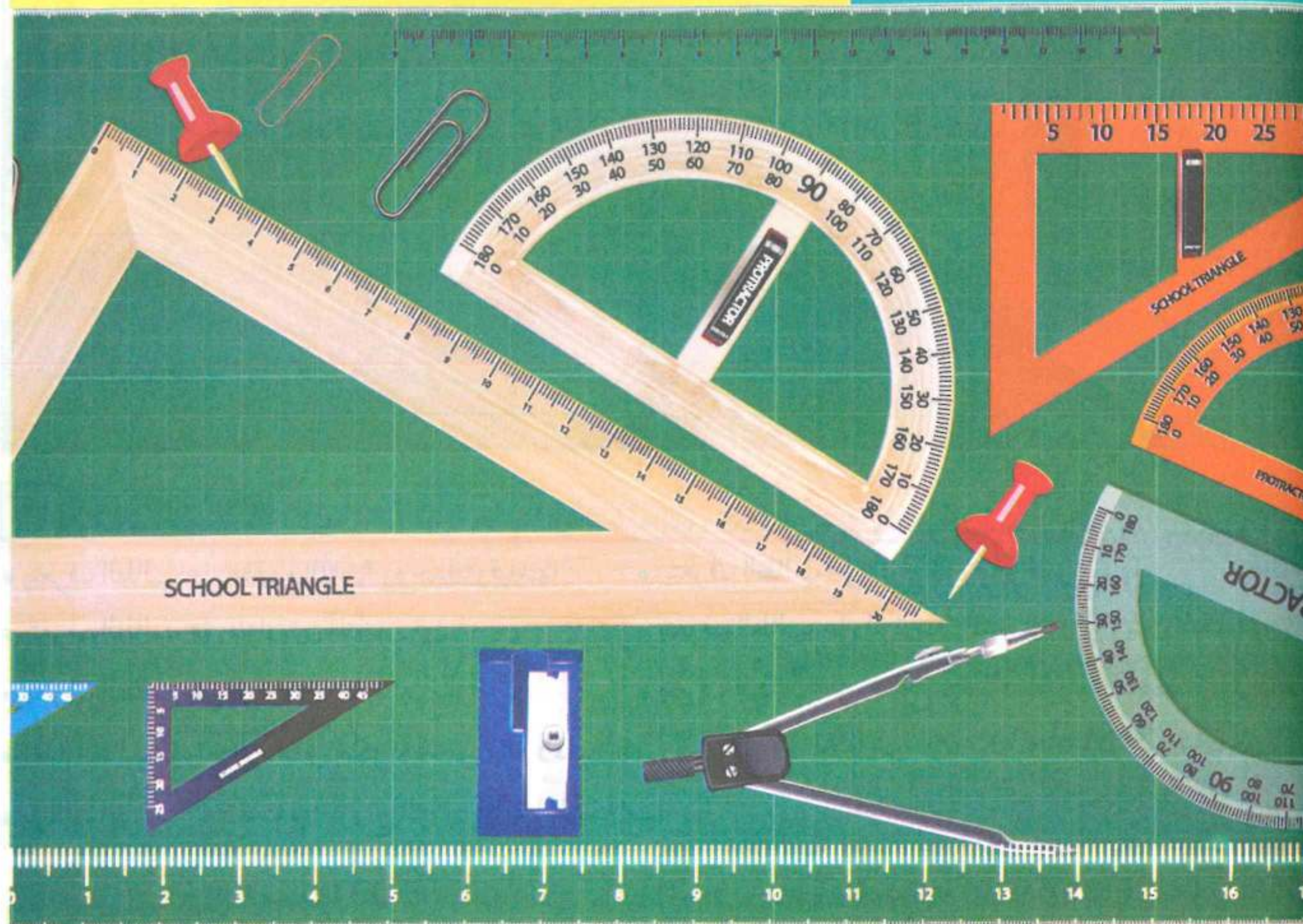
1 **اكتب فى أبسط صورة المقدار:** $2(n - 3m) - 3(2n - 1)$ ، ثم **أوجد** قيمة المقدار عند: $n = 2 , m = -2$

2 **أوجد فى Q مجموعة حل المعادلة:** $2(\frac{1}{2}x - 3) = 4x$

3 **اكتب** حدًا جبريًا مشابهًا للحد الجبرى x^2 ومعامله يساوى (-3) ثم **أوجد** مجموع الحدين.

4 **اكتب** الصيغة الرياضية التى تعبر عن المساحة الكلية (A) لمكعب مساحة أحد أوجهه x^2.

الوحدة الثالثة 3
الهندسة والقياس



دروس الوحـــدة

الـــدرس الأول: أنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا (Types of Angles and Relations between Angles)

الـــدرس الثانى: التوازى (Parallelism)

الـــدرس الثالث: المثلث (Triangle)

الـــدرس الرابع: الأشكال الرباعية (Quadrilaterals)

الجزء 1

الجزء 2

الدرس الخامس: المضلعات (Polygons)

الدرس السادس: الإحداثيـات (Coordinates)

تسعى هندسة الذكاء الاصطناعى إلى تحقيق تطوير كبير فى مجال الأنظمة التكنولوجية والروبوتات الذكية.

- فهل يمكن تطوير مجالات هندسة الذكاء الاصطناعى فى حل مشكلات عديدة مرتبطة بمجالات مختلفة فى حياتنا اليومية؟

القضايا والمهارات الحياتية:
- تكنولوجيا المعلومات.
- العولمة.
- الفهم الرياضى.
- التفكير الإبداعى.

القيم:
- الاحترام.
- المسئولية.
- المثابرة.
- الصمود.
- الانتماء.
- العدالة.

ذاكر الدرس 1

أنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا
(Types of Angles and Relations between Angles)





نواتج التعلم

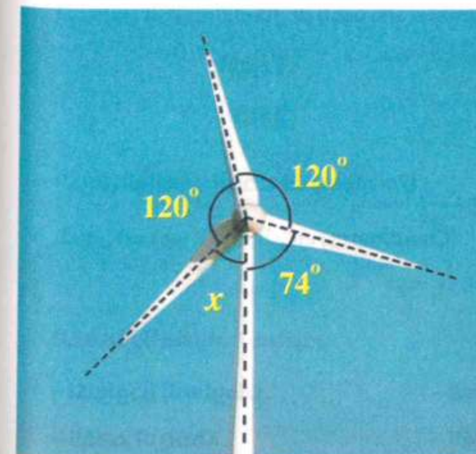
- يتعرف الطالب على مفهوم الزاوية ووحدات قياسها.
- يتعرف الطالب على أنواع الزوايا والتمييز بينها.
- يتعرف الطالب على الزاويتين المتجاورتين.
- يتعرف الطالب على الزاويتين المتتامتين والزاويتين المتكاملتين.
- يتعرف الطالب على الزاويتين المتقابلتين بالرأس.
- يتعرف الطالب على مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة.
- يحدد الطالب أزواج الزوايا فى شكل هندسى والعلاقة بين كل زوج.
- يوظف الطالب العلاقات بين أزواج الزوايا فى حل المشكلات.

مفردات أساسية

- زاوية مستقيمة (Straight Angle)
- زاوية منعكسة (Reflex Angle)
- زاويتان متتامتان (Complementary Angles)
- زاويتان متكاملتان (Supplementary Angles)
- زاويتان متقابلتان بالرأس (Vertically Opposite Angles)
- زوايا متجمعة حول نقطة (Accumulative Angles at a Point)
- زاويتان متجاورتان (adjacent angles)

فكر وناقش

- تمتلك مصر مقومات ضخمة لتوليد الطاقة المتجددة النظيفة من الرياح، وتعتبر محطة توليد الكهرباء من طاقة الرياح بجبل الزيت جنوب رأس غارب من أكبر محطات العالم فى توليد الكهرباء.
- فى الصورة المقابلة أحد توربينات توليد الكهرباء من الرياح. **هل يمكنك تحديد قيمة x ؟**
- **فى هذا الدرس، سوف تتعلم أنواع الزوايا والعلاقات بينها، والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.**



تعلم 1 مفهوم الزاوية وأنواع الزوايا:

أولا مفهوم الزاوية:

الزاوية: هى اتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية.

- نقطة بداية الشعاعين تسمى رأس الزاوية.
- كل من الشعاعين يحملان قطعتين مستقيمتين تسميان ضلعى الزاوية.

فمثلًا فى الشكل المقابل:

$$\overrightarrow{BA} \cup \overrightarrow{BC} = \angle ABC$$

وتسمى: $\angle ABC$ أو $\angle CBA$ أو $\angle B$ أو $\angle 1$

قياس الزاوية: تستخدم المنقلة فى قياس الزاوية.

- وتقاس الزاوية بوحدة الدرجة (°).

فمثلًا قياس $\angle ABC$ فى الشكل المقابل تساوى $60°$

نعبر عن قياس زاوية ABC كالتالى: $m(\angle ABC) = 60°$

- وتنقسم الدرجة إلى وحدات أصغر منها هى الدقيقة ورمزها (`) والثانية ورمزها (``) حيث:
  - الدرجة تساوى 60 دقيقة $(1° = 60`)$
  - الدقيقة تساوى 60 ثانية $(1` = 60``)$

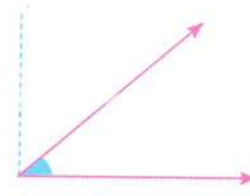
ثانيا أنواع الزوايا بحسب قياساتها:

1 الزاوية الصفرية:



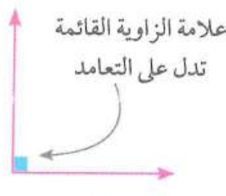
- زاوية قياسها $0°$
- ضلعاها منطبقان

2 الزاوية الحادة:



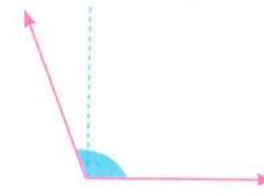
- زاوية قياسها أكبر من $0°$ وأصغر من $90°$

3 الزاوية القائمة:



- زاوية قياسها $90°$
- ضلعاها متعامدان

4 الزاوية المنفرجة:



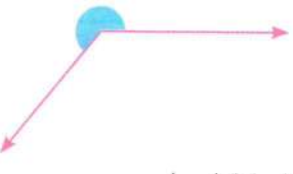
- زاوية قياسها أكبر من $90°$ وأصغر من $180°$

5 الزاوية المستقيمة:



- زاوية قياسها $180°$
- ضلعاها فى اتجاهين متضادين على استقامة واحدة.

6 الزاوية المنعكسة:



- زاوية قياسها أكبر من $180°$ وأصغر من $360°$

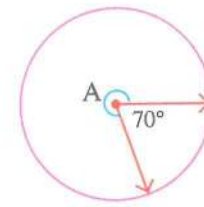
س؟ سؤال 1

أكمل الجدول التالى:

قياس الزاوية	$60°$	$120°$	$89° 60`$	$180° 55`$	$0°$	$230°$
نوع الزاوية	....	....	....	....	....	....

لاحظ أن

قياس الدائرة يساوى °360



فمثلًا فى الشكل المقابل:

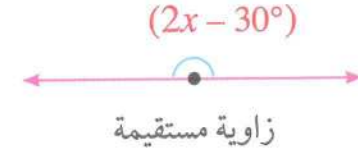
إذا كان قياس $\angle A$ هو °70 فإن قياس $\angle A$ المنعكسة هو: $360° - 70° = 290°$

وبالتالى فإنه: لإيجاد قياس الزاوية المنعكسة لزاوية معطاة نطرح قياس الزاوية المعطاة من °360

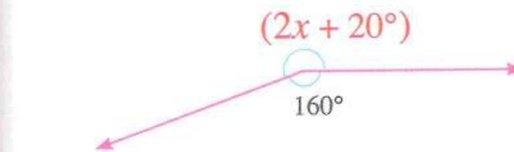
وبصفة عامة: قياس أى زاوية + قياس الزاوية المنعكسة لها = °360

مثال 1 أوجد قيمة x فى كل مما يأتى، ثم تحقق من صحة الحل:

1



2



(بنى سويف 2025)

الحل

1

$2x - 30° = 180°$

$2x = 180° + 30°$

$2x = 210°$

$x = \frac{210°}{2}$

$x = 105°$

- للتحقق من صحة الحل نعوض عن قيمة x بـ °105

$2x - 30° = 2 \times 105° - 30°$

$= 210° - 30° = 180°$

وهذا معناه أن الحل صحيح

(لأن : قياس الزاوية مستقيمة = °180)

2

$2x + 20° = 360° - 160°$

$2x + 20° = 200°$

$2x = 200° - 20° = 180°$

$x = \frac{180°}{2}$

$x = 90°$

- للتحقق من صحة الحل نعوض عن قيمة x بـ °90

$2x + 20° = 2 \times 90° + 20° = 200°$

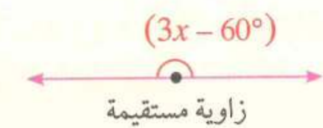
وهذا معناه أن الحل صحيح

(لأن : $200° + 160° = 360°$)

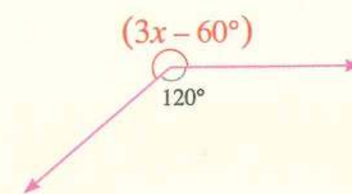
سؤال 2

❶ أوجد قيمة x فى كل مما يأتى:

(أ)



(ب)



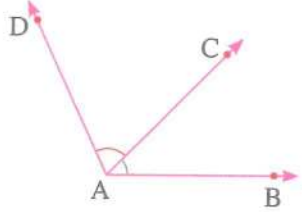
❷ أكمل الجدول التالى:

m (∠A)	150°	85°	....	$52\frac{1}{2}°$	112° 35`
m (∠A) (المنعكسة)	....	....	300°	....	....

تعلم 2 العلاقات بين الزوايا:

أولًا الزاويتان المتجاورتان:

الزاويتان المتجاورتان: هما زاويتان تقعان فى نفس المستوى، ولهما رأس مشترك وضلع مشترك، ويقع الضلعان الآخران فى جهتين مختلفتين من الضلع المشترك.



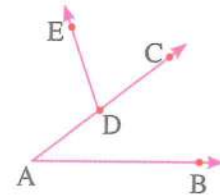
فمثلًا فى الشكل المقابل:

الزاويتان $\angle BAC$ ، $\angle CAD$ **متجاورتان لأنهما:**

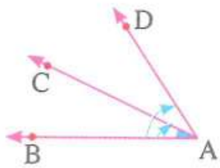
- لهما رأس مشترك (A).
- لهما ضلع مشترك ($\overrightarrow{AC}$).
- يقع الضلعان الآخران $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AD}$ فى جهتين مختلفتين من الضلع المشترك $\overrightarrow{AC}$

مثال 2 أجب عما يأتى:

1 هل $\angle BAC$ ، $\angle CDE$ زاويتان متجاورتان؟ ولماذا؟



2 هل $\angle BAD$ ، $\angle BAC$ زاويتان متجاورتان؟ ولماذا؟



الحل

1 $\angle BAC$ ، $\angle CDE$ ليستا زاويتين متجاورتين.

لأنهما لا يشتركان فى رأس واحد.

2 $\angle BAD$ ، $\angle BAC$ ليستا زاويتين متجاورتين

لأن: الضلعين الآخرين $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AD}$ فى نفس الاتجاه من الضلع المشترك $\overrightarrow{AB}$

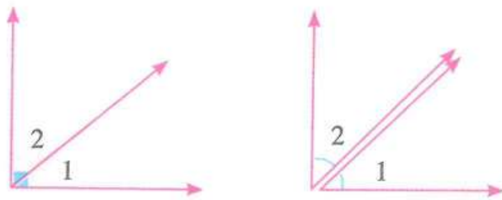
ثانيًا الزاويتان المتتامتان:

الزاويتان المتتامتان: هما زاويتان مجموع قياسيهما °90

فمثلًا إذا كان: $m(\angle 1) = 50°$ ، $m(\angle 2) = 40°$

فإن: $\angle 1$ ، $\angle 2$ زاويتان متتامتان

لأن: $m(\angle 1) + m(\angle 2) = 90°$



مثال 3 أكمل ما يأتى:

1 الزاوية التى قياسها °70 تتمم زاوية قياسها ....

2 الزاوية التى قياسها $x°$ تتممها زاوية قياسها .... (الدقهلية 2025)

3 إذا كانت: ($\angle A$) تتمم ($\angle B$) ، وكانت $m(\angle A) = m(\angle B)$

فإن: $m(\angle A) =$ ....

الحل

1 °20 (لأن : $90° - 70° = 20°$)

2 $90° - x°$

3 °45 (لأن : $90° \div 2 = 45°$)

ثالثًا الزاويتان المتكاملتان:

الزاويتان المتكاملتان: هما زاويتان مجموع قياسيهما 180°

فمثلًا إذا كان: $m(\angle 1) = 130°$

$m(\angle 2) = 50°$

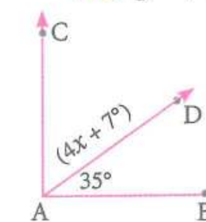
فإن: $\angle 1$ ، $\angle 2$ زاويتان متكاملتان

لأن: $m(\angle 1) + m(\angle 2) = 130° + 50° = 180°$

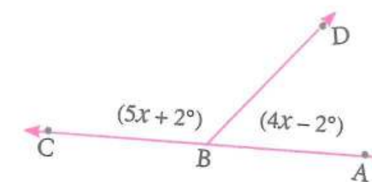


مثال 4 أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

1 إذا كان: $\overrightarrow{AC}$ عموديًا على $\overrightarrow{AB}$ (قنا 2025)



2 إذا كانت: A ، B ، C على استقامة واحدة



الحل

1 حيث إن: $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{AB}$

وبالتالي فإن: $m(\angle CAB) = 90°$

$4x + 7° + 35° = 90°$

$4x + 42° = 90°$

$4x = 90° - 42°$

$4x = 48°$

$x = \frac{48°}{4}$

$x = 12°$

2 حيث إن: A ، B ، C على استقامة واحدة

وبالتالي فإن: $m(\angle CBA) = 180°$

$5x + 2° + 4x - 2° = 180°$

$9x = 180°$

$x = \frac{180°}{9}$

$x = 20°$

نقاط هامة

- الزاوية الحادة تتمم زاوية حادة.
- الزاوية الصفرية تتمم زاوية قائمة والعكس صحيح.
- الزاوية الحادة تكمل زاوية منفرجة والعكس صحيح.
- الزاوية الصفرية تكمل زاوية مستقيمة والعكس صحيح.
- الزاوية القائمة تكمل زاوية قائمة.
- ليس من الضرورى أن تشترك الزاويتان فى الرأس لكى يتم تصنيفهما على أنهما زاويتان متتامتان أو زاويتان متكاملتان.
- مكملات الزاوية الواحدة (أو الزوايا المتساوية فى القياس) تكون متساوية فى القياس.

  أى أن: إذا كان $\angle A$ تكمل $\angle B$ ، $\angle C$ تكمل $\angle B$ فإن: $m(\angle C) = m(\angle A)$
- متممات الزاوية الواحدة (أو الزوايا المتساوية فى القياس) تكون متساوية فى القياس.

  أى أن: إذا كان $\angle A$ تتمم $\angle B$ ، $\angle C$ تتمم $\angle B$ فإن: $m(\angle C) = m(\angle A)$



مثال 5 أجب عما يأتي:

1 زاويتان متتامتان، الفرق بين قياسيهما 36° . أوجد قياس كلٍّ منهما. (المنيا 2025)

2 زاويتان متكاملتان إحداهما أكبر من الأخرى بمقدار 90° . أوجد قياس كلٍّ منهما. (القليوبية 2025)

الحل

1 نفرض أن الزاويتين هما x ، $(x - 36°)$

الزاويتان المتتامتان مجموع قياسيهما = 90°

$x + x - 36° = 90°$

$2x = 90° + 36°$

$2x = 126°$

$x = \frac{126°}{2} = 63°$

إذن قياس الزاويتين هو 63° ، 27°

2 نفرض أن قياس الزاوية الصغرى x

قياس الزاوية الكبرى $(x + 90°)$

الزاويتان المتكاملتان مجموع قياسيهما = 180°

$x + x + 90° = 180°$

$2x = 180° - 90°$

$2x = 90°$

$x = \frac{90°}{2} = 45°$

إذن قياس الزاوية الصغرى = 45° ،

قياس الزاوية الكبرى = 135°

الزاويتان المتجاورتان المتتامتان والمتكاملتان:

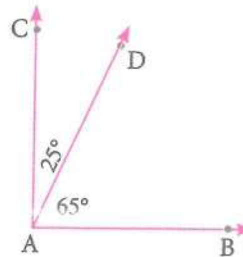
1 الزاويتان المتجاورتان المتتامتان:

إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متتامتين،

فإن الضلعين المتطرفين لهما يكونان متعامدين.

فمثلًا فى الشكل المقابل: $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{AB}$

لأن: $m(\angle CAD) + m(\angle DAB) = 25° + 65° = 90°$



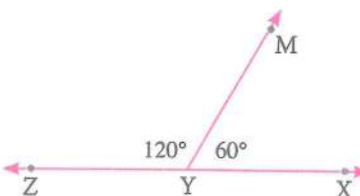
2 الزاويتان المتجاورتان المتكاملتان:

إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين،

فإن الضلعين المتطرفين لهما يكونان على استقامة واحدة.

فمثلًا فى الشكل المقابل: $\overrightarrow{YX}$ ، $\overrightarrow{YZ}$ على استقامة واحدة

لأن: $m(\angle MYZ) + m(\angle MYX) = 120° + 60° = 180°$



الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع نقطة بدايته على هذا المستقيم متكاملتان.

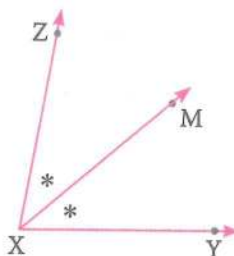
3 منصف الزاوية:

منصف الزاوية: هو الشعاع الذى يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين (متساويتين فى القياس).

فمثلًا فى الشكل المقابل:

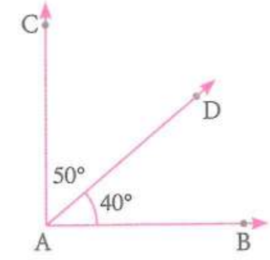
إذا كان: $\overrightarrow{XM}$ ينصف $\angle ZXY$

فإن: $m(\angle ZXM) = m(\angle MXY)$

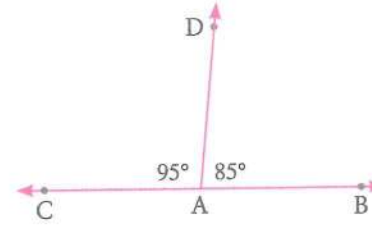


مثال 6 أجب عما يأتى:

1 هل $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$؟ مع ذكر السبب.



2 هل $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ على استقامة واحدة؟ مع ذكر السبب.



الحل

1 نعم $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$

لأن: $m(\angle BAD) + m(\angle DAC) = 40° + 50° = 90°$

2 نعم $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ على استقامة واحدة؛

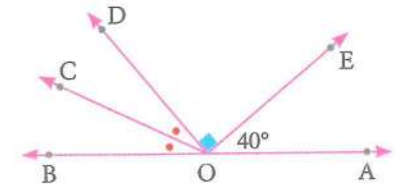
لأن: $m(\angle DAC) + m(\angle DAB) = 95° + 85° = 180°$

مثال 7 أجب عما يأتى:

1 فى الشكل التالى:

$O \in \overleftrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{OC}$ ينصف $\angle BOD$ ، $\overrightarrow{OD} \perp \overrightarrow{OE}$

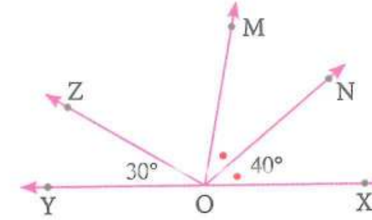
$m(\angle AOE) = 40°$ ، **أوجد** $m(\angle EOC)$



2 فى الشكل التالى:

$\overrightarrow{ON}$ ينصف $\angle MOX$ ، $O \in \overleftrightarrow{YX}$ ، $m(\angle NOX) = 40°$ ،

$m(\angle ZOY) = 30°$ ، أوجد $m(\angle ZOM)$



الحل

1 حيث إن: $O \in \overleftrightarrow{BA}$ ، $m(\angle BOA) = 180°$

وبالتالى فإن: $m(\angle DOB) + 90° + 40° = 180°$

$m(\angle DOB) + 130° = 180°$

$m(\angle DOB) = 180° - 130° = 50°$

وحيث إن: $\overrightarrow{OC}$ ينصف $\angle BOD$

$m(\angle DOC) = m(\angle COB) = \frac{50°}{2} = 25°$

$m(\angle EOC) = 90° + 25° = 115°$

2 حيث إن: $\overrightarrow{ON}$ ينصف $\angle MOX$

وبالتالى فإن: $m(\angle XON) = m(\angle NOM) = 40°$

وحيث إن: $m(\angle XOY) = 180°$ ، $O \in \overleftrightarrow{YX}$

وبالتالى فإن: $m(\angle ZOM) + 40° + 40° + 30° = 180°$

$m(\angle ZOM) + 110° = 180°$

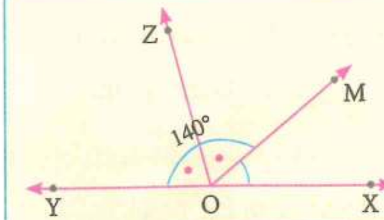
$m(\angle ZOM) = 180° - 110° = 70°$

سؤال 3

فى الشكل المقابل:

إذا كانت $O \in \overleftrightarrow{YX}$ ، $\overrightarrow{OZ}$ ينصف $\angle MOY$ ،

$m(\angle MOY) = 140°$ **أوجد** $m(\angle ZOX)$



تعلم 3 الزاويتان المتقابلتان بالرأس:

الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان غير متجاورتين ناتجتان من تقاطع مستقيمين.

فمثلًا فى الشكل المقابل:

إذا كان: $\overleftrightarrow{XY} \cap \overleftrightarrow{MN} = \{O\}$ ، فإن:

الزاويتين $\angle MOX$ ، $\angle YON$ متقابلتان بالرأس

الزاويتين $\angle MOY$ ، $\angle XON$ متقابلتان بالرأس

الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان (متساويتان فى القياس).

أى أن: $m(\angle MOX) = m(\angle YON)$

$m(\angle XON) = m(\angle MOY)$

مثال 8 أجب عما يأتى:

1 فى الشكل المقابل:

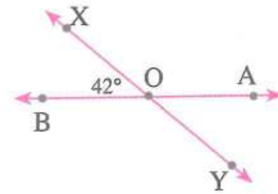
$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{XY} = \{O\}$ ،

$m(\angle BOX) = 42°$

أوجد:

(أ) $m(\angle AOY)$

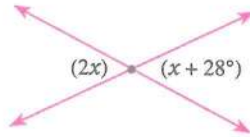
(ب) $m(\angle XOA)$



2 زاويتـان متقابلتـان بالرأس،

إذا كان قياس إحداهما $(2x)$

وقياس الأخرى $(x + 28°)$ فأوجد قياس إحداهما



الحل

1 $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{XY} = \{O\}$

$m(\angle XOB) = m(\angle AOY)$ بالتقابل بالرأس

$m(\angle AOY) = 42°$

وحيث: $O \in \overleftrightarrow{AB}$ ، $m(\angle BOA) = 180°$

$m(\angle XOA) = 180° - 42° = 138°$

2 الزاويتـان متقابلـتان بالرأس

$2x = x + 28°$

$2x - x = 28°$

$x = 28°$

قياس إحدى الزاويتين يساوى $56°$

(لأن: $2x = 2 \times 28° = 56°$)

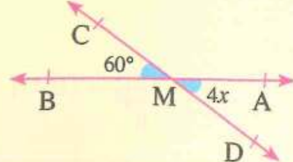
نقاط هامة

- إذا كانت الزاويتان المتقابلتان بالرأس متتامتين، فإن قياس كل منهما يساوى $45°$
- إذا كانت الزاويتان المتقابلتان بالرأس متكاملتين، فإن قياس كل منهما يساوى $90°$

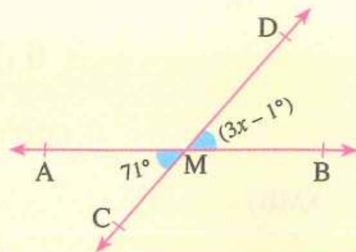
سؤال 4

فى كل مما يأتى أوجد قيمة x إذا كان: $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

1



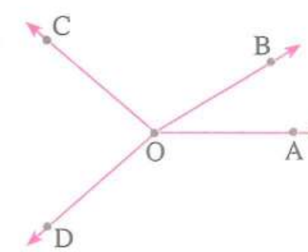
2



تعلم 4 الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة:

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة يساوى $360°$

فمثلًا فى الشكل المقابل:



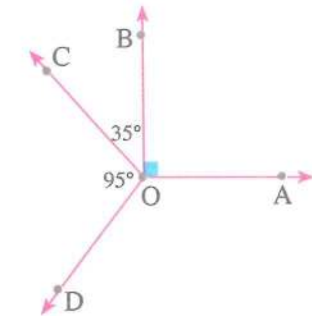
$$m(\angle AOB) + m(\angle BOC) + m(\angle COD) + m(\angle DOA) = 360°$$

مثال 9 أجب عما يأتى:

1 فى الشكل المقابل:

$\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ ، $m(\angle COB) = 35°$ ، $m(\angle COD) = 95°$

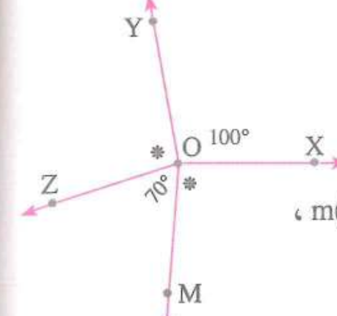
أوجد: $m(\angle DOA)$



2 فى الشكل المقابل:

$m(\angle YOX) = 100°$ ، $m(\angle ZOM) = 70°$ ، $m(\angle MOX) = m(\angle YOZ)$

أوجد: $m(\angle YOZ)$



الحل

1 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = $360°$

$90° + 35° + 95° + m(\angle DOA) = 360°$

$220° + m(\angle DOA) = 360°$

$m(\angle DOA) = 360° - 220°$

$m(\angle DOA) = 140°$

2 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = $360°$

$100° + m(\angle YOZ) + 70° + m(\angle MOX) = 360°$

$m(\angle YOZ) + m(\angle YOZ) = 360° - 100° - 70° = 190°$

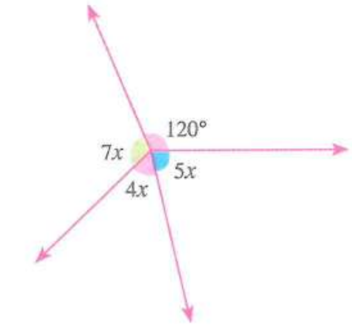
لأن: $m(\angle MOX) = m(\angle YOZ)$

$2m(\angle YOZ) = 190°$

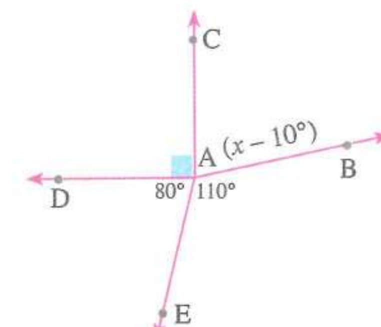
$m(\angle YOZ) = \frac{190°}{2}$ $\qquad m(\angle YOZ) = 95°$

مثال 10 أوجد قيمة x فى كل مما يأتى:

1



2



الحل

1 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = $360°$

$7x + 4x + 5x + 120° = 360°$

$16x = 360° - 120°$

$16x = 240°$ ، $x = \frac{240°}{16} = 15°$

2 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = $360°$

$x - 10° + 90° + 80° + 110° = 360°$

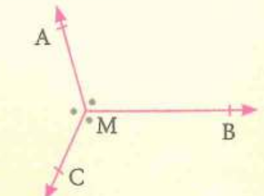
$x + 270° = 360°$

$x = 360° - 270° = 90°$

سؤال 5

فى الشكل المقابل:

$m(\angle AMB) =$ ....



تعلم 5 تطبيقات حياتية على العلاقات بين الزوايا:

مثال 11

إذا كانت النسبة بين قياسات ثلاث زوايا متجمعة حول نقطة هى $2 : 3 : 4$

فأوجد قياس كل زاوية من الزوايا الثلاثة.

الحل مجموع الأجزاء $4 + 3 + 2 = 9$

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = $360°$

قياس الزاوية الأولى $\frac{2}{9} \times 360° = 80°$ ، قياس الزاوية الثانية $\frac{3}{9} \times 360° = 120°$

، قياس الزاوية الثالثة $\frac{4}{9} \times 360° = 160°$

مثال 12

(قنا 2025)

فى الشكل المقابل:

$\overleftrightarrow{AC} \cap \overleftrightarrow{EF} = \{B\}$ ،

$m(\angle ABF) = 40°$ ، $m(\angle CBD) = 60°$

أوجد: $m(\angle DBF)$ ، $m(\angle CBE)$

الحل

$B \in \overleftrightarrow{AC}$

$m(\angle DBF) = 180° - (40° + 60°) = 80°$

$\overleftrightarrow{AC} \cap \overleftrightarrow{EF} = \{B\}$

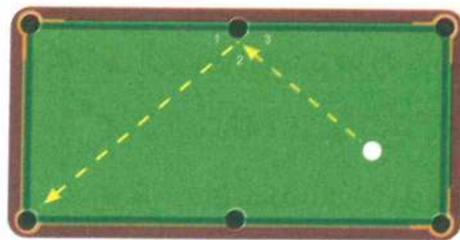
$m(\angle CBE) = m(\angle ABF) = 40°$ ——— (بالتقابل بالرأس)

مثال 13

في الصورة أمامك طاولة بلياردو ،

إذا كان: قياس $\angle 1$ يساوى قياس $\angle 3$، وقياس $\angle 1$ يساوى $43°$

فأوجد قياس $\angle 2$



الحل

$m(\angle 1) + m(\angle 2) + m(\angle 3) = 180°$

$43° + m(\angle 2) + 43° = 180°$

$m(\angle 2) + 86° = 180°$

$m(\angle 2) = 180° - 86°$

$m(\angle 2) = 94°$

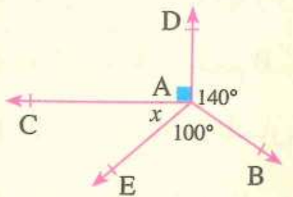
سؤال 6

(القاهرة 2025)

فى الشكل المقابل: $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{AC}$

$m(\angle EAB) = 100°$ ، $m(\angle BAD) = 140°$

أوجد قيمة x



أنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا (Types of Angles and Relations between Angles)

أسئلة تفاعلية



تذكر ▲ فهم ▲ تطبيق ▲ تحليل ▲

أسئلة الكتاب المدرسي ▸ أسئلة موقع الـوزارة ▸

أولاً مفهوم الزاوية وأنواع الزوايا

1 أكمل ما يأتى:

1 الزاوية هى ....

2 قياس الزاوية المستقيمة = ... ، بينما قياس الزاوية الصفرية = ... (بنى سويف 2025)

3 إذا كان: $m(\angle B) = 50^\circ$ ، فإن .... = $m(\angle B)$ المنعكسة

4 إذا كان قياس الزاوية B المنعكسة = 200° فإن: .... = $m(\angle B)$

5 الزاوية الحادة قياسها أكبر من .... وأقل من ....

6 الزاوية المنفرجة قياسها أكبر من .... وأقل من ....

7 الدرجة = ... دقيقة   8 $20^\circ\ 60'$ = ... °

2 من الجدول التالى، اذكر أنواع الزوايا التى قياس كل منها:

قياس الزاوية	66°	180°	120°	90°	36°	0°	310°	$90^\circ\ 60'$
نوع الزاوية	....	....	....	....	....	....	....	....

ثانياً العلاقات بين الزوايا



3 أكمل ما يأتى:

1 الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما = ...

2 الزاوية الحادة تتممها زاوية نوعها ....

3 الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسيهما = ...

4 الزاوية المستقيمة تكملها زاوية ....

5 إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين فإن ضلعيهما المتطرفين يكونان ....

6 الزاوية المنفرجة تكملها زاوية ....

7 إذا كان الزاويتان المتجاورتان متتامتين فإن ضلعيهما المتطرفين يكونان ....

8 الزاوية القائمة تتممها زاوية ....

9 إذا كانت: $\angle A$ تتمم $\angle B$ ، $\angle B$ تتمم $\angle D$ وكانت: $m(\angle A) = 40^\circ$ فإن: .... ° = $m(\angle D)$

10 الزاويتان المتتامتان المتساويتان فى القياس يكون قياس كل منهما = ...°

11 إذا كانت النسبة بين زاويتين متكاملتين 4 : 1 فإن قياس الزاوية الكبرى = ...° (بنى سويف 2025)

4 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان: $m(\angle A) = \frac{1}{2}\ m(\angle B)$ ، $m(\angle A)=30^\circ$ ، فإن $\angle A$ ، $\angle B$ تكونان .... (الشرقية 2025)

(أ) متتامتين (ب) منعكستين (جـ) متكاملتين (د) لا شيء مما سبق

2 $m(\angle A) + m(\angle A)$ المنعكسة = قياس .... (الدقهلية 2025)

(أ) زاوية قائمة (ب) زاويتين قائمتين (جـ) 3 زوايا قائمة (د) 4 زوايا قائمة

3 الزاوية التى قياسها x° تتمم زاوية قياسها = ... (المنيا 2025)

(أ) $180^\circ - x^\circ$ (ب) $90^\circ - x^\circ$ (جـ) $180^\circ + x^\circ$ (د) $90^\circ + x^\circ$

4 إذا كانت $\angle A$ تكمل $\angle B$ ، $\angle A$ تكمل $\angle D$ ، $\angle A$ زاوية حادة فإن $\angle B$ و $\angle D$ تكونان ....

(أ) متساويتين فى القياس (ب) متتامتين

(جـ) متكاملتين (د) متجاورتين

5 إذا كان: $\overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{BD}$ فإن: .... = $m(\angle ABD)$ (الفيوم 2025)

(أ) 50° (ب) 90° (جـ) 180° (د) 360°

6 الزاويتان المتجاورتان اللتان ضلعاهما المتطرفان متعامدان تكونان .... (المنوفية 2025)

(أ) منفرجتين (ب) متتامتين (جـ) متكاملتين (د) لا شيء مما سبق

7 الزاويتان المتجاورتان اللتان ضلعاهما المتطرفان على استقامة واحدة تكونان ....

(أ) حادتين (ب) متتامتين (جـ) متكاملتين (د) لا شيء مما سبق

8 إذا كان: $2m(\angle A) + 2m(\angle B) = 180^\circ$ ، فإن: $\angle A$ ، $\angle B$ تكونان ....

(أ) متساويتين فى القياس (ب) متتامتين

(جـ) متكاملتين (د) لا شيء مما سبق

9 ما نوع الزاوية المتممة لزاوية قائمة؟ .... (الشرقية 2025)

(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) صفرية (د) مستقيمة

10 ما قياس الزاوية التى تكمل الزاوية التى قياسها $34^\circ\ 60'$ ؟ ....

(أ) 55° (ب) 56° (جـ) 145° (د) 146°

5 اكتب قياس الزاوية التى تكمل كلًّا من الزوايا التى قياساتها كالآتى:

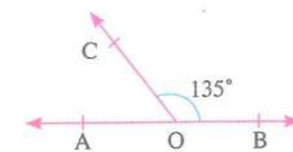
1 100° 2 90° 3 0° 4 180° 5 $119^\circ\ 60'$

6 اكتب قياس الزاوية المنعكسة لكل من الزوايا التى قياساتها كالآتى:

1 120° 2 $70^\circ\ 20'$ 3 175° 4 90° 5 173°

7 إذا كان: $O \in \overleftrightarrow{AB}$ ، فأوجد قياس الزاوية المطلوبة فى كل مما يأتى:

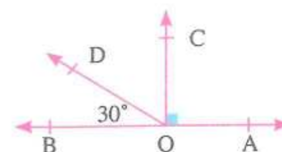
1



$m(\angle COA) = \dots\dots$

(المنوفية 2025)

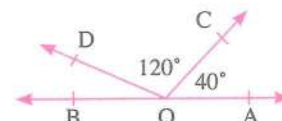
2



$m(\angle DOC) = \dots\dots$

(الجيزة 2025)

3

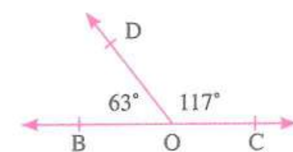


$m(\angle DOB) = \dots\dots$

(بنى سويف 2025)

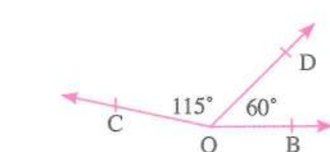
8 اذكر فى كل شكل من الأشكال الآتية: هل $\overrightarrow{OB}$ ، $\overrightarrow{OC}$ على استقامة واحدة أم لا؟ ولماذا؟

1



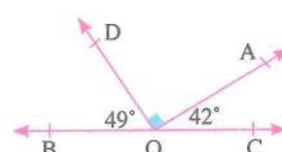
(المنيا 2025)

2



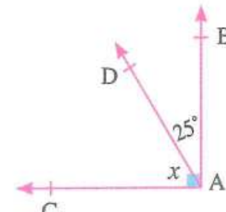
(بنى سويف 2025)

3

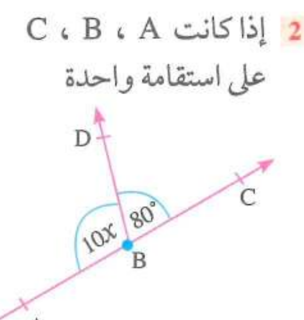


9 أوجد قيمة x فى كل من الأشكال التالية:

1

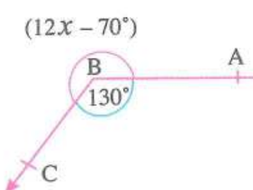


2 إذا كانت A ، B ، C على استقامة واحدة



(قنا 2025)

3



(بنى سويف 2025)

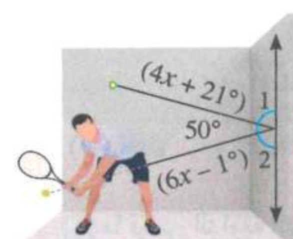
10 إذا كانت زاويتان متتامتان، النسبة بين قياسيهما 7 : 5 فأوجد قياس الزاوية الصغرى.

11 إذا كانت زاويتان متكاملتان، النسبة بين قياسيهما 4 : 5 فأوجد قياس كل منهما.

12 **الربط بالرياضة:** أثناء ممارسة أمجد للعبة الاسكواش، ضرب الكرة، فارتطمت بالحائط وارتدت عنه.

أوجد قيمة x ، ثم عوض لإيجاد:

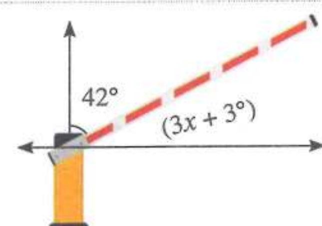
$m(\angle 1)$ ، $m(\angle 2)$



13 يتحرك ذراع بوابة العبور بزاوية قياسها 42° من الوضع الرأسى.

ما قياس الزاوية التى يجب أن يتحرك بها الذراع حتى يصبح أفقيًا؟

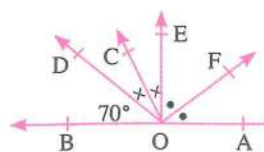
وما قيمة x ؟



14 فى الشكل المقابل: $O \in \overleftrightarrow{AB}$

إذا كان: $\overrightarrow{OC}$ ، $\overrightarrow{OF}$ منصفين للزاويتين $\angle DOE$ ، $\angle EOA$ على الترتيب ،

فأوجد $m(\angle COF)$



ثالثًا الزاويتان المتقابلتان بالرأس

15 اختر الإجابة الصحيحة:

1 الزاوية التى قياسها 95° تقابلها بالرأس زاوية قياسها ....

(أ) 85° (ب) 95° (جـ) 100° (د) 265°

2 فى الشكل المقابل:

$m(\angle \dots\dots) = m(\angle 1)$

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) غير ذلك

3 إذا كانت الزاويتان المتقابلتان بالرأس متتامتين، فإن قياس كل منهما .... (المنوفية 2025)

(أ) 180° (ب) 90° (جـ) 50° (د) 45°

16 أكمل ما يأتى:

1 إذا تقاطع مستقيمان، فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان ....

2 زاويتان متقابلتان بالرأس مجموع قياسيهما 126° ، فإن قياس الزاوية المكملة لإحداهما يساوى ....

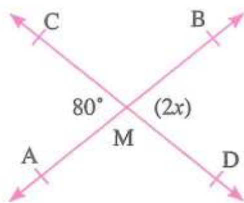
3 زاويتان متقابلتان بالرأس قياس إحداهما $5x$ وقياس الأخرى $(4x + 20°)$، فإن قياس إحداهما يساوى ....

4 زاويتان متقابلتان بالرأس قياس إحداهما $(4x - 20°)$ وقياس الأخرى $(3x + 22°)$ ، فإن قياس إحداهما يساوى ....

17 زاويتان متقابلتان بالرأس قياس إحداهما $(2x)$ وقياس الأخرى $(x + 28°)$ أوجد قياس إحداهما.

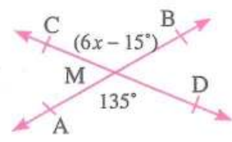
18 أوجد قيمة x فى كل مما يأتى:

1 $\overleftrightarrow{CD} \cap \overleftrightarrow{AB} = \{M\}$



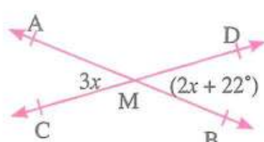
$x = \dots\dots\dots$

2 $\overleftrightarrow{CD} \cap \overleftrightarrow{AB} = \{M\}$



$x = \dots\dots\dots$

3 $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{DC} = \{M\}$



$x = \dots\dots\dots$

رابعًا الزوايا المتجمعة حول نقطة

19 اختر الإجابة الصحيحة:

1 مجموع قياسات (5) زوايا متجمعة حول نقطة (A) .... مجموع قياسات (4) زوايا متجمعة حول نقطة (B).

(أ) أكبر (ب) أصغر (جـ) يساوى (د) غير ذلك

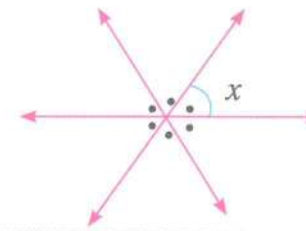
2 توجد ثلاث زوايا فقط متجمعة حول نقطة ما، فإذا كانت النسبة بين قياسات هذه الزوايا هى 3 : 4 : 5 فإن قياس أصغر زاوية هو ....

(أ) $30°$ (ب) $60°$ (جـ) $90°$ (د) $150°$

3 فى الشكل المقابل: (الدقهلية 2025)

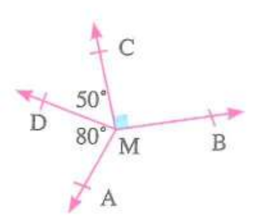
$x =$ ....

(أ) $30°$ (ب) $60°$ (جـ) $80°$ (د) $90°$



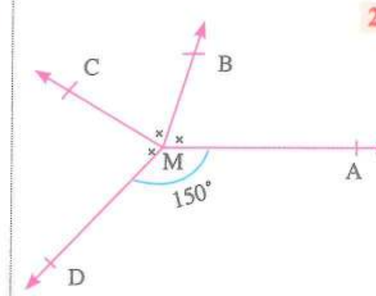
20 فى كل من الأشكال الآتية ، أوجد المطلوب أسفل كل شكل:

1



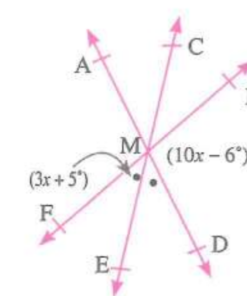
m (∠AMB) = ...° (الشرقية 2025)

2



m (∠AMC) = ...° (أسيوط 2025)

3



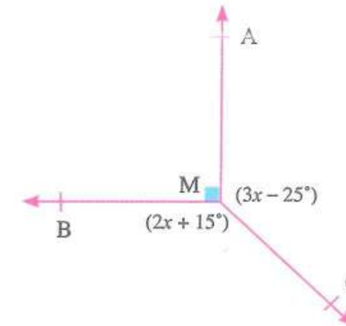
$x =$ ....°

m (∠AME) = ...°

(الإسماعيلية 2025)

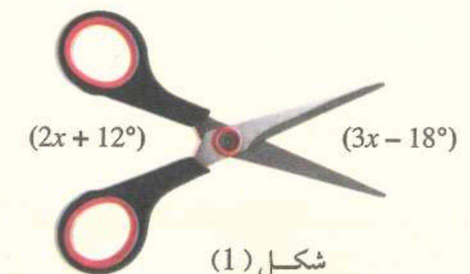
21 فى الشكل المقابل: (البحيرة 2025)

أوجد قيمة x

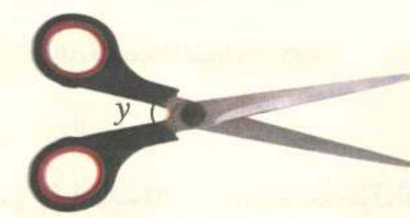


TIMSS تفكير إبداعى

22 **تفكير ناقد:** إذا كان قياسا الزاويتين بين ذراعى المقص هما $(3x – 18°)$ ، $(2x + 12°)$ كما فى شكل (1) وتم تقليل قياس الزاوية بين ذراعى المقص بمقدار $(x + 16°)$ كما فى شكل (2) **فأوجد قيمة y**



شكل (1)



شكل (2)

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 الزاوية الحادة تكملها زاوية نوعها ....

(أ) منعكسة (ب) مستقيمة (جـ) منفرجة (د) حادة

2 الزاوية التى قياسها $75°$ تقابل بالرأس زاوية قياسها يساوى ....

(أ) $15°$ (ب) $75°$ (جـ) $105°$ (د) $125°$

3 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى .... (الفيوم 2025)

(أ) قائمتين (ب) 3 قوائم (جـ) 4 قوائم (د) 5 قوائم

4 الزاويتان المتجاورتان اللتان ضلعاهما المتطرفان متعامدان تكونان ....

(أ) متكاملتين (ب) متتامتين (جـ) منفرجتين (د) لا شىء مما سبق

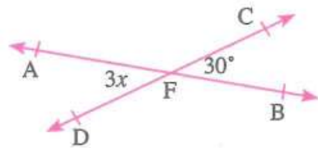
5 قياس الزاوية التى تكمل الزاوية التى قياسها `60 °34 هى ....

(أ) $55°$ (ب) $56°$ (جـ) $145°$ (د) $146°$

6 فى الشكل المقابل: (المنوفية 2025)

$\overleftrightarrow{DC} \cap \overleftrightarrow{AB} = \{F\}$

قيمة: $x =$ ....



(أ) $60°$ (ب) $30°$ (جـ) $10°$ (د) $3°$

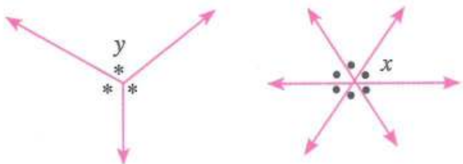
2 أكمل ما يأتى:

1 إذا كان: $m(\angle A) = 50°$ ، فإن m (∠A) المنعكسة = ...

2 إذا تقاطع مستقيمان، فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان ....

3 فى الشكل المقابل: (القاهرة 2025)

$x + y =$ ....

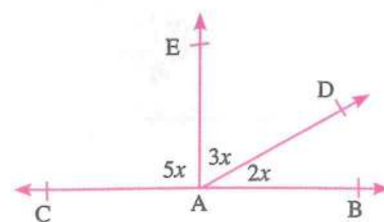


3 أجب عما يأتى:

1 فى الشكل التالى: (الدقهلية 2025)

$A \in \overleftrightarrow{CB}$

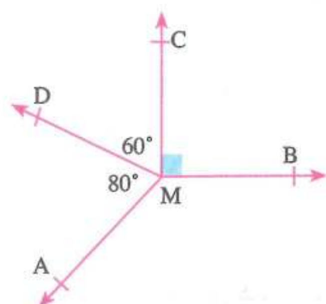
أوجد قيمة x



هل $\overrightarrow{AE} \perp \overleftrightarrow{CB}$ ؟ ولماذا؟

2 من الشكل التالى: (الفيوم 2025)

أوجد: m (∠AMB)



ذاكر الدرس 2 التوازى (Parallelism)





نواتج التعلم

- يعرف الطالب الزاويتين المتناظرتين.
- يعرف الطالب مفهوم التوازى.
- يعرف الطالب الزاويتين المتبادلتين.
- يعرف الطالب الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين.
- يعرف الطالب الزاويتين الداخليتين فى جهة واحدة من القاطع.
- يعرف الطالب العلاقة بين الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين.
- يكتسب الطالب مهارة كتابة البرهان فى الهندسة.
- يثبت الطالب أن مستقيمين متوازيين.

مفردات أساسية

- التوازى (Parallelism)
- زوايا متناظرة (Corresponding Angles)
- زوايا متبادلة (Alternating Angles)
- زوايا داخلية (Interior Angles)
- القاطع (Transversal)

فكر وناقش

- تستخدم الخطوط المتوازية فى التصميمات الهندسية والمعمارية والزخرفية، وفى إنشاء الطرق والكبارى.
- أمامك إحدى الصور لأحد أماكن انتظار السيارات تم تخطيطه برسم عدد من الخطوط المتوازية والمتقاطعة. إذا كان قياس إحدى الزوايا الناتجة من تقاطع خطين 65°

65°

فهل يمكنك إيجاد زوايا أخرى لها نفس القياس؟

وهل يمكنك إيجاد زوايا أخرى قياسها 115°؟

- **فى هذا الدرس، سوف تتعرف العلاقات بين الزوايا التى تنتج من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين، والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.**

تعلم 1 العلاقة بين مستقيمين:

1 **المستقيمان المتعامدان:** هما مستقيمان متقاطعان ينتج من تقاطعهما 4 زوايا قوائم.

فمثلًا فى الشكل المقابل المستقيم n عمودي على المستقيم m ،

ونرمز لتعامد مستقيمين بالرمز (⊥) فنكتب (m ⊥ n)

علامة الزاوية القائمة تدل على التعامد

2 **المستقيمان المتوازيان :** هما مستقيمان لا يتقاطعان أبدًا مهما امتدا.

فمثلًا فى الشكل المقابل المستقيم p يوازى المستقيم q

ونرمز لتوازى مستقيمين بالرمز (//) فنكتب: (p // q)

الاسهم تدل على التوازى

لاحظ أن

الرمز ⊥ يدل على التعامد ويقرأ «عمودى على»، والرمز // يدل على التوازى ويقرأ «يوازى».

3 **القاطع:** هو مستقيم يقطع مستقيمين آخرين أو أكثر.

فمثلًا فى الشكل المقابل المستقيم m يقطع كلًّا من المستقيمين p ، q

ونتج من التقاطع ثمانى زوايا مصنفه كالآتى:

- أربع زوايا داخلية، وهى التى تقع بين المستقيمين.

وهى: ∠3 ، ∠4 ، ∠5 ، ∠6

- أربع زوايا خارجية، وهى التى تقع خارج المستقيمين.

وهى: ∠1 ، ∠2 ، ∠7 ، ∠8

(زوايا خارجية – زوايا داخلية)

- ويمكن تحديد أزواج الزوايا المتجاورة مثل:

(∠1) , (∠2) ، (∠1) , (∠4) ، (∠3) , (∠4) ، (∠6) , (∠7) .... وهكذا.

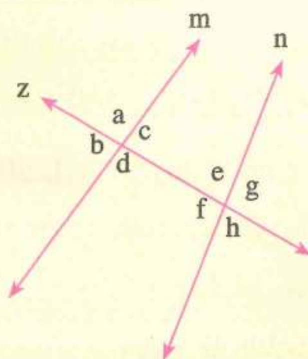
- ويمكن تحديد أزواج الزوايا المتقابلة بالرأس، مثل :

(∠1) , (∠3) ، (∠2) , (∠4) ، (∠5) , (∠7) ، (∠6) , (∠8)

سؤال 1

فى الشكل المقابل إذا قطع المستقيم z المستقيمين n ، m فحدد ما يلى:

1. زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع .... ، .... أو .... ، ....
2. زاويتان خارجيتان وفى جهة واحدة من القاطع .... ، .... أو .... ، ....
3. زاويتان من الزوايا المتجاورة .... ، ....
4. زوجان من الزوايا المتقابلة بالرأس .... ، .... أو .... ، ....



تعلم 2 العلاقات بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين:

1 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متناظرتين متساويتان في القياس.

فمثلًا في الشكل المقابل $p // q$ ، المستقيم m قاطع لهما ، فإن أزواج الزوايا المتناظرة هي:

(∠1) ، (∠5) متناظرتان | (∠2) ، (∠6) متناظرتان

(∠3) ، (∠7) متناظرتان | (∠4) ، (∠8) متناظرتان

وبالتالي فإن:

1 $m(\angle 1) = m(\angle 5)$ 2 $m(\angle 2) = m(\angle 6)$

3 $m(\angle 3) = m(\angle 7)$ 4 $m(\angle 4) = m(\angle 8)$

لاحظ أن

الزاويتين المتناظرتين هما الزاويتان الواقعتان في جهة واحدة من القاطع، وإحداهما داخلية والأخرى خارجية، وغير متجاورتين.

2 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتان في القياس.

فمثلًا في الشكل المقابل $p // q$ ، المستقيم m قاطع لهما، فإن أزواج الزوايا المتبادلة هي:

(∠3) ، (∠5) متبادلتان داخليًا | (∠1) ، (∠7) متبادلتان خارجيًا

(∠4) ، (∠6) متبادلتان داخليًا | (∠2) ، (∠8) متبادلتان خارجيًا

وبالتالي فإن:

1 الزوايا المتبادلة داخليًا: $m(\angle 3) = m(\angle 5)$ ، $m(\angle 4) = m(\angle 6)$

2 الزوايا المتبادلة خارجيًا: $m(\angle 1) = m(\angle 7)$ ، $m(\angle 2) = m(\angle 8)$

لاحظ أن

الزاويتين المتبادلتين هما الزاويتان الداخليتان أو الزاويتان الخارجيتان الواقعتان في جهتين مختلفتين من القاطع وغير متجاورتين.

3 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخليتين وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

فمثلًا في الشكل المقابل $p // q$ ، المستقيم m قاطع لهما فإن:

1 $m(\angle 3) + m(\angle 6) = 180^\circ$ 2 $m(\angle 4) + m(\angle 5) = 180^\circ$

مثال 1 في الشكل المقابل:

إذا كان: $m_1 // m_2$ ، المستقيم n قاطع لهما

فحدد ثلاث زوايا قياس كل منها 60° ، مع توضيح السبب.

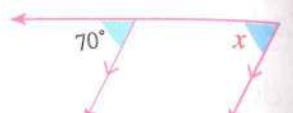
الحل ∵ $m_1 // m_2$ ، المستقيم n قاطع لهما

فإنه: $m(\angle 2) = 60^\circ$ (بالتقابل بالرأس) ، $m(\angle 7) = 60^\circ$ (بالتناظر) ،

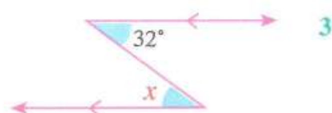
$m(\angle 5) = 60^\circ$ (بالتبادل خارجيًا)

وبالتالي فإن الثلاث زوايا التي قياس كل منها 60° هي: ∠2 ، ∠5 ، ∠7

مثال 2 أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

1


2


3


الحل

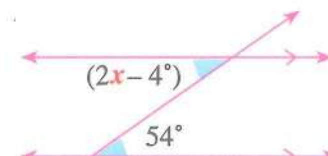
1 $x = 70^\circ$ (بالتناظر)

2 $x = 60^\circ$ (داخليتان، وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان)

(لأن: $x = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$)

3 $x = 32^\circ$ (بالتبادل داخليًا)

مثال 3 أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

1


2


الحل

1 (بالتبادل داخليًا)

$2x - 4^\circ = 54^\circ$

$2x = 54^\circ + 4^\circ$

$2x = 58^\circ$

$x = \frac{58^\circ}{2} = 29^\circ$

2 (الزاويتان داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع)

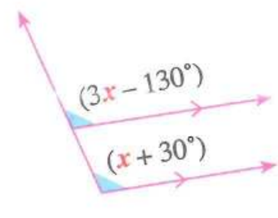
$3x + 9^\circ + 81^\circ = 180^\circ$

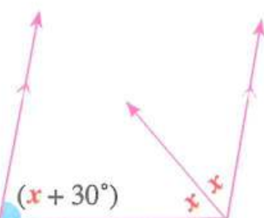
$3x + 90^\circ = 180^\circ$

$3x = 90^\circ$

$x = \frac{90^\circ}{3} = 30^\circ$

مثال 4 أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

1


2


الحل

1 (بالتناظر)

$3x - 130^\circ = x + 30^\circ$

$3x - x = 30^\circ + 130^\circ$

$2x = 160^\circ$

$x = \frac{160^\circ}{2} = 80^\circ$

2 (داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان)

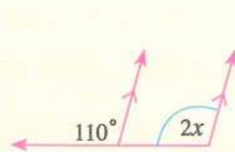
$x + 30^\circ + x + x = 180^\circ$

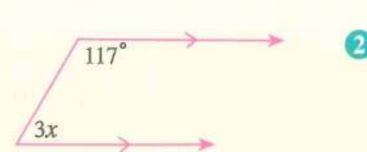
$3x + 30^\circ = 180^\circ$

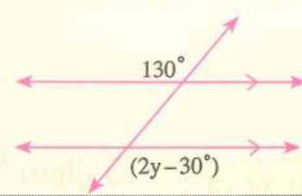
$3x = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

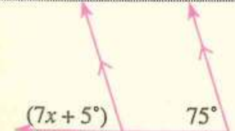
$x = \frac{150^\circ}{3} = 50^\circ$

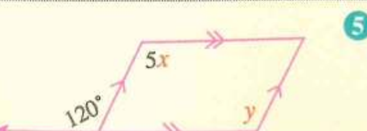
سؤال 2 أوجد قيمة المجهول في كل من الأشكال الآتية:

1


2


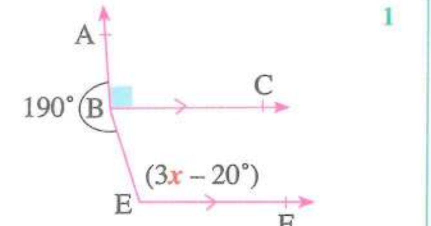
3


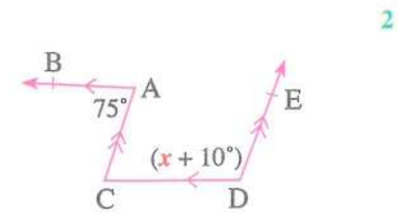
4


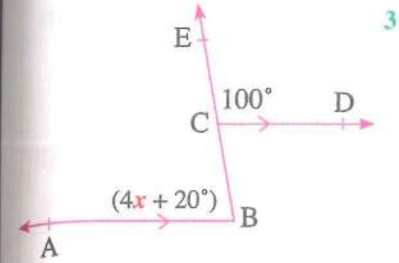
5


6


مثال 5 أوجد قيمة الرمز المجهول في كل شكل مما يلي:

1


2


3


الحل

1 $m(\angle CBE) + 90° + 190° = 360°$

$m(\angle CBE) + 280° = 360°$

$m(\angle CBE) = 360° - 280° = 80°$

$\overrightarrow{BC} \,//\, \overrightarrow{EF}$

$3x - 20° + 80° = 180°$

$3x = 180° - 60° = 120°$

$x = \frac{120°}{3} = 40°$

2 $\overleftrightarrow{AB} \,//\, \overline{CD}$ ، $\overline{AC}$ قاطع لهما

$m(\angle C) = 75°$ (بالتبادل داخليًا)

$\overline{AC} \,//\, \overline{DE}$

$(x + 10°) + 75° = 180°$

$x + 85° = 180°$

$x = 180° - 85°$

$x = 95°$

3 $m(\angle DCB) + 100° = 180°$

(زاويتان متجاورتان ومتكاملتان)

$m(\angle DCB) = 180° - 100° = 80°$

$\overleftrightarrow{AB} \,//\, \overrightarrow{CD}$

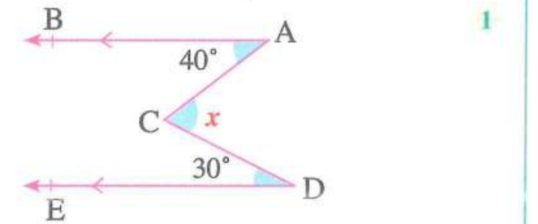
$4x + 20° = 80°$ (بالتبادل داخليًا)

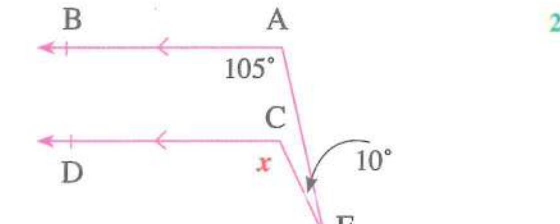
$4x = 80° - 20°$

$4x = 60°$

$x = \frac{60°}{4} = 15°$

مثال 6 أوجد قيمة المجهول x في كل شكل مما يأتي:

1


2


الحل

1 نرسم الشعاع $\overrightarrow{CF}$ بحيث $\overrightarrow{DE} \,//\, \overrightarrow{AB} \,//\, \overrightarrow{CF}$

$m(\angle A) = m(\angle ACF) = 40°$ (بالتبادل داخليًا)

$m(\angle D) = m(\angle DCF) = 30°$ (بالتبادل داخليًا)

$m(\angle ACD) = 40° + 30° = 70°$

$x = 70°$

2 نرسم الشعاع $\overrightarrow{EF}$ بحيث $\overrightarrow{CD} \,//\, \overrightarrow{AB} \,//\, \overrightarrow{EF}$

$m(\angle AEF) + 105° = 180°$

$m(\angle AEF) = 180° - 105° = 75°$

$m(\angle CEF) = 75° - 10° = 65°$

$m(\angle DCE) = 180° - 65° = 115°$

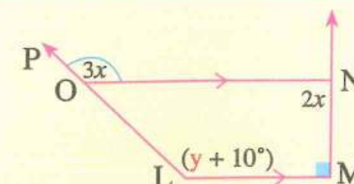
$x = 115°$

سؤال 3

في الشكل المقابل:

$\overline{ON} \,//\, \overline{LM}$ ، $\overrightarrow{MN} \perp \overline{LM}$

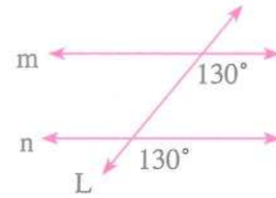
أوجد قيمة كل من: y ، x



تعلم 3 إثبات توازي مستقيمين:

يتوازى المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت إحدى الحالات الآتية:

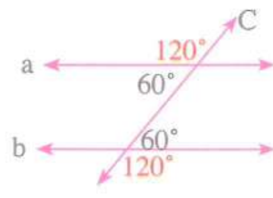
1 زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس.



المستقيم m // المستقيم n

لوجود زاويتين متناظرتين متساويتين في القياس.

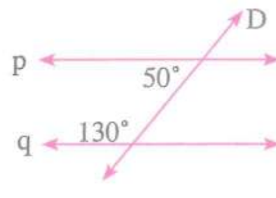
2 زاويتان متبادلتان متساويتان في القياس.



المستقيم a // المستقيم b

لوجود زاويتين متبادلتين (داخليًا أو خارجيًا) متساويتين في القياس.

3 زاويتان داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

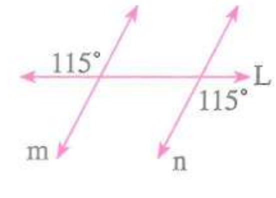


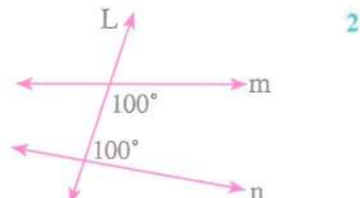
المستقيم p // المستقيم q

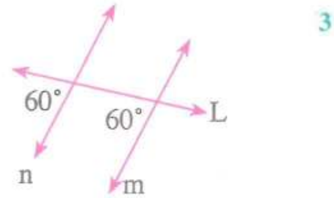
لوجود زاويتين داخليتين وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

مثال 7

في كل شكل من الأشكال الآتية هل المستقيمان m ، n متوازيان؟ ولماذا؟

1


2


3


الحل

1 نعم m // n

لوجود زاويتين متبادلتين خارجيًا متساويتين في القياس.

2 لا المستقيمان غير متوازيين

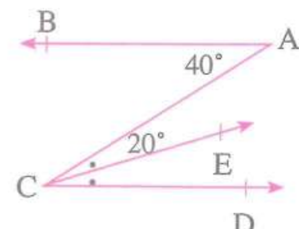
لأن مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين وفي جهة واحدة من القاطع لا يساوي 180°

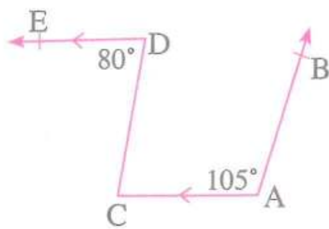
3 نعم m // n

لوجود زاويتين متناظرتين متساويتين في القياس.

مثال 8

مستخدمًا المعطيات التي توجد على كل شكل هل $\overrightarrow{CD} \,//\, \overrightarrow{AB}$ ؟ ولماذا؟

1


2


الحل

1 $m(\angle DCA) = 20° + 20° = 40°$

$m(\angle DCA) = m(\angle BAC)$

وهما زاويتان في وضع تبادل داخليًا.

وبالتالي فإن: $\overrightarrow{AB} \,//\, \overrightarrow{CD}$

2 $m(\angle C) = m(\angle D) = 80°$ (بالتبادل داخليًا)

$m(\angle C) + m(\angle A) = 80° + 105° = 185° \neq 180°$

وهما زاويتان داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع غير متكاملتين.

وبالتالي فإن: $\overline{CD}$ ، $\overrightarrow{AB}$ غير متوازيين.

تعلم 4 كتابة البرهان فى الهندسة: لكتابة البرهان فى الهندسة تتبع الخطوات التالية:

1. قراءة المسألة بعناية.
2. حدد المعطيات وهى المعلومات المعطاة.
3. حدد المطلوب وهو السؤال المراد الإجابة عنه.
4. فكر فى خطة البرهان.
5. استخدم خطتك فى كتابة البرهان للوصول إلى المطلوب.
6. تحقق من إجابتك.

مثال 9 فى الشكل المقابل:

$\overrightarrow{EF} \parallel \overrightarrow{CD}$ ، $m(\angle A) = 110°$ ، $m(\angle ACE) = 25°$

، $m(\angle E) = 95°$ أثبت أن: $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{AB}$

الحل

المعطيات: $\overrightarrow{EF} \parallel \overrightarrow{CD}$ ، $m(\angle A) = 110°$ ، $m(\angle ACE) = 25°$ ، $m(\angle E) = 95°$

المطلوب: أثبات أن: $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{AB}$

البرهان: $\because \overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{EF}$ ، $\overleftrightarrow{EC}$ قاطع لهما

$\therefore m(\angle ECD) = m(\angle E) = 95°$ (بالتبادل داخليًا)

$\because m(\angle ACE) = 25°$

$\therefore m(\angle ACD) = 95° - 25° = 70°$

$\because m(\angle A) + m(\angle ACD) = 110° + 70° = 180°$

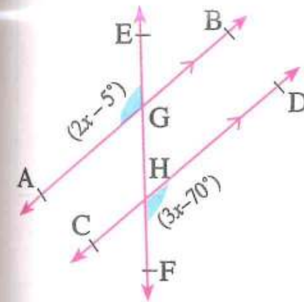
(وهما زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان)

$\therefore \overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{AB}$ (وهو المطلوب إثباته)

لاحظ أن

- الرمز $\because$ يقرأ بما أن ويوضع قبل معلومة معطاة أو حقيقة أو نظرية.
- الرمز $\therefore$ يقرأ إذن ويوضع قبل جملة رياضية مستنتجة.
- من الممكن تحديد المعطيات والمطلوب فى المسألة أثناء قراءتها على الرسم دون الحاجة إلى كتابتها عند كتابة البرهان.

مثال 10 فى الشكل المقابل:



$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ، $m(\angle DHF) = (3x - 70°)$

$m(\angle AGE) = (2x - 5°)$ أوجد بالبرهان قيمة: x

الحل

المعطيات: $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ، $m(\angle DHF) = (3x - 70°)$ ، $m(\angle AGE) = (2x - 5°)$

المطلوب: إيجاد قيمة: x

البرهان: $\because \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{EF}$ قاطع لهما (معطى)

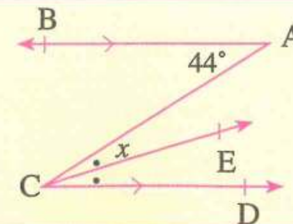
$\therefore m(\angle DHF) = m(\angle AGE)$ (بالتبادل خارجيًا)

$\therefore 3x - 70° = 2x - 5°$

$\therefore 3x - 2x = 70° - 5°$

$\therefore x = 65°$

سؤال 4 فى الشكل المقابل:



إذا كان: $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ ، $m(\angle A) = 44°$

أوجد بالبرهان قيمة: x



تدرب الدرس 2 التوازى (Parallelism)

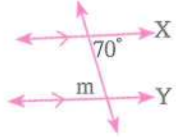
أسئلة تفاعلية

تذكر ▲ فهم ▲ تطبيق ▲ تحليل

أسئلة الكتاب المدرسى ◀ أسئلة موقع الوزارة

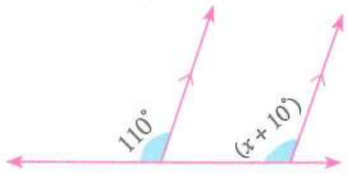
1 أكمل ما يأتى:

1. المستقيمان المتقاطعان والمتعامدان ينتج من تقاطعهما عدد .... زوايا قوائم.
2. المستقيمان .... هما مستقيمان لا يتقاطعان أبدًا.
3. إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخلتين وفى جهة واحدة من القاطع تكونان ....
4. إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين داخليتين أو خارجيتين تكونان ....
5. إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين تكونان ....
6. إذا قطع مستقيم مستقيمين ونتجت زاويتان متبادلتان داخليًا أو خارجيًا متساويتان فى القياس كان المستقيمان ....
7. إذا قطع مستقيم مستقيمين ووجدت زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان كان هذان المستقيمان ....
8. إذا كانت الزاويتان $\angle A$ ، $\angle B$ متكاملتين فإن .... = $m(\angle A) + m(\angle B)$
9. فى الشكل المقابل إذا كان المستقيمان X ، Y متوازيين فإن قيمة m تساوى ....

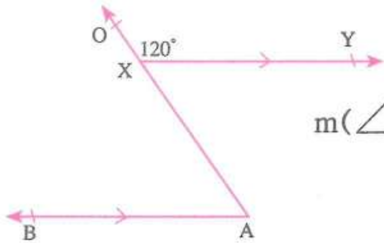


2 اختر الإجابة الصحيحة:

1. إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين .... (القاهرة 2025)
   (أ) متساويتان فى القياس (ب) متكاملتان (جـ) متتامتان (د) متجاورتان
2. إذا كان المستقيمان m_1 و m_2 متقاطعان ونتج عن تقاطعهما 4 زوايا قائمة فإن: ....
   (أ) $m_1 \parallel m_2$ (ب) $m_1 \perp m_2$ (جـ) m_1 ينطبق على m_2 (د) غير ذلك
3. المستقيمان اللذان لا يتقاطعان أبدًا يكونان مستقيمين ....
   (أ) متوازيين (ب) منطبقين (جـ) متقاطعين (د) متعامدين
4. فى الشكل المقابل:
   قيمة x تساوى ....
   (أ) $70°$ (ب) $60°$
   (جـ) $110°$ (د) $100°$



5. فى الشكل المقابل:
   إذا كان: $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{XY}$ ، $m(\angle OXY) = 120°$ فإن .... $= m(\angle A)$
   (أ) $60°$ (ب) $120°$
   (جـ) $180°$ (د) $100°$



6 في الشكل المقابل:

إذا كان: $\overrightarrow{AF}$ ينصف $\angle YAB$ ، $\overrightarrow{YX} // \overrightarrow{AB}$ ، فإن ...... $= m(\angle Y)$

(أ) $20°$ (ب) $30°$

(جـ) $60°$ (د) $90°$

7 في الشكل المقابل: (بورسعيد 2025)

قيمة x تساوى ....

(أ) $20°$ (ب) $160°$

(جـ) $100°$ (د) $40°$

8 في الشكل المقابل:

قيمة m تساوى ....

(أ) $60°$ (ب) $120°$

(جـ) $20°$ (د) $63°$

9 في الشكل المقابل: (الجيزة 2025)

$\overrightarrow{MN} // \overline{XY}$ ، $m(\angle X) = m(\angle Y)$

فإن .... $= m(\angle Y)$

(أ) $80°$ (ب) $120°$

(جـ) $60°$ (د) $100°$

10 الشكل المقابل: (بنى سويف 2025)

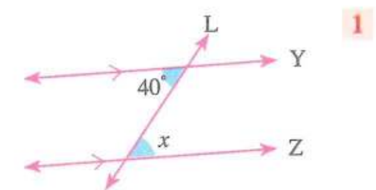
يعبر عن نمط لفتح شاشة تليفون محمول

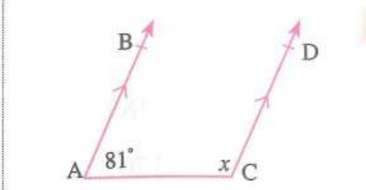
$\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$ ، فإن .... $= m(\angle E)$

(أ) $10°$ (ب) $60°$

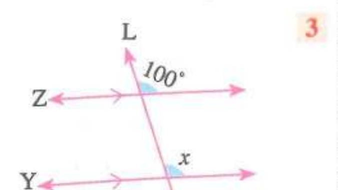
(جـ) $50°$ (د) $40°$

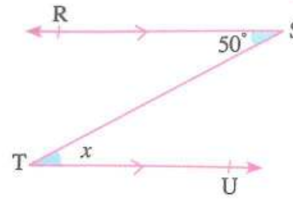
3 أوجد قيمة x في كل من الأشكال الآتية:

1


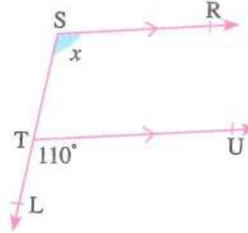
2


(القاهرة 2025)

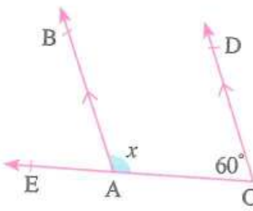
3


4


(الشرقية 2025)

5


(كفر الشيخ 2025)

6


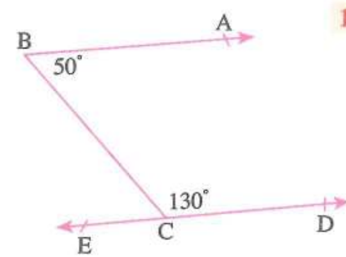
7

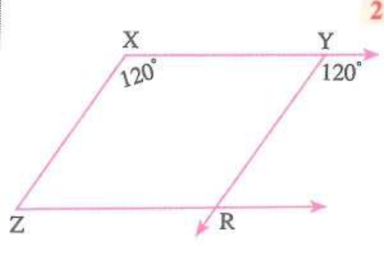
8

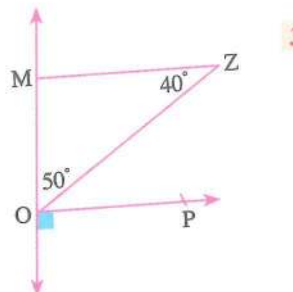
(الدقهلية 2025)

9

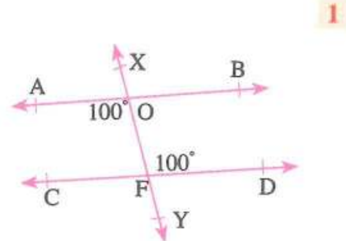
4 لاحظ الأشكال الآتية، ثم حدد أزواج المستقيمات المتوازية:

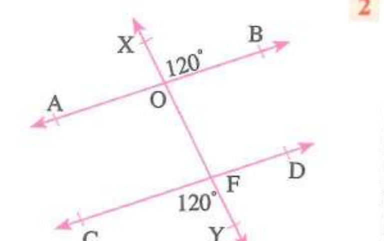
1


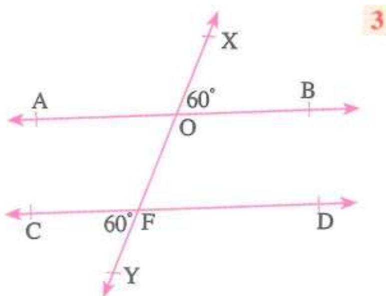
2


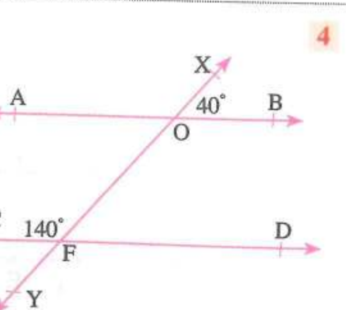
3


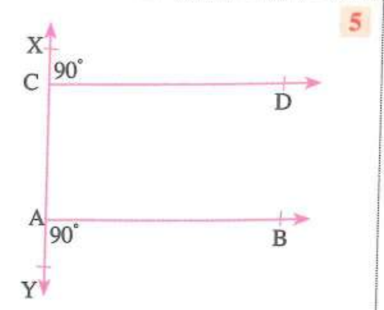
5 إذا كان $\overleftrightarrow{XY}$ يقطع المستقيمين $\overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{CD}$ في كل من الأشكال الآتية، فأثبت أن المستقيمين $\overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيان:

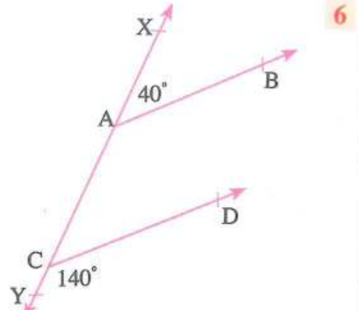
1


2


3


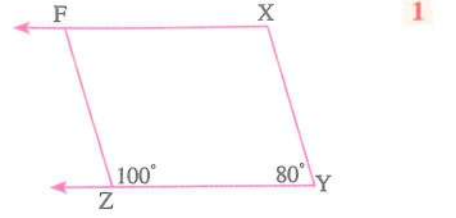
4


5


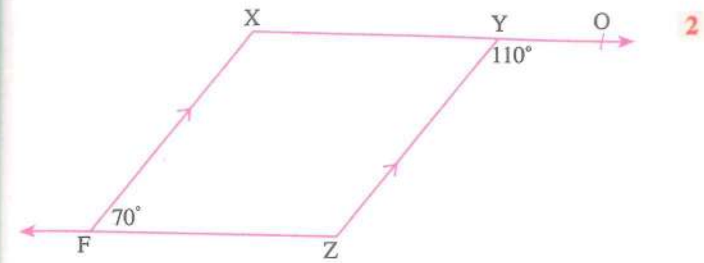
6


6 في كل من الأشكال الآتية برهن على أن المستقيمين $\overleftrightarrow{ZF}$ و $\overleftrightarrow{XY}$ متوازيان:

1

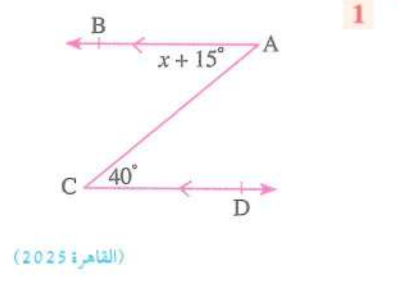


2



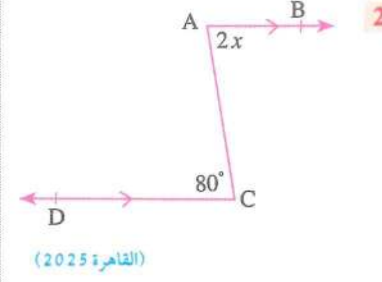
7 أوجد بالبرهان قيمة x في كل من الأشكال الآتية:

1



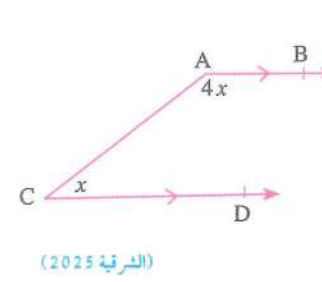
(القاهرة 2025)

2



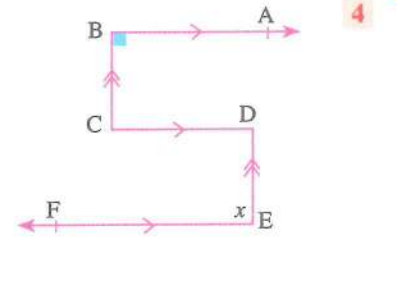
(القاهرة 2025)

3

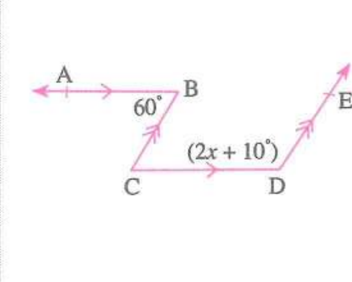


(الشرقية 2025)

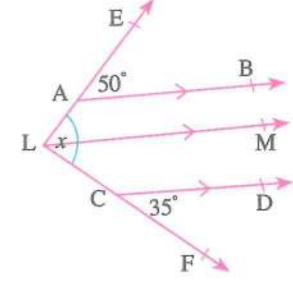
4



5

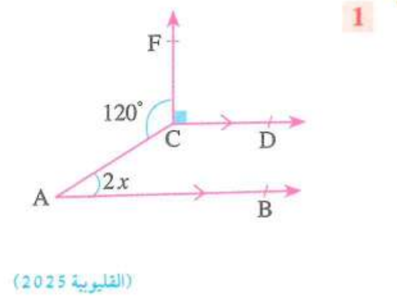


6



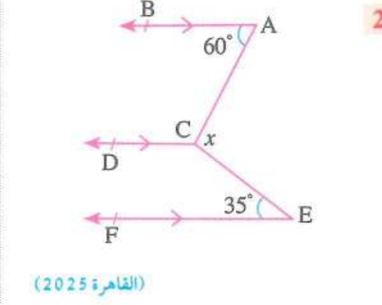
8 أوجد بالبرهان قيمة x في كل من الأشكال التالية:

1



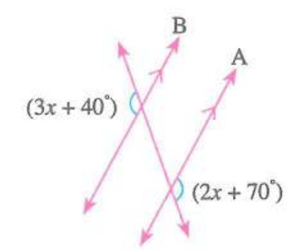
(القليوبية 2025)

2



(القاهرة 2025)

3

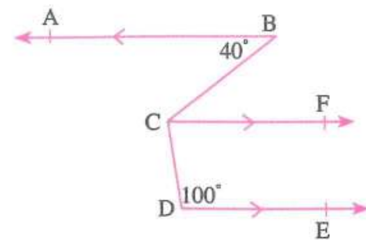


9 في الشكل المقابل: (الشرقية 2025)

إذا كان: $\overrightarrow{DE} // \overrightarrow{CF} // \overrightarrow{BA}$

$m(\angle CDE) = 100°$ ، $m(\angle B) = 40°$

أوجد بالبرهان: $m(\angle BCD)$

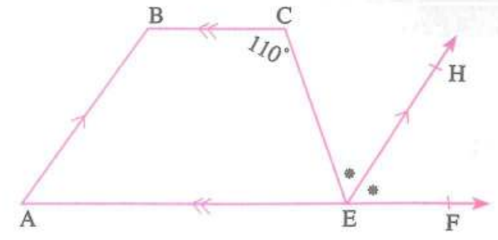


10 في الشكل المقابل: (الدقهلية 2025)

$\overline{BC} // \overrightarrow{AF}$ ، $\overrightarrow{EH} // \overline{AB}$

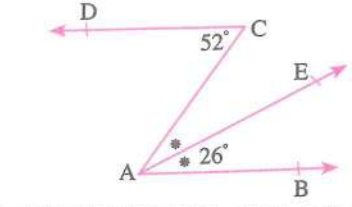
، $m(\angle C) = 110°$ ، $\overrightarrow{EH}$ ينصف $(\angle CEF)$

أوجد بالبرهان: $m(\angle A)$



11 في الشكل المقابل: (الشرقية 2025)

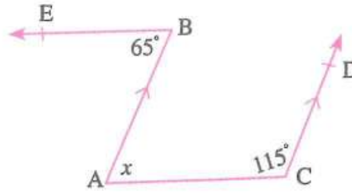
أثبت أن: $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$



12 في الشكل المقابل: (القاهرة 2025)

1 أوجد: قيمة x

2 أثبت أن: $\overrightarrow{BE} // \overline{AC}$



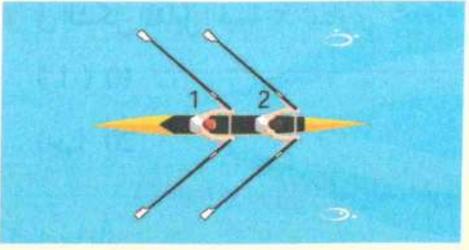
تفكير إبداعي TIMSS

13 رياضة: تجرى بعض سباقات التجديف في نهر النيل،

فإذا كان في لحظة معينة

$m(\angle 2) = (3x - 29°)$ ، $m(\angle 1) = (2x - 6°)$

فهل عند $x = 23°$ يكون المجدافان بالجانب الأيسر متوازيين أم لا؟

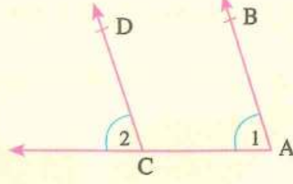


14 في الشكل المقابل:

إذا كانت: $m(\angle 2) = (2x + 10°)$, $m(\angle 1) = (3x - 15°)$

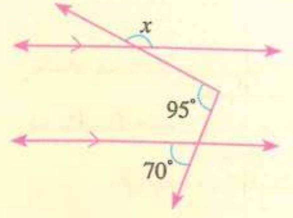
وكانت $x = 25°$

هل: $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$ ؟ مع ذكر السبب.

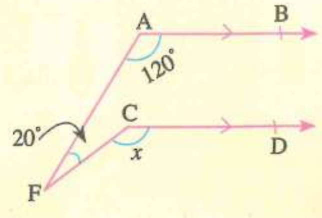


15 أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين:

1



2



1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 ما قياس الزاوية التى تكمل الزاوية التى قياسها °45 ؟ ....

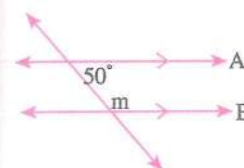
(أ) °180 (ب) °45 (جـ) °120 (د) °135

2 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ...

(أ) °180 (ب) °360 (جـ) °120 (د) °100

3 إذا كانت الزاويتان A ، B متتامتين وكان $m(\angle A) = 20°$ فإن $m(\angle B) =$ ....

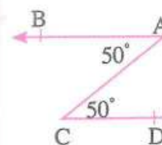
(أ) °70 (ب) °160 (جـ) °40 (د) °20



4 فى الشكل المقابل:

إذا كان المستقيم B // المستقيم A فإن قيمة m = ...

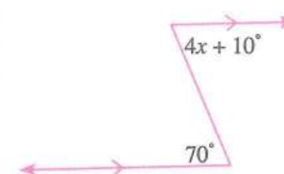
(أ) °100 (ب) °130 (جـ) °60 (د) °80



5 فى الشكل المقابل:

$\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{CD}$ يكونان ....

(أ) متطابقين (ب) متعامدين (جـ) متوازيين (د) متقاطعين



6 فى الشكل المقابل: قيمة x تساوى ....° (الشرقية 2025)

(أ) 10 (ب) 15

(جـ) 20 (د) 5

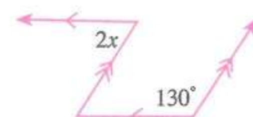
2 أكمل ما يأتى:

1 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين داخلتين وفى جهة واحدة من القاطع تكونان ....

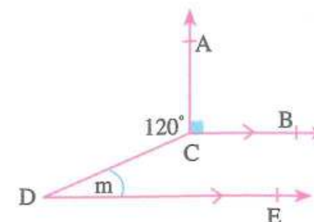
2 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين ....

3 الزاويتان المتقابلتان بالرأس تكونان ....

3 أجب عما يأتى:



1 فى الشكل المقابل، أوجد قيمة: x (المنيا 2025)



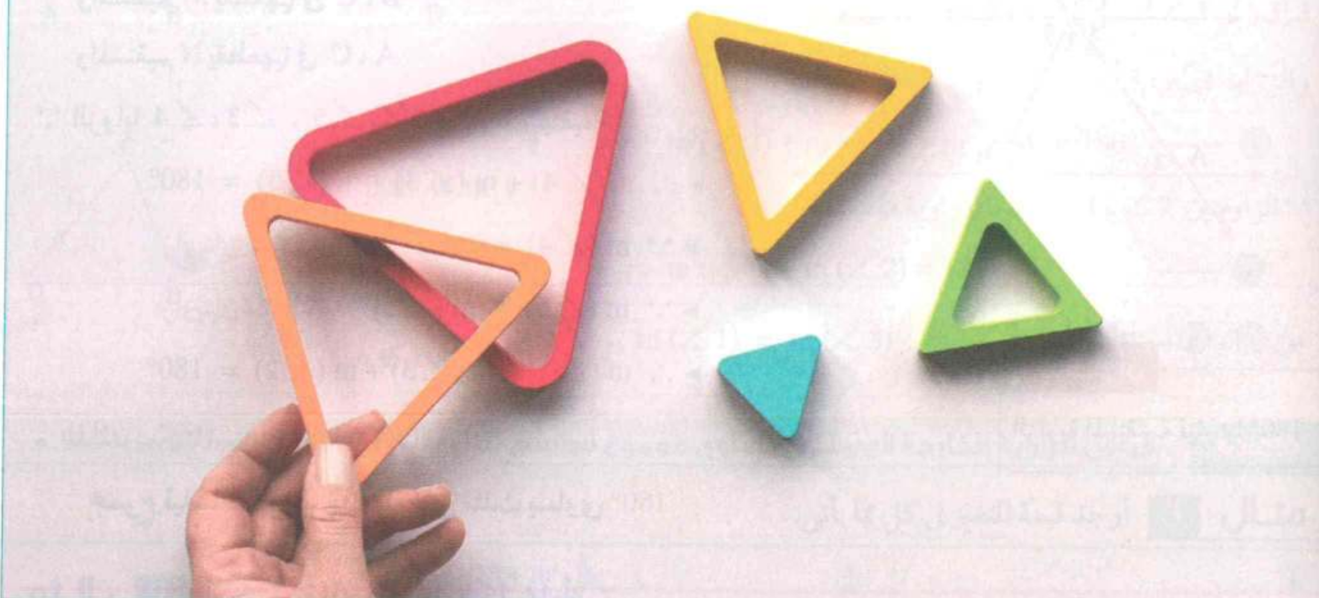
2 من معطيات الشكل المقابل: (الجيزة 2025)

أوجد قيمة: m بالبرهان



فيديو الشرح

ذاكر الدرس 3 المثلث (Triangle)



نواتج التعلم

- أن يستنتج الطالب مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة.
- أن يعرف الطالب مفهوم الزاوية الخارجة للمثلث.
- أن يستنتج الطالب العلاقة بين الزاوية الخارجة للمثلث وزواياه الداخلة.
- أن يعرف الطالب مفهوم متباينة المثلث.

مفردات أساسية

- الزاوية الداخلة (Interior angle)
- الزاوية الخارجة (Exterior angle)
- متباينة المثلث (Triangle inequality)

فكر وناقش

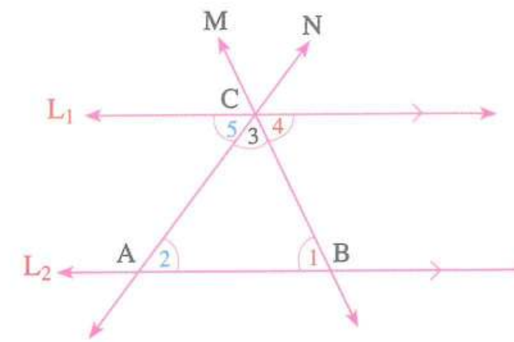
- تستخدم المثلثات فى إنشاء الكثير من المشروعات وبناء المنازل وأشرعة المراكب وغيرها.

بيّن كيف يمكنك حساب قيمة x الموجودة فى الشكل المقابل.

- فى هذا الدرس، سوف تتعلم بعض خواص المثلثات، والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.



تعلم 1 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث:



فى الشكل المقابل:

∵ المستقيمان L_1 ، L_2 متوازيان

والمستقيم M يقطعهما فى C ، B

والمستقيم N يقطعهما فى C ، A

∵ الزوايا ∠4 ، ∠3 ، ∠5 يكوِّنون زاوية مستقيمة

▸ ∴ $m(\angle 4) + m(\angle 3) + m(\angle 5) = 180°$

▸ ∵ $m(\angle 4) = m(\angle 1)$ زاويتان متبادلتان

▸ ∵ $m(\angle 5) = m(\angle 2)$ زاويتان متبادلتان

▸ ∴ $m(\angle 1) + m(\angle 3) + m(\angle 2) = 180°$

• لذلك يمكننا استنتاج: القاعدة التالية:

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأى مثلث يساوى 180°

تذكر أن: الزاوية المستقيمة قياسها 180°

مثال 1 أوجد قيمة المتغير فى كل شكل مما يأتى:

1 (70° ، x ، 60°)   2 (2a ، a)   3 (10y ، 7y ، y)

الحل

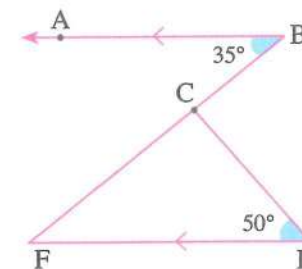
∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180°

1
∴ $x + 60° + 70° = 180°$
∴ $x = 180° - 130°$
∴ $x = 50°$

2
∵ $2a + a + 90° = 180°$
∴ $3a = 180° - 90°$
∴ $3a = 90°$
∴ $a = \frac{90°}{3} = 30°$

3
∵ $10y + 7y + y = 180°$
∴ $18y = 180°$
∴ $y = \frac{180°}{18} = 10°$

مثال 2 فى الشكل المقابل:



$\overrightarrow{BA} \parallel \overline{DF}$ ، $m(\angle D) = 50°$ ، $m(\angle B) = 35°$

أوجد بالبرهان: $m(\angle FCD)$

الحل

∵ $\overrightarrow{BA} \parallel \overline{DF}$ (حيث $\overleftrightarrow{BF}$ قاطع لهما)

∴ $m(\angle F) = m(\angle B) = 35°$ ——— (زاويتان متبادلتان)

∵ $m(\angle F) + m(\angle D) + m(\angle FCD) = 180°$

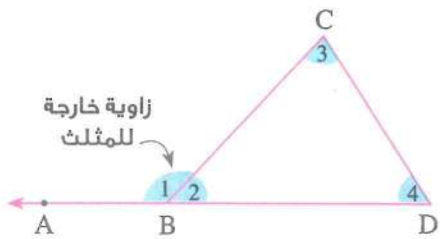
(مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة) ———

∴ $35° + 50° + m(\angle FCD) = 180°$

∴ $85° + m(\angle FCD) = 180°$

∴ $m(\angle FCD) = 180° - 85° = 95°$

تعلم 2 الزاوية الخارجة للمثلث:



فى الشكل المقابل:

إذا كان: BCD مثلثًا ، $A \in \overrightarrow{DB}$ ، $A \notin \overline{DB}$

فإن: ∠1 تسمى زاوية خارجة للمثلث BCD

والزوايا ∠2 ، ∠3 ، ∠4 زوايا داخلة للمثلث

▸ ∵ $m(\angle 2) + m(\angle 3) + m(\angle 4) = 180°$ ——— (1)

∵ الزاويتين ∠2 ، ∠1 تكونان زاوية مستقيمة

▸ ∴ $m(\angle 1) + m(\angle 2) = 180°$ ——— (2)

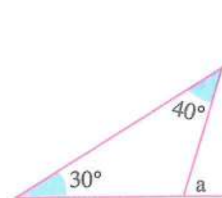
من (1) ، (2) نستنتج أن: $m(\angle 1) = m(\angle 3) + m(\angle 4)$

لاحظ أن:
فى الشكل المقابل:
∠CBA لا تعبر
عن زاوية خارجة للمثلث ،
لأن: $A \notin \overrightarrow{DB}$

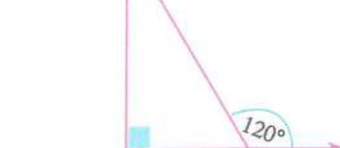
قاعدة: قياس الزاوية الخارجة لأى مثلث يساوى مجموع قياسى الزاويتين الداخلتين عدا المجاور لها.

مثال 3 أوجد قيمة المتغير فى كل مما يأتى:

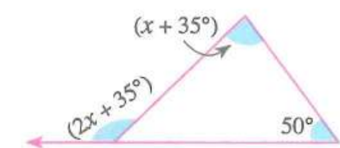
1



2



3



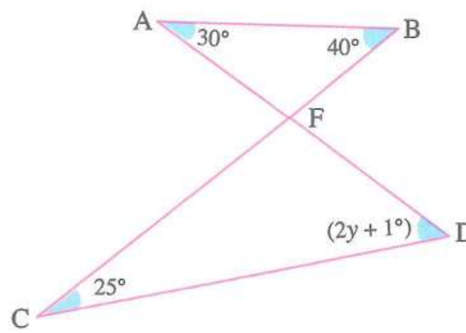
الحل

1
$a = 30° + 40°$
$a = 70°$

2
$2B + 10° + 90° = 120°$
$2B = 120° - 100°$
$2B = 20°$ ∴ $B = \frac{20°}{2} = 10°$

3
$2x + 35° = x + 35° + 50°$
$2x - x = 50°$
$x = 50°$

مثال 4 فى الشكل المقابل:



إذا كان: $m(\angle A) = 30°$ ، $m(\angle B) = 40°$

$m(\angle C) = 25°$ ، $m(\angle D) = (2y + 1°)$

$\overline{CB} \cap \overline{AD} = \{F\}$

أوجد بالبرهان قيمة المتغير y

الحل

∵ $\overline{CB} \cap \overline{AD} = \{F\}$

∴ ∠BFD خارجة عن المثلث ABF

∴ $m(\angle BFD) = m(\angle A) + m(\angle B)$

$= 30° + 40° = 70°$ ——— (1)

∵ ∠BFD خارجة عن المثلث CFD

∴ $m(\angle BFD) = m(\angle C) + m(\angle D)$

$= 25° + 2y + 1° = 2y + 26°$ ——— (2)

من (1) ، (2) ——— ∴ $2y + 26° = 70°$

∴ $2y = 70° - 26° = 44°$ ∴ $y = \frac{44°}{2} = 22°$

تعلم 3 متباينة المثلث:

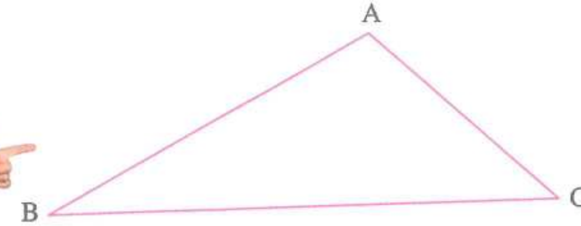
قاعدة مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

فى الشكل المقابل:

$AC + BC > AB$

$AC + AB > BC$

$AB + BC > AC$





مثال 5 أى من الأطوال الآتية تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلث؟ ولماذا؟

1 3 سم ، 6 سم ، 12 سم	2 7 سم ، 12 سم ، 6 سم	3 2 م ، 6 م ، 10 م	4 4 سم ، 9 سم ، 5 سم

الحل نقارن بين مجموع طولى أصغر ضلعين وطول الضلع الثالث

1 مجموع طولى أصغر ضلعين	2 مجموع طولى أصغر ضلعين	3 مجموع طولى أصغر ضلعين	4 مجموع طولى أصغر ضلعين
◄ $3 + 6 = 9$	◄ $7 + 6 = 13$	◄ $2 + 6 = 8$	◄ $5 + 4 = 9$
$9 < 12$	$13 > 12$	$8 < 10$	$9 = 9$
∴ الأطوال الثلاثة	∴ الأطوال الثلاثة	∴ الأطوال الثلاثة	∴ الأطوال الثلاثة
لا تصلح لرسم مثلث	تصلح لرسم مثلث	لا تصلح لرسم مثلث	لا تصلح لرسم مثلث

لاحظ أن

طول أى ضلع فى المثلث أكبر من الفرق بين طولى الضلعين الآخرين وأقل من مجموعهما.

مثال 6 أجب عما يأتى:

1 إذا كان طولا ضلعين فى مثلث هما 7 سم ، 3 سم ، فما أكبر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث؟

2 مثلث ABC فيه طول $\overline{BC}$ هو 6 سم وطول $\overline{AC}$ هو 8 سم ، فما أصغر قيمة صحيحة ممكنة لطول $\overline{AB}$ ؟

3 مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه 4 سم ، 8 سم ، فما طول الضلع الثالث؟

الحل

1 ▲ الفرق بين طولى الضلعين = 4 سم ▲ مجموع طولى الضلعين = 10 سم ▲ طول الضلع الثالث أكبر من 4 سم وأقل من 10 سم

⟵ أكبر عدد صحيح يمثل طول الضلع الثالث هو 9 سم

2 ▲ الفرق بين طولى الضلعين = 2 سم ▲ مجموع طولى الضلعين = 14 سم ▲ طول الضلع الثالث أكبر من 2 سم وأقل من 14 سم

⟵ أصغر قيمة صحيحة ممكنة لطول $\overline{AB}$ هو 3 سم

3 ▲ الفرق بين طولى الضلعين = 4 سم ▲ مجموع طولى الضلعين = 12 سم ▲ طول الضلع الثالث أكبر من 4 سم وأقل من 12 سم

⟵ ليكون المثلث متساوى الساقين يكون طول الضلع الثالث 8 سم

س؟ سؤال 1

1 أى من الأطوال الآتية تصلح لرسم مثلث ...؟

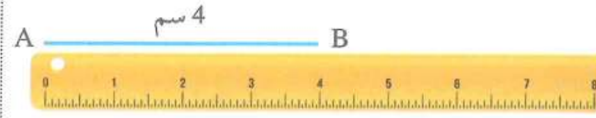
(أ) 7 سم ، 7 سم ، 7 سم	(ب) 6 سم ، 8 سم ، 10 سم	(جـ) 7 سم ، 4 سم ، 3 سم	(د) 8 م ، 10 م ، 1 م
....	....	....	....

2 إذا كان طولا ضلعين فى مثلث هما 5 سم ، 2 سم ، فما هو أكبر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث؟

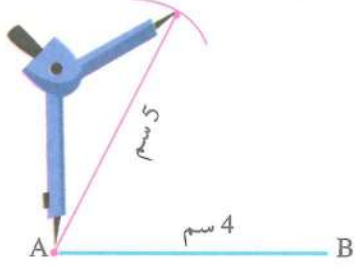
نشاط عملى رسم المثلث بمعلومية أطوال أضلاعه:

• ارسم مثلثًا أطوال أضلاعه 4 سم ، 5 سم ، 6 سم باستخدام المسطرة والفرجار.

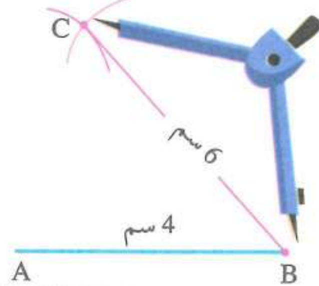
1 نستخدم المسطرة لرسم أى قطعة مستقيمة ولتكن $\overline{AB}$ طولها 4 سم



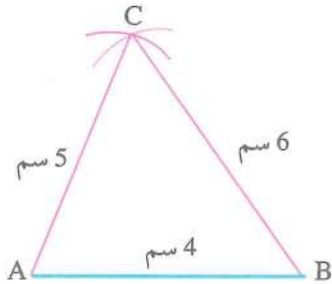
2 نفتح الفرجار فتحة طولها 5 سم ونركز بالفرجار عند A ، ثم نرسم قوسًا كما بالشكل.



3 نعيد ضبط الفرجار بفتحة طولها 6 سم ونركز بالفرجار عند B ، ثم نرسم قوسًا يقطع القوس الأول فى C كما بالشكل .



4 نرسم $\overline{AC}$ ، $\overline{BC}$ لنحصل على المثلث ABC الذى أطوال أضلاعه 4 سم ، 5 سم ، 6 سم



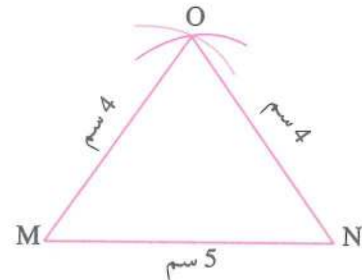
مثال 7 فى كل مما يأتى ارسم المثلثات الآتية مستخدمًا الأطوال المعطاه:

1 4 سم ، 4 سم ، 5 سم

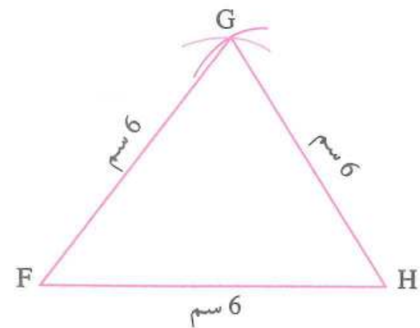
2 6 سم ، 6 سم ، 6 سم

الحل

1



2



لاحظ أن

الفرجار أداة هندسية تستخدم فى رسم الدائرة ويمكن استخدامها فى تحديد الأبعاد على الرسم الهندسى.

س؟ سؤال 2

أجب عما يأتى:

1 حاول رسم مثلث أطوال أضلاعه 5 سم ، 6 سم ، 8 سم ، هل يمكنك رسم المثلث؟

2 حاول رسم مثلث أطوال أضلاعه 3 سم ، 4 سم ، 8 سم ، هل يمكنك رسم المثلث؟



أسئلة تفاعلية

المثلث (Triangle)

تذكر ▲ فهم ▲ تطبيق ▲ تحليل ▲

أسئلة الكتاب المدرسى ▪ أسئلة موقع الـوزارة

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان مجموع قياسى زاويتين فى مثلث يساوى 130° فإن قياس الزاوية الثالثة يساوى .... (القاهرة 2025)

(أ) 20° (ب) 50° (جـ) 30° (د) 60°

2 إذا كان قياسا زاويتين فى مثلث هما 40° ، 60° فإن قياس الزاوية الثالثة يساوى .... (المنوفية 2025)

(أ) 40° (ب) 80° (جـ) 100° (د) 50°

3 إذا كان قياسا زاويتين فى مثلث 25° ، 55° كان المثلث ....

(أ) حاد الزوايا (ب) قائم الزاوية (جـ) منفرج الزاوية (د) متساوى الأضلاع

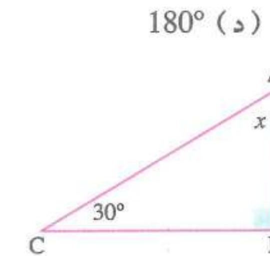
4 أى مثلث يحتوى على زاويتين .... على الأقل. (الغربية 2025)

(أ) حادتين (ب) قائمتين (جـ) منفرجتين (د) منعكستين

5 مثلث قائم الزاوية قياس إحدى زواياه 40° فإن قياس الزاوية الأخرى = ...

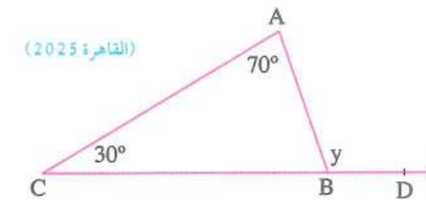
(أ) 90° (ب) 50° (جـ) 130° (د) 180°

6 قيمة المتغير x فى الشكل المقابل يساوى ....



(أ) 90° (ب) 120° (جـ) 60° (د) 70°

7 قيمة المتغير y فى الشكل المقابل يساوى .... (القاهرة 2025)



(أ) 120° (ب) 70° (جـ) 30° (د) 100°

8 فى المثلث ABC إذا كان: $m(\angle A) = 50°$ ، $m(\angle B) = 30°$ فإن: $m(\angle C) =$ ....

(أ) 100° (ب) 80° (جـ) 180° (د) 50°

9 مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث .... طول الضلع الثالث. (سوهاج 2025)

(أ) أصغر من (ب) أكبر من (جـ) يساوى (د) نصف

10 إذا كان طولا ضلعين فى مثلث 7 سم ، 4 سم، فإن طول الضلع الثالث يمكن أن يكون ....

(أ) 11 سم (ب) 2 سم (جـ) 3 سم (د) 4 سم

11 أى من الأعداد الآتية لا تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلث؟ .... (الجيزة 2025)

(أ) 7 سم، 7 سم، 7 سم (ب) 6 سم، 8 سم، 10 سم

(جـ) 7 سم، 4 سم، 3 سم (د) 8 سم، 10 سم، 11 سم

12 إذا كان طولا ضلعين فى مثلث هما 3 سم ، 5 سم ، فإن أكبر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث هو .... (السويس 2025)

(أ) 9 (ب) 10 (جـ) 7 (د) 8

13 إذا كان طولا ضلعين فى مثلث هما 7 سم ، 3 سم، فإن أصغر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث هو ....

(أ) 4 (ب) 5 (جـ) 9 (د) 10

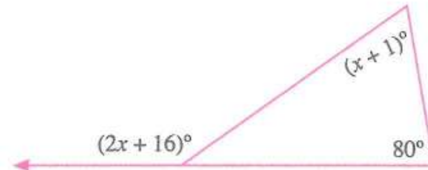
14 إذا كان طولا ضلعين فى مثلث 5 سم، 5 سم، فإن طول الضلع الثالث يمكن أن يساوى .... سم.

(أ) 11 (ب) 10 (جـ) 9 (د) 14

15 إذا كان ABC مثلثًا مختلف الأضلاع فيه طول $\overline{AB}$ هو 5 سم، وطول $\overline{BC}$ هو 8 سم، فكم عددًا صحيحًا يمكن أن يكون طول $\overline{AC}$ ؟ .... (دمياط 2025)

(أ) 3 (ب) 7 (جـ) 8 (د) 9

16 فى الشكل المقابل: قيمة x تساوى .... (المنوفية 2025)



(أ) 45° (ب) 65° (جـ) 55° (د) 50°

2 أكمل ما يأتى:

1 مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ... °

2 إذا كان مجموع قياسى زاويتين فى مثلث 140° ، فإن قياس الزاوية الثالثة يساوى .... °

3 إذا كان قياسا زاويتين فى مثلث هما 80° ، 20° ، فإن قياس الزاوية الثالثة يساوى .... °

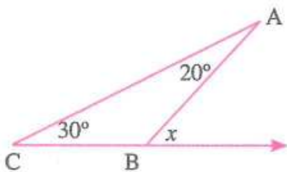
4 فى المثلث ABC : إذا كان $m(\angle A) = 30°$ ، $m(\angle C) = 100°$ ، فإن $m(\angle B) =$ ....

5 فى المثلث ABC : إذا كان $m(\angle A) = (2x + 1°)$ ، $m(\angle B) = (3x + 3°)$ ، $m(\angle C) = (4x - 4°)$ ، فإن $x =$ .... °

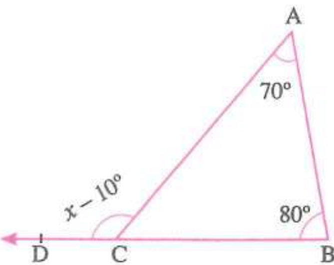
6 قياس الزاوية الخارجة لأى مثلث يساوى ....

7 إذا كانت قياسات زوايا مثلث هى $2y$ ، $3y$ ، $4y$ فإن $y =$ .... °

8 قيمة x فى الشكل المقابل: $x =$ .... °



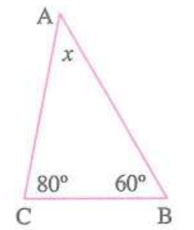
9 قيمة x فى الشكل المقابل: $x =$ .... °

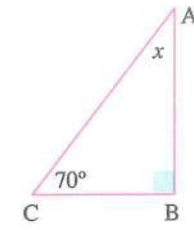


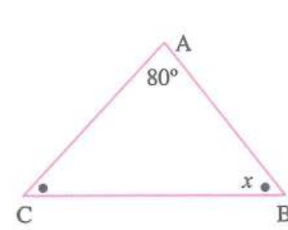
10 إذا كان طولا ضلعين فى مثلث متساوى الساقين 9 سم، 4 سم، فإن طول الضلع الثالث = ... سم .

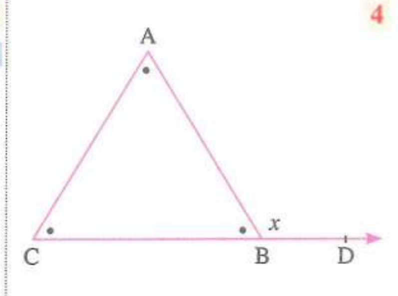
11 إذا كان طولا ضلعين فى مثلث هما 10 سم، 5 سم، فإن أكبر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث هو .... سم .

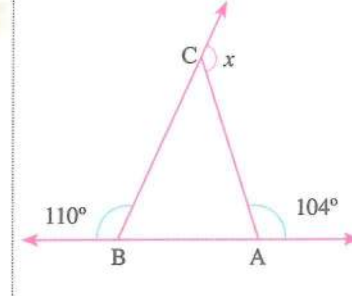
3 أوجد بالبرهان قيمة x في كل مما يأتي:

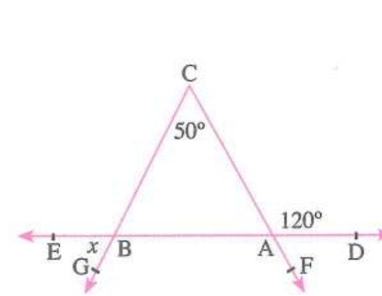
1 

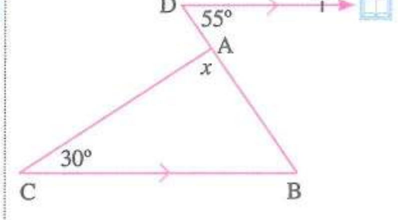
2 

3 

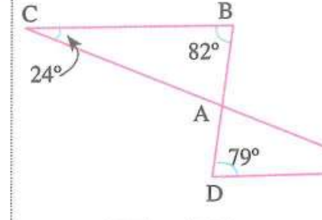
4 

5 

6 

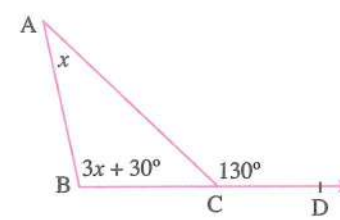
7 

(القاهرة 2025)

8 

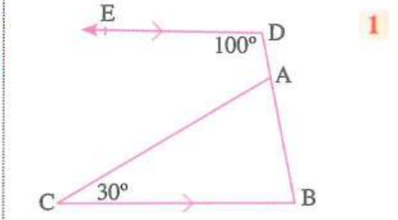
$\overline{BD} \cap \overline{CE} = \{A\}$

(القاهرة 2025)

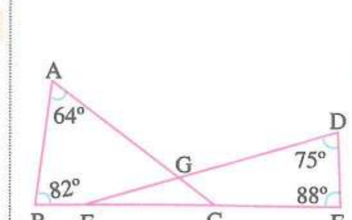
9 

(القليوبية 2025)

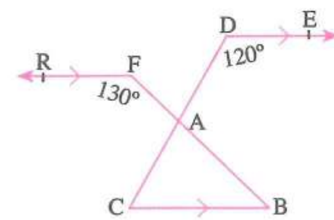
4 أوجد بالبرهان قياس الزاوية المطلوبة أسفل كل شكل:

1 

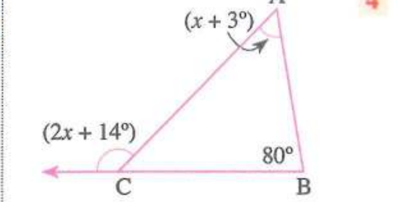
$m(\angle BAC)$

2 

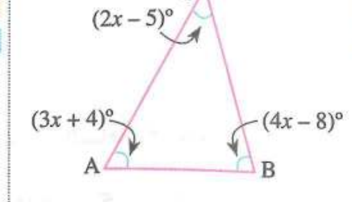
$m(\angle FGC)$

3 

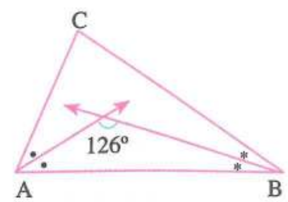
$m(\angle DAF)$

4 

$m(\angle ACB)$

5 

$m(\angle B)$

6 

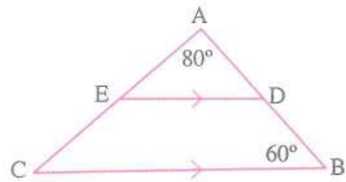
$m(\angle C)$

5 في الشكل المقابل: ABC مثلث فيه:

$m(\angle A) = 80°$ ، $m(\angle B) = 60°$ ،

$\overline{ED} \parallel \overline{CB}$ حيث: $D \in \overline{AB}$ ، $E \in \overline{AC}$

أوجد بالبرهان: $m(\angle ADE)$ ، $m(\angle DEC)$

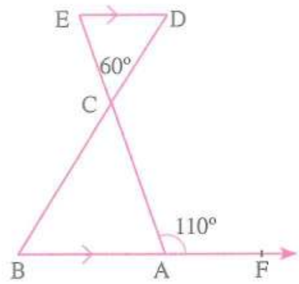


6 في الشكل المقابل:

$\overline{DB} \cap \overline{AE} = \{C\}$ ، $m(\angle CAF) = 110°$ ، $\overline{ED} \parallel \overrightarrow{BA}$ ،

$F \in \overrightarrow{BA}$ ، $m(\angle DCE) = 60°$

أوجد بالبرهان: قياسات زوايا المثلث DCE

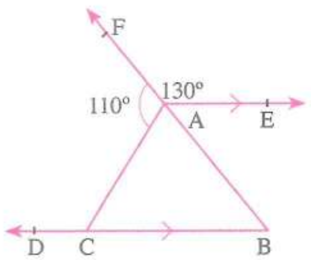


7 في الشكل المقابل: ABC مثلث فيه:

$F \in \overrightarrow{BA}$ ، $D \in \overrightarrow{BC}$ ، $\overline{CB} \parallel \overrightarrow{AE}$ ،

$m(\angle FAC) = 110°$ ، $m(\angle FAE) = 130°$

أوجد بالبرهان: $m(\angle ACD)$



8 ارسم:

1 مثلثًا أطوال أضلاعه 5 سم ، 3 سم ، 4 سم.

2 مثلثًا أطوال أضلاعه 7 سم ، 5 سم ، 5 سم.

3 مثلثًا متساوي الأضلاع طول ضلعه 6 سم.

9 بين أيًّا من الأطوال الآتية تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلث:

1 5 سم ، 7 سم ، 8 سم

2 4 سم ، 9 سم ، 3 سم

3 10 سم ، 6 سم ، 4 سم

4 15 سم ، 17 سم ، 30 سم

5 3 سم ، 14 سم ، 8 سم

6 6 سم ، 19 سم ، 13 سم

10 أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

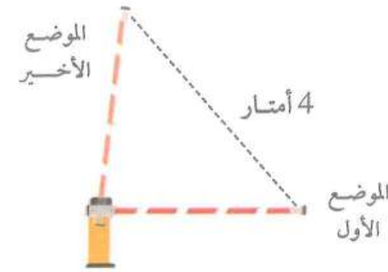
1 

2 

11 حساب ذهنى:

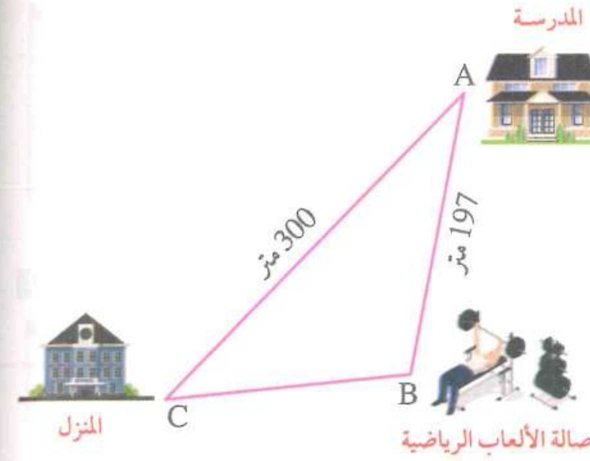
عند فتح حاجز السيارات عند مدخل موقف السيارات بزاوية قياسها أقل من 90° ، تقاس المسافة بين الموضع الأول والموضع الأخير لنقطة نهايته بـ 4 أمتار.

ما أصغر عدد صحيح يعبر عن طول الحاجز؟



12 طرق:

يستيقظ محمد مبكرًا للذهاب إلى مدرسته التى تبعد عن منزله 300 متر، وبعد انتهاء اليوم الدراسى يتجه محمد إلى صالة الألعاب الرياضية التى تبعد عن المدرسة 197 مترًا، ثم يغادرها بعد الانتهاء من تدريباته ويعود إلى منزله كما هو موضح بالشكل.



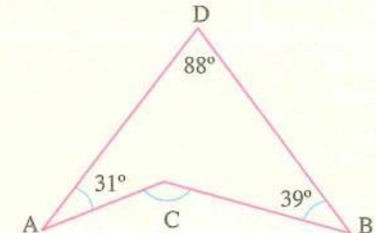
ما أقل عدد صحيح للمسافة التى يقطعها محمد بالأمتار من خروجه من منزله حتى عودته إليه؟

تفكير إبداعى TIMSS

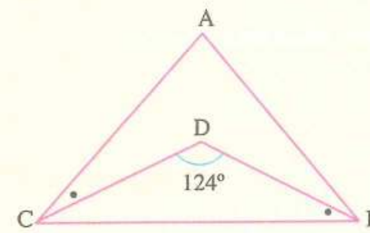
13 **تفكير ناقد:** إذا كان ABC مثلثًا فيه: طول $\overline{BC}$ يساوى 9سم، **أوجد أصغر قيمة صحيحة لمحيط المثلث ABC** .

14 **فى كل من الشكلين التاليين أوجد بالبرهان:** $m(\angle ACB)$

1

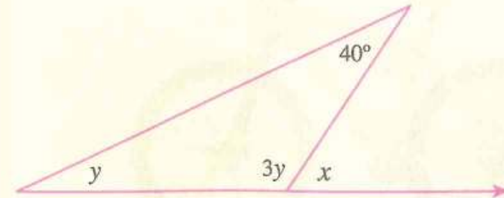


2



15 **فى الشكل المقابل:**

أوجد: x ، y



1 **اختر الإجابة الصحيحة:**

1 مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوى .... (القاهرة 2025)

(أ) 180° (ب) 360° (جـ) 270° (د) 90°

2 إذا كان مجموع قياسى زاويتين فى مثلث يساوى 90° فإنه يكون مثلثًا ....

(أ) حاد الزوايا (ب) منفرج الزاوية (جـ) متساوى الأضلاع (د) قائم الزاوية

3 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخلتين وفى جهة واحدة من القاطع ....

(أ) متتامتان (ب) متكاملتان (جـ) متساويتان (د) متطابقتان

4 قياس الدائرة يساوى ....

(أ) 180° (ب) 90° (جـ) 360° (د) 170°

5 أى من الأعداد الآتية لا تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلث؟ ....

(أ) 4 سم ، 7 سم ، 7 سم (ب) 3 سم ، 4 سم ، 7 سم

(جـ) 7 سم ، 7 سم ، 7 سم (د) 9 سم ، 7 سم ، 5 سم

6 مثلث متساوى الساقين، طولا ضلعين فيه: 4 سم ، 8سم ، فإن طول الضلع الثالث يساوى .... سم. (الشرقية 2025)

(أ) 13 (ب) 8 (جـ) 4 (د) 2

2 **أكمل ما يأتى:**

1 قياس الزاوية الخارجة عن المثلث يساوى ....

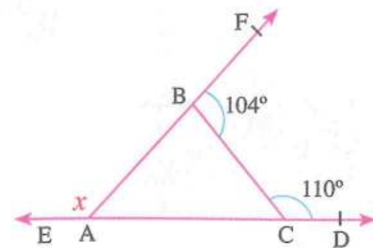
2 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى ....

3 الشعاع الذى يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين يسمى ....

3 **أجب عما يأتى:**

1 فى الشكل التالى:

أوجد بالبرهان قيمة: x

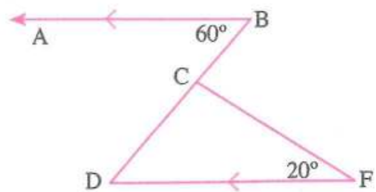


(القليوبية 2025)

2 فى الشكل التالى:

$\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{DF}$

أوجد: (أ) $m(\angle D)$ (ب) $m(\angle DCF)$

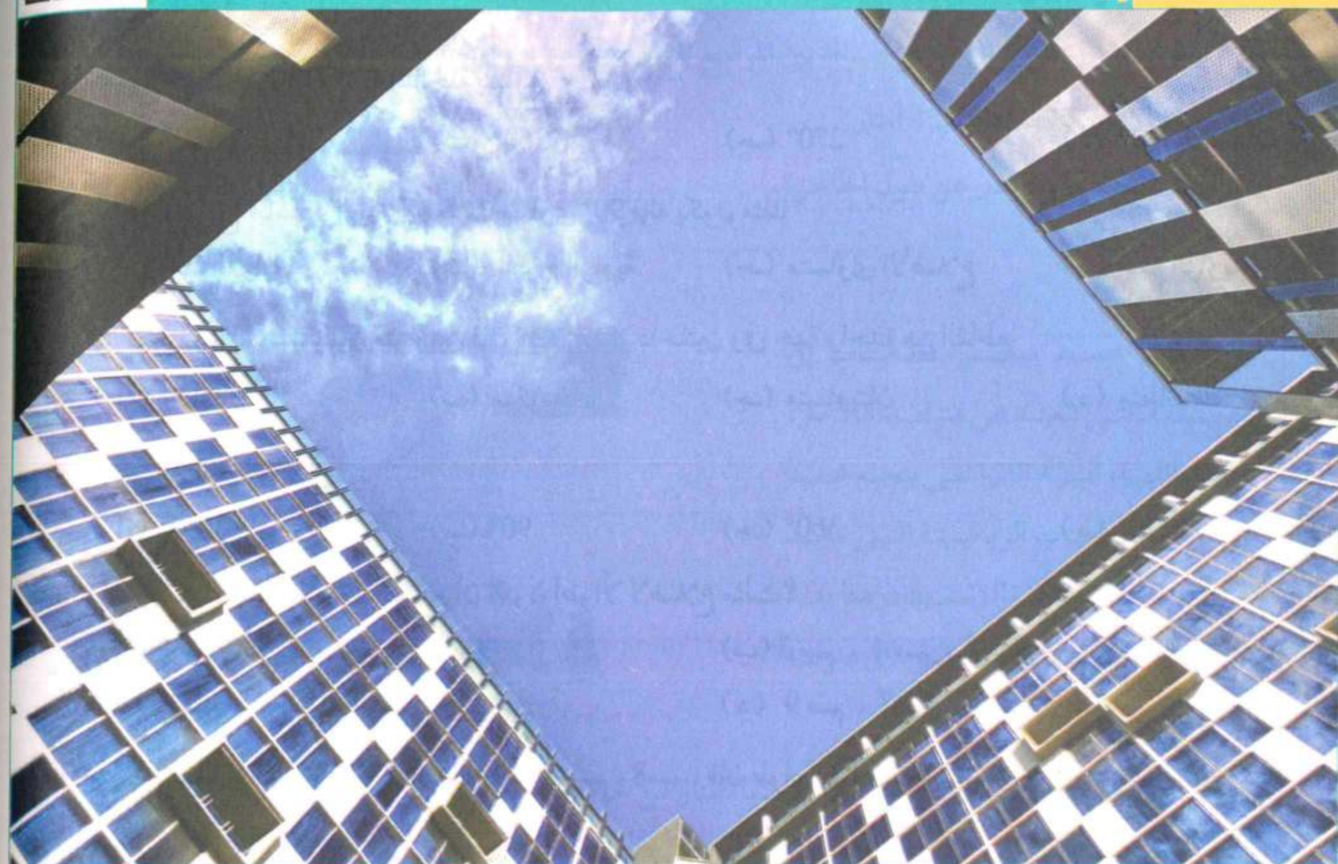


(المنوفية 2025)

ذاكر الدرس 4 الأشكال الرباعية (Quadrilaterals) الجزء 1

فيديو الشرح





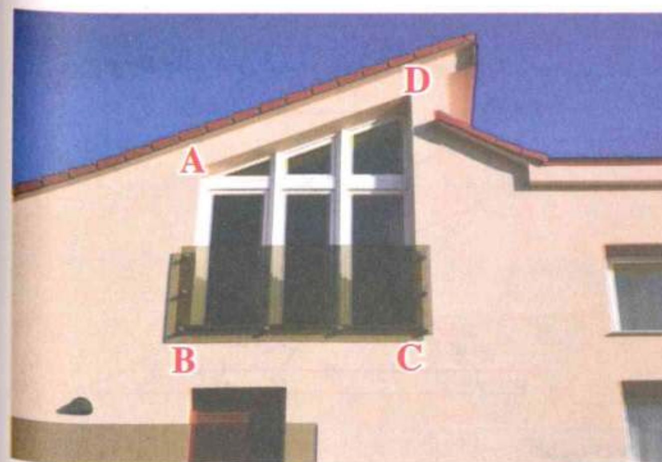
نواتج التعلم

- يعرف الطالب مفهوم الشكل الرباعى.
- يستنتج الطالب مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى.
- يميز الطالب بين الأشكال الخاصة من الشكل الرباعى.
- يحدد الطالب العلاقة بين عائلة الأشكال الرباعية.

مفردات أساسية

- الشكل الرباعى (Quadrilateral)
- شبه المنحرف (Trapezium)
- متوازى أضلاع (Parallelogram)

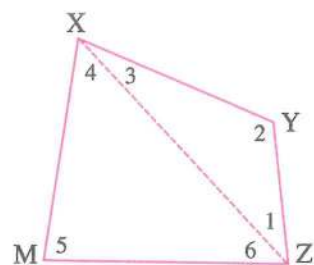
فكر وناقش



- تنتشر فى جميع أنحاء العالم تصاميم مختلفة لنوافذ المنازل.
- فى الصورة التى أمامك:
  نافذة على شكل شبه منحرف قياس $\angle D = 70°$
  هل يمكنك إيجاد قياس $\angle A$ ؟
- فى هذا الدرس، سوف نتعرف على الشكل الرباعى، وبعض الأشكال الرباعية الخاصة وخواصها والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

تعلم 1 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى:

الشكل الرباعى: هو شكل مستوٍ مغلق يتكون من اتحاد أربع قطع مستقيمة وكل قطعة تسمى ضلعًا، وتتقاطع هذه القطع عند أطرافها فقط فى أربع نقط، وكل نقطة تسمى رأسًا.



- فى الشكل المقابل:

XYZM شكل رباعى رُسم فيه القطر $\overline{XZ}$ ، فانقسم الشكل الرباعى إلى مثلثين

فى المثلث XYZ : ① ——— $m(\angle 1) + m(\angle 2) + m(\angle 3) = 180°$ ◄

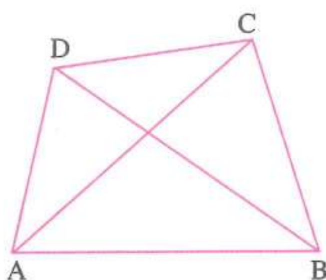
فى المثلث XMZ : ② ——— $m(\angle 6) + m(\angle 5) + m(\angle 4) = 180°$ ◄

بالجمع

$m(\angle Z) + m(\angle Y) + m(\angle M) + m(\angle X) = 360°$ ◄

- أى أن: **مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل XYZM تساوى 360°**

قاعدة **مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأى شكل رباعى يساوى 360°**

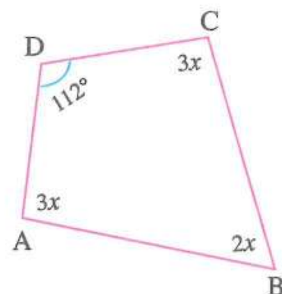


قطر الشكل الرباعى: هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتاليين.

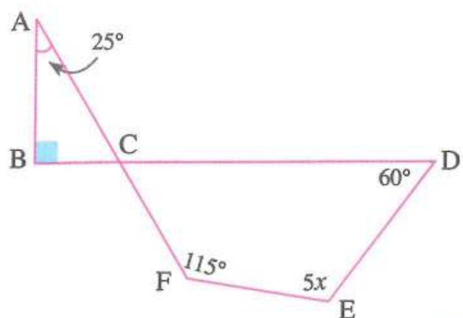
- وبالتالى فإن: الشكل الرباعى ABCD له قطران هما $\overline{BD}$, $\overline{AC}$

مثال 1 أوجد قيمة x فى كل شكل من الشكلين الآتيين:

1



2



الحل

1 ∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى = 360°

$\therefore\ 3x + 2x + 3x + 112° = 360°$

$\therefore\ 8x = 360° - 112°$

$\therefore\ 8x = 248°$

$\therefore\ x = \frac{248°}{8} = 31°$

2 فى المثلث ABC

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180°

$\therefore\ m(\angle BCA) = 180° - (90° + 25°)$

$= 180° - 115° = 65°$

$\because\ m(\angle FCD) = m(\angle BCA)$ ——— (بالتقابل بالرأس)

$\therefore\ m(\angle FCD) = 65°$

، فى الشكل الرباعى CFED

$\because\ 65° + 115° + 5x + 60° = 360°$

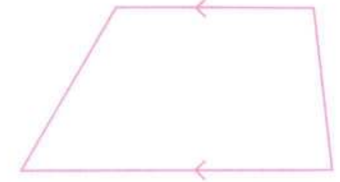
$\therefore\ 5x + 240° = 360°$

$\therefore\ 5x = 360° - 240° = 120°$ $\therefore x = \frac{120°}{5} = 24°$

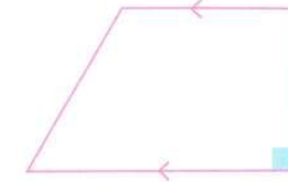
تعلم 2 الأشكال الرباعية الخاصة:

أولا شبه المنحرف

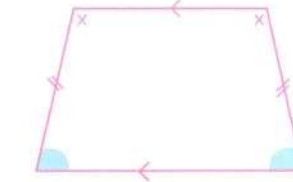
• **شبه المنحرف:** هو شكل رباعى فيه ضلعان فقط متوازيان.



شبه منحرف



شبه منحرف قائم الزاوية



شبه منحرف متساوى الساقين

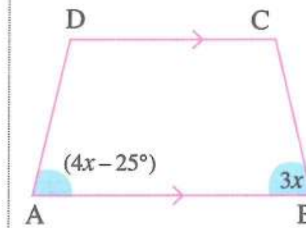
مثال 2 أجب عما يأتى:

1 فى الشكل المقابل:

ABCD شبه منحرف

m (∠A) = m (∠B)

أوجد m (∠D)



2 فى الشكل المقابل:

ABCD شبه منحرف

أوجد بالبرهان m (∠D)

D C 96° 4x 6x A B

الحل

1

∵ $m(\angle A) = m(\angle B)$ ــــ (معطى)

∴ $4x - 25° = 3x$

$4x - 3x = 25°$

$x = 25°$

∴ $m(\angle A) = 4x - 25° = 4 \times 25° - 25° = 75°$

∵ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، $\overleftrightarrow{AD}$ قاطع لهما

∴ $m(\angle D) + m(\angle A) = 180°$ ــــــــ

(زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع)

$m(\angle D) + 75° = 180°$

∴ $m(\angle D) = 180° - 75° = 105°$

2

∵ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، $\overleftrightarrow{CB}$ قاطع لهما

∴ $m(\angle B) + m(\angle C) = 180°$ ــــــــ

(زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع)

∴ $6x + 96° = 180°$

$6x = 180° - 96°$

∴ $6x = 84°$ ⟶ ∴ $x = \frac{84°}{6} = 14°$

∴ $m(\angle A) = 4 \times 14° = 56°$

∵ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، $\overleftrightarrow{DA}$ قاطع لهما

∴ $m(\angle D) + m(\angle A) = 180°$ ــــــــ

(زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع)

$m(\angle D) + 56° = 180°$

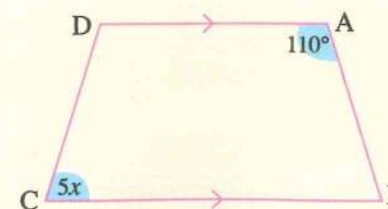
∴ $m(\angle D) = 180° - 56° = 124°$

س؟ سؤال 1

فى الشكل المقابل: ABCD شبه منحرف فيـه:

m (∠B) = m (∠C) ، m (∠A) = 110°

أوجد قيمة x بالدرجات



ثانيا متوازى الأضلاع

• **متوازى الأضلاع:**

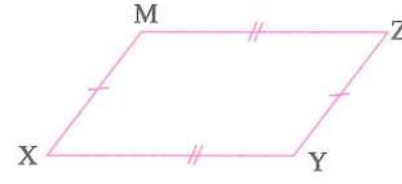
هو شكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.

أى أن: $\overline{XY} \parallel \overline{MZ}$ ، $\overline{XM} \parallel \overline{YZ}$

M Z X Y

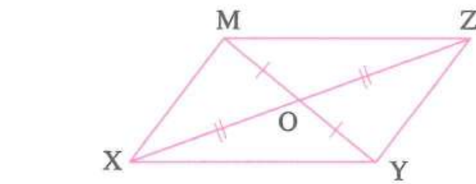
خواص متوازى الأضلاع

1 كل ضلعين متقابلين متساويان فى الطول



XY = MZ ، XM = YZ

2 القطران ينصف كل منهما الآخر

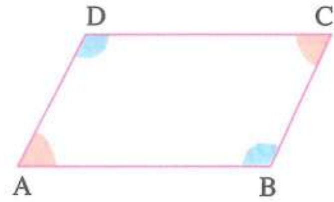


MO = YO ، XO = ZO

3 كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس

m (∠A) = m (∠C)

m (∠B) = m (∠D)



4 كل زاويتين متتاليتين متكاملتان

$m(\angle A) + m(\angle B) = 180°$ ، $m(\angle B) + m(\angle C) = 180°$

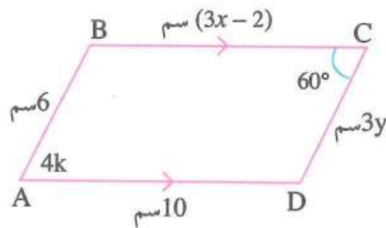
$m(\angle C) + m(\angle D) = 180°$ ، $m(\angle D) + m(\angle A) = 180°$

مثال 3 فى الشكل المقابل:

(الشرقية 2025)

ABCD متوازى أضلاع

أوجد بالبرهان قيمة كل من: k ، y ، x



الحل ∵ ABCD متوازى أضلاع

∴ BC = AD

∴ $3x - 2 = 10$

∴ $3x = 10 + 2 = 12$

∴ $x = \frac{12}{3} = 4$

∴ DC = AB

∴ $3y = 6$

∴ $y = \frac{6}{3} = 2$

∴ $m(\angle A) = m(\angle C)$

∴ $4K = 60°$

∴ $K = \frac{60°}{4} = 15°$

س؟ سؤال 2

(البحيرة 2025)

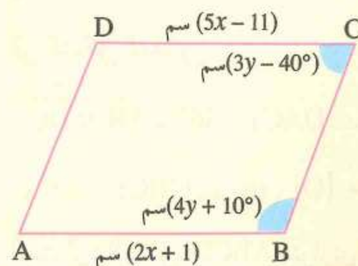
فى الشكل المقابل:

إذا كان ABCD متوازى أضلاع فيه:

$m(\angle C) = (3y - 40°)$ ، $m(\angle B) = (4y + 10°)$ ،

طول $\overline{AB}$ يساوى $(2x + 1)$ سم ، طول $\overline{DC}$ يساوى $(5x - 11)$ سم

فأوجد كلًّا من: y ، x



متى يكون الشكل الرباعى متوازى أضلاع؟

- يكون الشكل الرباعى متوازى أضلاع إذا تحققت إحدى الحالات الآتية:

1 إذا توازى فيه كل ضلعين متقابلين.

2 إذا تساوى فيه طولا كل ضلعين متقابلين.

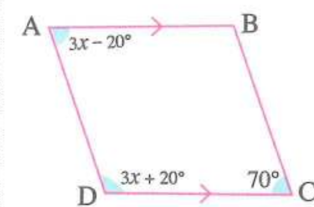
3 إذا توازى فيه ضلعان متقابلان وتساويا فى الطول.

4 إذا نصف القطران كل منهما الآخر.

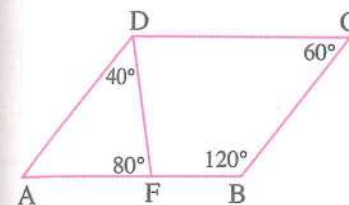
5 إذا تساوى فيه قياس كل زاويتين متقابلتين.

مثال 4 أجب عما يأتى:

1 فى الشكل المقابل:
أثبت أن: ABCD
متوازى أضلاع



2 فى الشكل المقابل:
أثبت أن: ABCD
متوازى أضلاع



الحل

1 ∵ $\overline{AD}$ ، $\overline{AB}$ // $\overline{DC}$ قاطع لهما

$\therefore m(\angle A) + m(\angle D) = 180°$
(زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع)

$\therefore 3x - 20° + 3x + 20° = 180°$

$\therefore 6x = 180°$ $\qquad \therefore x = \frac{180°}{6} = 30°$

$\therefore m(\angle D) = 3 \times 30° + 20° = 110°$

$\because m(\angle D) + m(\angle C) = 110° + 70° = 180°$
(وهما زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع ومتكاملتان)

$\therefore \overline{AD} // \overline{BC}$

∵ كل ضلعين متقابلين متوازيان

∴ الشكل ABCD متوازى أضلاع

(وهو المطلوب إثباته)

2 فى المثلث ADF

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = 180°

$\therefore m(\angle A) + 80° + 40° = 180°$

$\therefore m(\angle A) + 120° = 180°$

$\therefore m(\angle A) = 180° - 120° = 60°$

$\therefore m(\angle A) + m(\angle B) = 60° + 120° = 180°$
(وهما زاويتان داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع ومتكاملتان)

$\therefore \overline{AD} // \overline{BC}$ ——— ①

$\because m(\angle B) + m(\angle C) = 120° + 60° = 180°$
(وهما زاويتان داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع ومتكاملتان)

$\therefore \overline{AB} // \overline{DC}$ ——— ②

من ① ، ②

∴ كل ضلعين متقابلين متوازيان

∴ الشكل ABCD متوازى أضلاع

(وهو المطلوب إثباته)

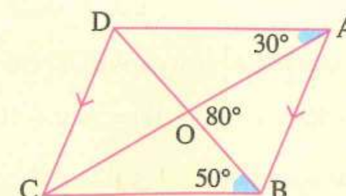
سؤال 3

فى الشكل المقابل:

$m(\angle AOB) = 80°$ ، $m(\angle DAC) = 30°$ ، $\overline{AB} // \overline{DC}$

$\overline{AC} \cap \overline{DB} = \{O\}$ ، $m(\angle OBC) = 50°$ ،

أثبت أن: الشكل ABCD متوازى أضلاع





أسئلة الكتاب المدرسى أسئلة موقع الوزارة

أولا الأشكال الرباعية:

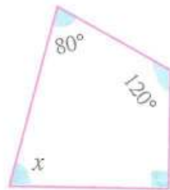
1 أكمل ما يأتى:

1 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى = ...

2 قطر الشكل الرباعى هو القطعة المستقيمة الواصلة بين ....

2 اختر الإجابة الصحيحة:

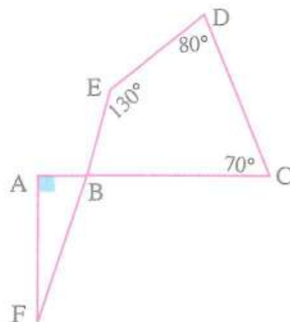
1 فى الشكل المقابل: قيمة x تساوى ....



(أ) 70° (ب) 80°

(جـ) 90° (د) 120°

2 فى الشكل المقابل: $m(\angle F) =$ ....

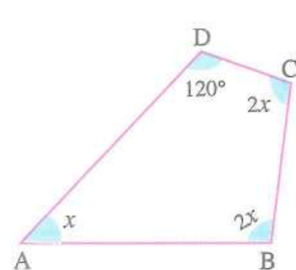


(أ) 80° (ب) 70°

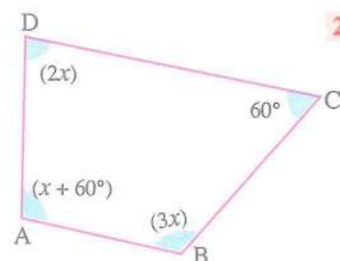
(جـ) 30° (د) 10°

3 أوجد قيمة x فى كل شكل من الأشكال الآتية:

1

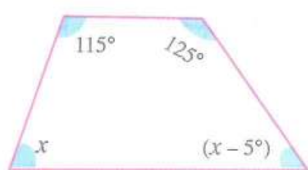


2

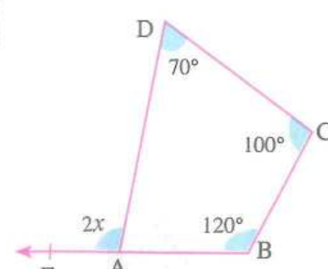


(الجيزة 2025)

3

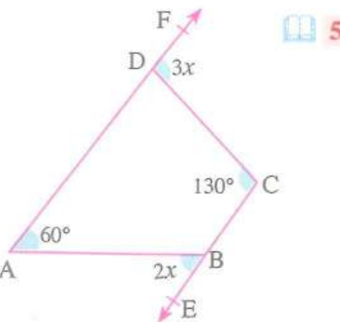


4

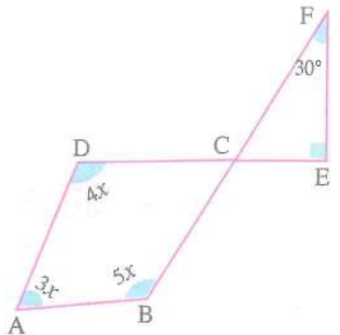


(المنيا 2025)

5



6



4 إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا الشكل الرباعى هى 4 : 3 : 3 : 2

فأوجد قياس أصغر زاوية بالدرجات.

ثانيا شبه المنحرف:

5 أكمل ما يأتى:

1 الشكل الرباعى الذى فيه ضلعان فقط متوازيان يسمى ....

2 إذا كان الضلعان غير المتوازيين فى شبه المنحرف متساويين فى الطول فإنه يسمى ....

3 إذا كانت إحدى زوايا شبه المنحرف قائمة فإنه يسمى ....

6 اختر الإجابة الصحيحة:

1 فى الشكل المقابل، قيمة: $x =$ ....

(أ) 12 (ب) 24

(جـ) 25 (د) 90

2 فى الشكل المقابل: إذا كان ABCD شبه منحرف متساوى الساقين

فإن: طول $\overline{AD}$ بالسنتيمترات يساوى ....

(أ) 15 (ب) 16

(جـ) 7 (د) 10

7 فى الشكل المقابل:

ABCD شبه منحرف فيه:

$m(\angle A) = m(\angle B)$

أوجد: $m(\angle D)$

8 فى الشكل المقابل:

الشكل ABCD شبه منحرف

أوجد بالبرهان: $m(\angle D)$

9 فى الشكل المقابل:

ABCD شبه منحرف فيه:

$m(\angle D) = m(\angle C)$ ، $m(\angle A) = 75^\circ$

أوجد بالبرهان: $m(\angle B)$

ثالثا متوازى الأضلاع:

10 أكمل ما يأتى:

1 فى متوازى الأضلاع كل ضلعين متقابلين .... و ....

2 فى متوازى الأضلاع كل زاويتين متقابلتين تكونان ....

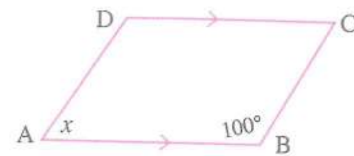
3 فى متوازى الأضلاع كل زاويتين متتاليتين تكونان ....

4 فى متوازى الأضلاع القطران ....



5 فى الشكل التالى، إذا كان: $\overline{AB} // \overline{DC}$

فإن: قيمة x التى تجعل الشكل ABCD متوازى أضلاع هى ....

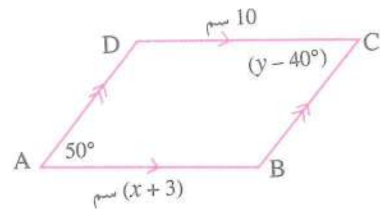


(القاهرة 2025)

6 فى الشكل التالى:

إذا كان: ABCD متوازى أضلاع فإن:

$x =$ .... ، $y =$ ....°



(الغربية 2025)

11 اختر الإجابة الصحيحة:

1 ABCD متوازى أضلاع فيه: $m(\angle B) = 80^\circ$ فإن: $m(\angle D) =$ ....° (دمياط 2025)

(أ) 10 (ب) 100 (جـ) 80 (د) 40

2 فى الشكل المقابل: (القليوبية 2025)

إذا كان: $m(\angle A) + m(\angle C) = 140^\circ$

فإن: $m(\angle B) =$ ....

(أ) 70° (ب) 40°

(جـ) 110° (د) 220°

3 فى الشكل المقابل: (المنيا 2025)

إذا كان: ABCD متوازى أضلاع ، فإن: $m(\angle A) =$ ....

(أ) 30° (ب) 45°

(جـ) 60° (د) 120°

4 فى الشكل المقابل: (الجيزة 2025)

ما قيمة x ؟

(أ) 110° (ب) 120°

(جـ) 130° (د) 140°

5 فى الشكل المقابل: (بنى سويف 2025)

إذا كان: ABCD متوازى أضلاع، فإن: طول $\overline{AB} =$ .... سم

(أ) 40 (ب) 50

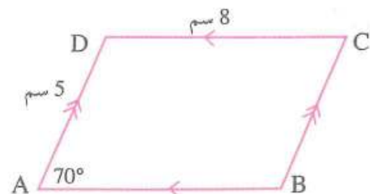
(جـ) 19 (د) 15

12 فى الشكل المقابل: (القاهرة 2025)

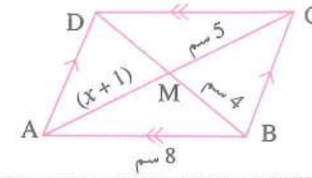
ABCD متوازى أضلاع فيه:

$m(\angle A) = 70^\circ$ ، طول $\overline{CD}$ هو 8 سم ، طول $\overline{AD}$ هو 5 سم

أوجد: $m(\angle B)$ ، $m(\angle C)$ وطول $\overline{AB}$



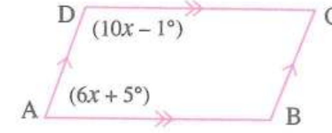
13 في الشكل المقابل:



أوجد قيمة x ،

ثم أوجد محيط المثلث AMB

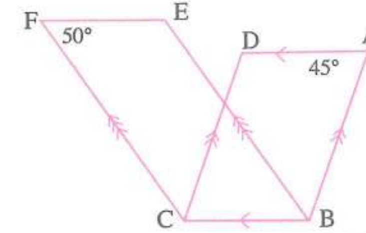
14 في الشكل المقابل: (الشرقية 2025)



إذا كان ABCD متوازى أضلاع

فأوجد: $m(\angle C)$ ، $m(\angle D)$

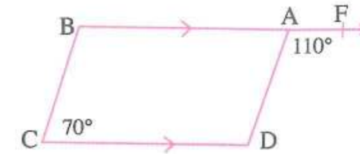
15 في الشكل المقابل:



ABCD و EFCB متوازيا أضلاع، $m(\angle A) = 45°$ ، $m(\angle F) = 50°$ ،

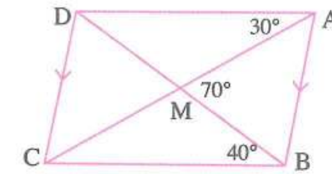
أوجد بالبرهان: قيمة $m(\angle ABE)$

16 في الشكل المقابل: (الدقهلية 2025)



أثبت أن: ABCD متوازى أضلاع.

17 في الشكل المقابل: (الدقهلية 2025)

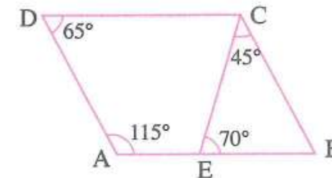


$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ ، $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{M\}$ ، $m(\angle DBC) = 40°$ ،

$m(\angle AMB) = 70°$ ، $m(\angle DAC) = 30°$

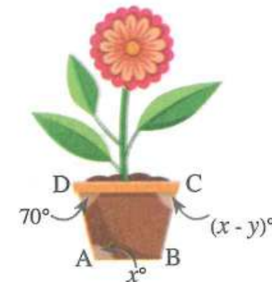
أثبت أن: الشكل ABCD متوازى أضلاع.

18 في الشكل المقابل:



أثبت أن: ABCD متوازى أضلاع.

19 الربط بالزراعة: في الشكل المقابل: (الدقهلية 2025)



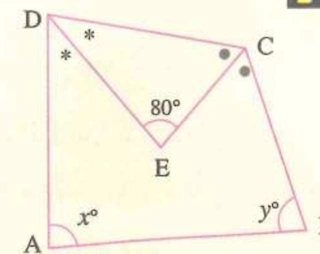
حوض للزهور أحد أوجهه على شكل شبه منحرف ،

$m(\angle C) = m(\angle D)$ ، أوجد قيمة y

TIMSS تفكير إبداعى

20 $\overrightarrow{DE}$ ينصف $\angle ADC$ ، $\overrightarrow{CE}$ ينصف $\angle BCD$

أوجد بالبرهان: قيمة $x + y$



1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأى شكل رباعى يساوى ....

(أ) $90°$ (ب) $180°$ (جـ) $360°$ (د) $390°$

2 كل زاويتين متتاليتين في متوازى الأضلاع تكونان ....

(أ) متجاورتين (ب) متكاملتين (جـ) متبادلتين (د) متناظرتين

3 عدد أقطار الشكل الرباعى = ...

(أ) 4 (ب) 3 (جـ) 2 (د) 1

4 إذا كان ABCD متوازى أضلاع، $m(\angle A) + m(\angle C) = 150°$ فإن: $m(\angle B) =$ ....

(أ) $70°$ (ب) $105°$ (جـ) $140°$ (د) $30°$

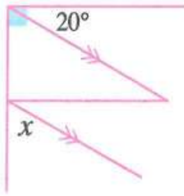
5 مجموع طولى أى ضلعين في مثلث .... من طول الضلع الثالث.

(أ) أكبر (ب) أصغر (جـ) يساوى (د) غير ذلك

6 إذا كان ABCD متوازى أضلاع فيه $m(\angle A) = \frac{1}{2} m(\angle B)$ فإن: $m(\angle B) =$ ....

(أ) $180°$ (ب) $90°$ (جـ) $120°$ (د) $60°$

2 أكمل ما يأتى:



1 شبه المنحرف هو شكل رباعى فيه ....

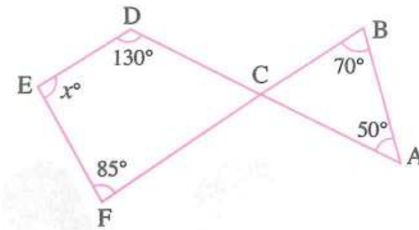
2 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى ....

3 في الشكل المقابل قيمة x تساوى ....

3 أجب عن الأسئلة الآتية:

1 في الشكل التالى:

أوجد بالبرهان: قيمة x

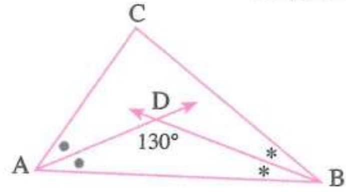


(قنا 2025)

2 في الشكل التالى:

$\overrightarrow{AD}$ ينصف $(\angle A)$ ، $\overrightarrow{BD}$ ينصف $(\angle B)$

أوجد: $m(\angle C)$

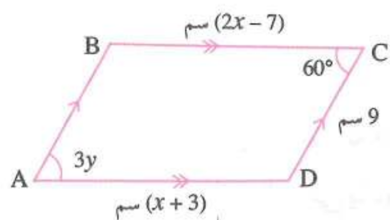


(بنى سويف 2025)

3 في الشكل المقابل: (الزقازيق 2025)

ABCD متوازى أضلاع أوجد قيمة كل من: x ، y

وحيط متوازى الأضلاع ABCD



الأشكال الرباعية (Quadrilaterals) الجزء 2

فيديو الشرح





نواتج التعلم

- يتعرف الطالب على المستطيل وخواصه.
- يتعرف الطالب على المعين وخواصه.
- يتعرف الطالب على المربع وخواصه.
- يحدد الطالب الشروط التى تجعل متوازى الأضلاع (مستطيلًا - معينًا - مربعًا).

مفردات أساسية		
	- المستطيل (Rectangle)	- المعين (Rhombus)
	- المربع (Square)	- شروط (Conditions)

فكر وناقش

- تعاون مع مجموعة من زملائك بالفصل، بحيث يرسم كل واحد منهم شكلًا رباعيًا على ورقة المربعات، فتحصل على مجموعة من الأشكال الرباعية المختلفة.
- فى كل مرة استخدم المنقلة فى قياس كل زاوية من زوايا كل شكل رباعى، وتحقق أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعى يساوى 360° .

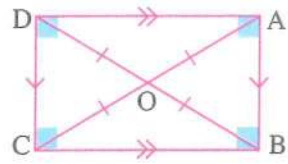


تعلم الحالات الخاصة من متوازى الأضلاع:

أولا المستطيل

- **المستطيل:** هو متوازى أضلاع، إحدى زواياه قائمة.

وبالتالى فإن: للمستطيل جميع خواص متوازى الأضلاع (بالإضافة إلى الخاصيتين الآتيتين):



1 جميع زواياه الداخلية قوائم.

أى أن: $m(\angle A) = m(\angle B) = m(\angle C) = m(\angle D) = 90°$

2 قطراه متساويان فى الطول.

أى أن: $AC = DB$

(وحيث إن القطرين ينصف كلٌّ منهما الآخر) فبالتالى يكون: $AO = CO = DO = BO$

تذكر أن
- محيط المستطيل = $2 \times (L + W)$
- مساحة المستطيل = $L \times W$

(حيث L ، W بعدا المستطيل)

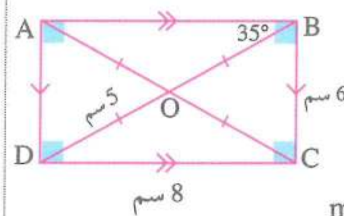
مثال 1 أجب عما يأتى:

1 فى الشكل المقابل: ABCD مستطيل

أوجد: (1) طول $\overline{AC}$

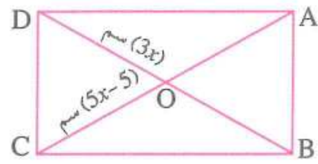
(2) $m(\angle BDC)$

(3) محيط المستطيل ABCD



2 فى الشكل المقابل: ABCD مستطيل

أوجد: قيمة x ، طول $\overline{AC}$



الحل

1 ∵ الشكل ABCD مستطيل

∴ طول $\overline{OA}$ = طول $\overline{OB}$ = طول $\overline{OC}$ = طول $\overline{OD}$ = 5 سم

∴ طول $\overline{AC}$ = 10 سم

∵ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، $\overline{BD}$ قاطع لهما

∴ $m(\angle BDC) = m(\angle ABD)$ بالتبادل

∴ $m(\angle BDC) = 35°$

∵ محيط المستطيل = $2 \times (L + W)$

∴ محيط المستطيل ABCD = $2 \times (8 + 6) =$ 28 سم

2 ∵ الشكل ABCD مستطيل

$\therefore AO = CO = BO = DO$

$\therefore 5x - 5 = 3x$

$\therefore 5x - 3x = 5$

$\therefore 2x = 5$

$\therefore x = \frac{5}{2} = 2.5$

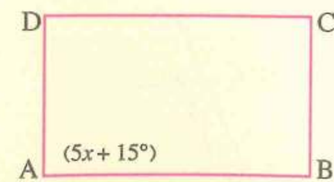
∵ طول $\overline{CO}$ = 7.5 سم (لأن: $5 \times 2.5 - 5 = 7.5$)

∵ طول $\overline{AC}$ = 15 سم (لأن: $7.5 \times 2 = 15$)

سؤال 1

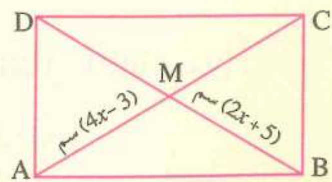
فى كل من الشكلين الآتيين أوجد قيمة x إذا كان ABCD مستطيلًا:

1



(الفيوم 2025)

2

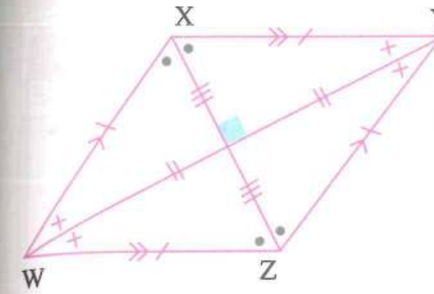


(الشرقية 2025)

ثانيا المعين

• **المعين:** هو متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.

وبالتالى فإن: للمعين جميع خواص متوازى الأضلاع (بالإضافة إلى الخاصيتين الآتيتين):



1 جميع أضلاعه متساوية فى الطول

أى أن: $XY = YZ = ZW = WX$

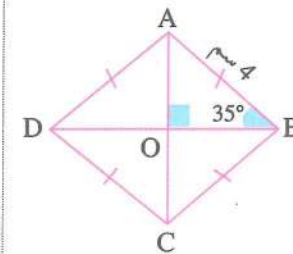
2 القطران متعامدان وينصف كل منهما زاويتى الرأسين الواصل بينهما.

أى أن:
► $\overline{YW} \perp \overline{XZ}$
► $m(\angle ZYW) = m(\angle XYW) = m(\angle ZWY) = m(\angle XWY)$
► $m(\angle YZX) = m(\angle WZX) = m(\angle YXZ) = m(\angle WXZ)$

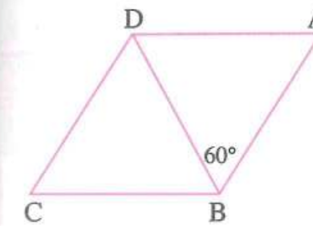
تذكر أن
محيط المعين = طول الضلع × 4
$= 4L$
(حيث L طول ضلع المعين)

مثال 2 أجب عما يأتى:

1 فى الشكل المقابل:
ABCD معين
أوجد: طول $\overline{BC}$ ، $m(\angle BDC)$ ، $m(\angle BAO)$



2 فى الشكل المقابل:
ABCD معين
أوجد $m(\angle A)$



الحل

1 ∵ ABCD معين

∴ طول $\overline{BC}$ = طول $\overline{AB}$ = 4 سم

(لأن: جميع أطوال أضلاعه متساوية فى الطول)

∵ $\overline{AB} // \overline{DC}$ ، $\overline{BD}$ قاطع لهما

$\therefore m(\angle ABD) = m(\angle BDC)$ (بالتبادل)

$\therefore m(\angle BDC) = 35°$

فى المثلث BAO

$\because m(\angle AOB) = 90°$ (القطران متعامدان)

$\therefore m(\angle BAO) = 180° - (90° + 35°) = 55°$

2 ∵ ABCD معين ، $\overline{BD}$ قطر فيه

$\therefore m(\angle ABD) = m(\angle CBD) = 60°$

$\therefore m(\angle ABC) = 60° + 60° = 120°$

∵ $\overline{AD} // \overline{CB}$ ، $\overline{AB}$ قاطع لهما

$\therefore m(\angle A) + m(\angle ABC) = 180°$

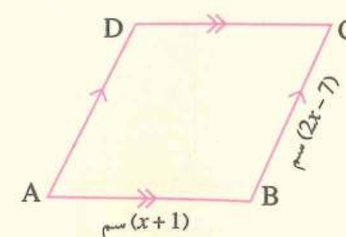
(زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان)

$\therefore m(\angle A) = 180° - 120° = 60°$

سؤال 2

فى الشكل المقابل: ABCD معين (الدقهلية 2025)

أوجد طول $\overline{AD}$



ثالثا المربـــع

• **المربـع:** هو متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة، وفيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.

• وبالتالى فإن: للمربع جميع خواص متوازى الأضلاع ، بالإضافة إلى أن:

1 جميع أضلاعه متساوية فى الطول.

أى أن: $AB = BC = CD = DA$

2 جميع زواياه الداخلة قوائم.

أى أن: $m(\angle A) = m(\angle B) = m(\angle C) = m(\angle D) = 90°$

3 قطريه متساويان فى الطول ومتعامدان وينصفان زواياه الداخلة.

أى أن: • $AC = BD$ ، وبالتالى فإن: $AO = CO = BO = DO$

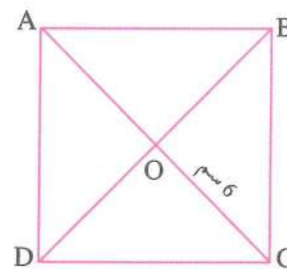
• $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

• كل قطر ينصف زاويتى الرأسين الواصل بينهما إلى زاويتين قياس كل منهما يساوى 45°

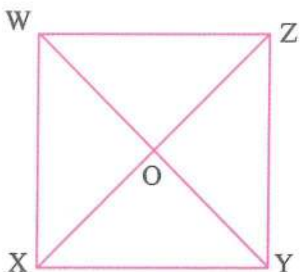
تذكر أن
محيط المربع = $4L$ ، مساحة المربع = L^2
(حيث L طول ضلع المربع)

مثال 3 أجب عما يأتى:

1 فى الشكل المقابل:
ABCD مربع ، فيه:
طول $\overline{OC}$ = 6 سم
أوجد: $m(\angle ABD)$ ،
طول $\overline{BD}$



2 فى الشكل المقابل:
XYZW مربع، فيه:
طول $\overline{XZ}$ = $(x+6)$ سم،
طول $\overline{OY}$ = $(x+1)$ سم،
أوجد قيمة: x



الحل

1 ∵ ABCD مربع، $\overline{BD}$ قطر

∴ $\overrightarrow{BD}$ ينصف $\angle ABC$

$\therefore m(\angle ABD) = \frac{90°}{2} = 45°$

$\because AO = CO = DO = BO$

∴ طول $\overline{BD}$ = 12 سم (لأن: $6 + 6 = 12$ ◄)

2 ∵ فى المربع القطران ينصف كل منهما الآخر.

$\therefore WY = 2OY$

∴ طول $\overline{WY}$ = $(2x+2)$ سم،

∵ فى المربع القطران متساويان فى الطول.

$\therefore WY = XZ$

$\therefore 2x + 2 = x + 6$

$\therefore 2x - x = 6 - 2$

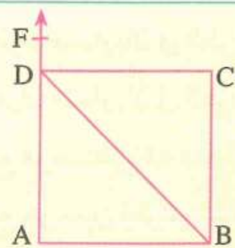
$\therefore x = 4$

سؤال 3

فى الشكل المقابل: ABCD مربع فيه: (المنوفية 2025)

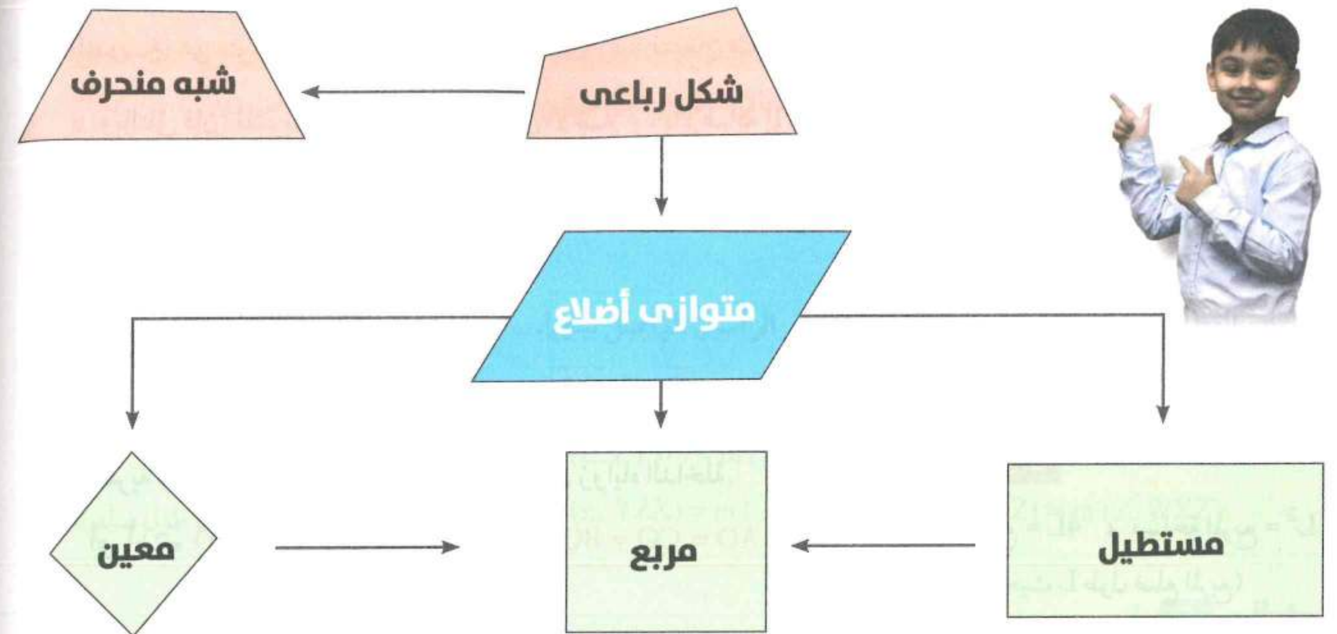
$F \in \overrightarrow{AD}$

أوجد بالبرهان $m(\angle FDB)$



عائلة الأشكال الرباعية :





متى يكون متوازى الأضلاع مستطيلًا أو معينًا أو مربعًا

يكون متوازى الأضلاع

1 مستطيلًا

- إذا كانت إحدى زواياه قائمة.

أو إذا كان قطراه متساويين فى الطول.

2 معينًا

- إذا كان فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.

أو إذا كان القطران متعامدين.

3 مربعًا

- إذا كانت إحدى زواياه قائمة، وكان فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.

أو إذا كانت إحدى زواياه قائمة، وقطراه متعامدين.

أو إذا كان قطراه متساويين فى الطول ومتعامدين.

أو إذا كان فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول، وقطراه متساويان فى الطول.

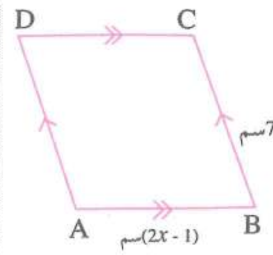
لاحظ أن

- القطران متساويان فى الطول فى المستطيل والمربع.
- القطران متساويان فى الطول ومتعامدان فى المربع.
- المربع هو مستطيل فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.
- المربع هو معين قطراه متساويان فى الطول.
- القطران متعامدان فى المعين والمربع.
- المربع هو مستطيل قطراه متعامدان.
- المربع هو معين إحدى زواياه قائمة.
- المربع هو مستطيل ومعين فى نفس الوقت.

مثال 4 أجب عما يأتى:

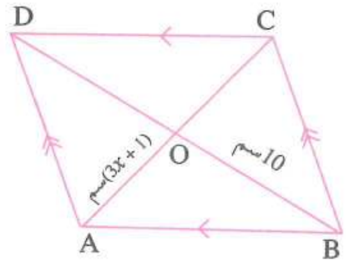
1 فى الشكل المقابل:

أوجد قيمة x التى تجعل متوازى الأضلاع ABCD معينًا



2 فى الشكل المقابل:

أوجد قيمة x التى تجعل متوازى الأضلاع ABCD مستطيلًا



الحل

1 لكى يكون متوازى الأضلاع ABCD معينًا

يجب أن يكون: $AB = BC$

أى أن: $2x - 1 = 7$

$2x = 7 + 1$

$2x = 8 \longrightarrow x = \frac{8}{2} = 4$

2 لكى يكون متوازى الأضلاع ABCD مستطيلًا

يجب أن يكون: $AO = BO$

أى أن: $3x + 1 = 10$

$3x = 9$

$x = 3$

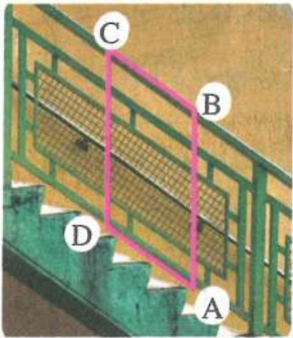
مثال 5 أجب عما يأتى:

فى الشكل المقابل:

ABCD متوازى أضلاع، فيه:

$m(\angle C) = (5x - 35°)$ ، $m(\angle A) = (3x + 5°)$

أوجد: $m(\angle D)$



الحل

$\because$ ABCD متوازى أضلاع:

$\therefore m(\angle C) = m(\angle A)$

$5x - 35° = 3x + 5°$

$5x - 3x = 5° + 35°$

$2x = 40°$

$x = \frac{40°}{2} = 20°$

$m(\angle C) = 5 \times 20° - 35° = 65°$

$\because \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ، $\overleftrightarrow{DC}$ قاطع لهما

$\therefore m(\angle D) + m(\angle C) = 180°$

(زاويتان داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان)

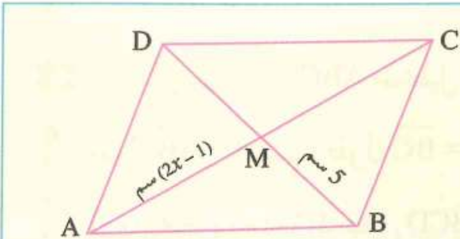
$\therefore m(\angle D) + 65° = 180°$

$\therefore m(\angle D) = 180° - 65° = 115°$

سؤال 4

فى الشكل المقابل:

أوجد قيمة x التى تجعل متوازى الأضلاع ABCD مستطيلًا





◀ أسئلة الكتاب المدرسى ◀ أسئلة موقع الـــوزارة

أولًا المستطيل:

1 أكمل ما يأتى:

1 متوازى الأضلاع الذى إحدى زواياه قائمة يسمى ....

2 متوازى الأضلاع الذى قطراه متساويان فى الطول وغير متعامدين هو ....

3 إذا كان ABCD متوازى أضلاع فيه: $m(\angle A) = m(\angle B)$ ، فإن الشكل ABCD يكون ....

4 إذا كان ABCD مستطيلًا محيطه 20 سم، وكان طول $\overline{AB} = 7$ سم ، فإن طول $\overline{BC} =$ ....

2 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان ABCD مستطيلًا فيه طول $\overline{AC} = 5$سم ، فإن طول $\overline{BD} =$ .... سم.

(أ) 5 (ب) 2.5 (جـ) 10 (د) 20

2 إذا كان ABCD مستطيلًا فإن: $m(\angle A) =$ ....

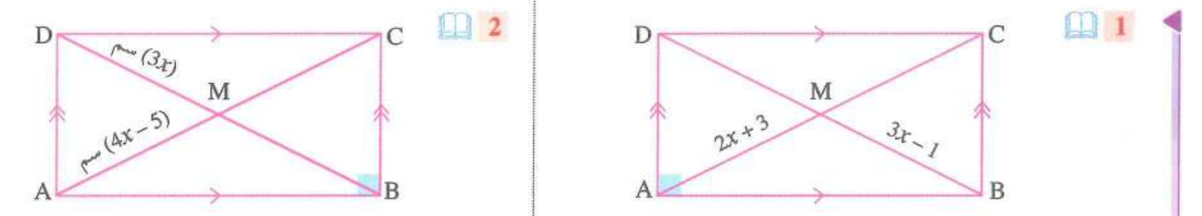
(أ) 60° (ب) 90° (جـ) 100° (د) 180°

3 إذا كان ABCD مستطيلًا فإن نوع المثلث ABC بالنسبة لقياسات زواياه .... (المنوفية 2025)

(أ) حاد الزوايا (ب) منفرج الزاوية (جـ) قائم الزاوية (د) متطابق الزوايا

3 فى كل من الأشكال الآتية أوجد بالبرهان قيمة x :

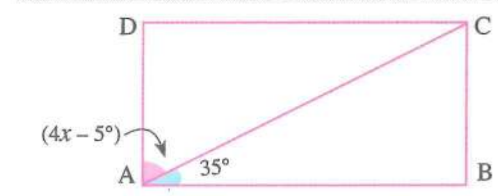
1 📖 2 📖 (بورسعيد 2025)



4 فى الشكل المقابل: (الدقهلية 2025)

أوجد قيمة x

حيث ABCD مستطيل



5 فى الشكل المقابل: (قنا 2025)

أوجد قيمة x

التى تجعل ABCD مستطيلًا



6 فى الشكل المقابل: ABCD مستطيل فيه: (سوهاج 2025)

طول $\overline{AB} = 8$ سم ، طول $\overline{BC} = 4$ سم

أوجد محيط ومساحة المستطيل ABCD



ثانيًا المعين:

7 أكمل ما يأتى:

1 متوازى الأضلاع الذى قطراه متعامدان يسمى ....

2 متوازى الأضلاع الذى فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول يسمى ....

3 قطرا المعين .... زاويتى الرأسين الواصل بينهما.

4 المعين الذى محيطه 28 سم يكون طول ضلعه يساوى .... سم.

8 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا تساوى طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع كان الشكل .... (الأزهر 2025)

(أ) شبه منحرف (ب) مستطيلًا (جـ) معينًا (د) مربعًا

2 إذا كان ABCD متوازى أضلاع فيه: $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ، فإن الشكل ABCD يكون .... (الإسماعيلية 2025)

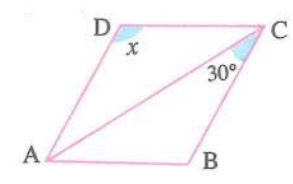
(أ) شبه منحرف (ب) معينًا (جـ) مستطيلًا (د) مربعًا

3 فى الشكل المقابل: (القاهرة 2025)

إذا كان: ABCD معينًا ، فإن قيمة $x =$ ....

(أ) 30° (ب) 60°

(جـ) 120° (د) 150°

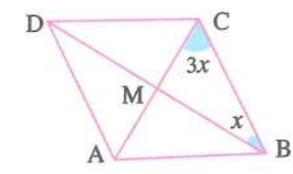


4 فى الشكل المقابل: (المنوفية 2025)

ABCD معين، فإن قيمة x هى ....

(أ) 30° (ب) 45°

(جـ) $22^\circ\ 30'$ (د) 60°

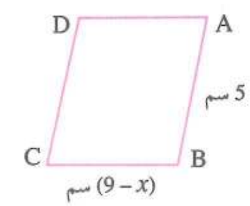


5 📖 من الشكل المقابل: ABCD متوازى أضلاع،

فإن قيمة x التى تجعل الشكل معينًا = ... سم.

(أ) 5 (ب) 6

(جـ) 14 (د) 4

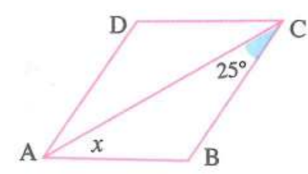


6 🏛 📖 فى الشكل المقابل:

ABCD معين، فما قيمة x ؟

(أ) 25° (ب) 50°

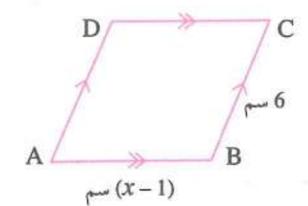
(جـ) 100° (د) 130°



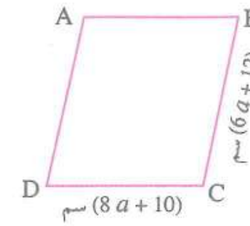
9 📖 فى الشكل المقابل: (الشرقية 2025)

أوجد قيمة x

التى تجعل متوازى الأضلاع ABCD معينًا



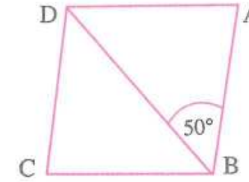
10 فى الشكل المقابل: (الدقهلية 2025)



ABCD متوازى أضلاع ،

أوجد قيمة a التى تجعله معينًا، ثم أوجد محيط المعين.

11 فى الشكل المقابل: (بنى سويف 2025)



ABCD معين ، $\overline{BD}$ قطر فيه ، $m(\angle DBA) = 50^\circ$

أوجد بالبرهان $m(\angle C)$

ثالثًا المربع:

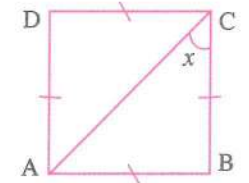
12 أكمل ما يأتى:

1 متوازى الأضلاع الذى إحدى زواياه قائمة وفيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول يسمى ....

2 المستطيل الذى قطراه متعامدان يكون ....

3 متوازيات الأضلاع التى بها الأقطار متعامدة هى: .... و ....

4 محيط المربع الذى طول ضلعه L وحدة طول يساوى ....



5 من الشكل المقابل: إذا كان ABCD مربعًا، فإن قيمة $x =$ .... (الجيزة 2025)

13 اختر الإجابة الصحيحة:

1 المعين الذى قطراه متساويان فى الطول يكون ....

(ا) شبه منحرف (ب) مربعًا (جـ) مستطيلًا (د) متوازى أضلاع

2 أى من المجموعات التالية عناصرها أشكال رباعية جميع أضلاعها متساوية فى الطول؟

(ا) {المربع ، المستطيل} (ب) {شبه المنحرف ، المعين}

(جـ) {المربع ، المعين} (د) {المستطيل ، المعين}

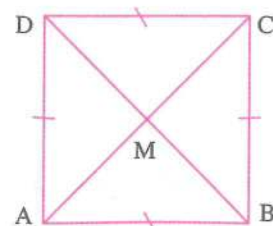
3 متوازى الأضلاع الذى فيه القطران متعامدان وغير متساويين فى الطول يكون .... (قنا 2025)

(ا) معينًا (ب) مستطيلًا (جـ) مربعًا (د) شبه منحرف

4 إذا كان: ABCD متوازى أضلاع فيه: $AC = BD$ ، $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ فإن الشكل ABCD يكون ....

(ا) شبه منحرف (ب) معينًا (جـ) مستطيلًا (د) مربعًا

14 فى الشكل المقابل: (الشرقية 2025)

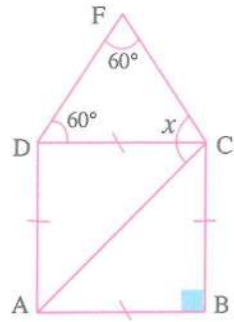


ABCD مربع فيه:

$BD = 5a - 4$ ، $MC = 2a - 1$

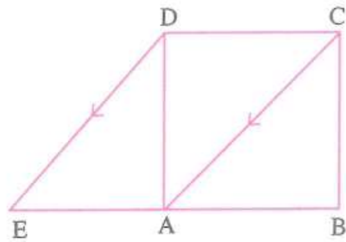
أوجد قيمة a ، ثم أوجد طول $\overline{AC}$

15 فى الشكل المقابل: (الأزهر 2025)



أوجد بالبرهان قيمة x

16 فى الشكل المقابل: ABCD مربع فيه:

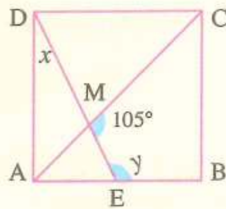


$E \in \overrightarrow{BA}$ ، $\overline{AC} // \overline{ED}$

أثبت أن: $AE = AB$

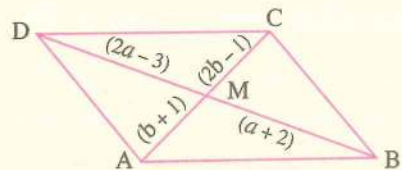
تفكير إبداعى TIMSS

17 فى الشكل المقابل: ABCD مربع



أوجد قيمتى: x ، y

18 فى الشكل المقابل: ABCD متوازى أضلاع

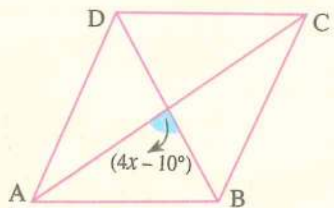


أوجد طول كلٍّ من:

1 $\overline{MB}$ 2 $\overline{BD}$

3 $\overline{MA}$ 4 $\overline{MC}$

19 فى الشكل المقابل: (الجيزة 2025)



أوجد قيمة x التى تجعل متوازى الأضلاع ABCD معينًا.

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان ABCD مستطيلًا فيه طول $\overline{AC}$ هو 10 سم، فإن طول $\overline{BD}$ يساوى .... سم

(أ) 5 (ب) 2.5 (جـ) 10 (د) 15

2 المعين الذى قطراه متساويان فى الطول يكون .... (أسيوط 2025)

(أ) مربعًا (ب) مستطيلًا (جـ) شبه منحرف (د) متوازى أضلاع

3 إذا كان ABCD معينًا فيه $m(\angle A) = \frac{1}{2} m(\angle B)$ فإن: $m(\angle B) =$ ....

(أ) 180° (ب) 90° (جـ) 120° (د) 60°

4 إذا كان ABCD مربعًا ، فإن $m(\angle CAB) =$ ....

(أ) 30° (ب) 45° (جـ) 60° (د) 90°

5 المربع الذى طول محيطه 24 سم يكون طول ضلعه = ... سم. (البحيرة 2025)

(أ) 6 (ب) 8 (جـ) 4 (د) 12

6 إذا كانت النسبة بين زاويتين متتاليتين فى المعين هى 3 : 2 فإن قياس الزاوية الكبرى = ... (القليوبية 2025)

(أ) 60° (ب) 72° (جـ) 108° (د) 120°

2 أكمل ما يأتى:

1 متوازى الأضلاع الذى إحدى زواياه قائمة يسمى ....

2 شبه المنحرف هو شكل رباعى فيه ضلعان فقط ....

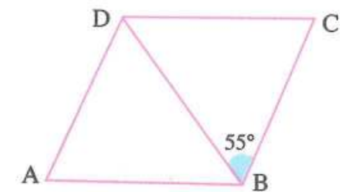
3 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمستطيل يساوى ....

3 أجب عن الأسئلة الآتية:

1 فى الشكل التالى:

ABCD معين، $m(\angle DBC) = 55^\circ$

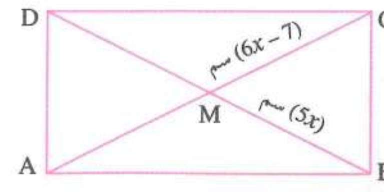
أوجد بالبرهان: $m(\angle A)$



2 فى الشكل التالى: (المنيا 2025)

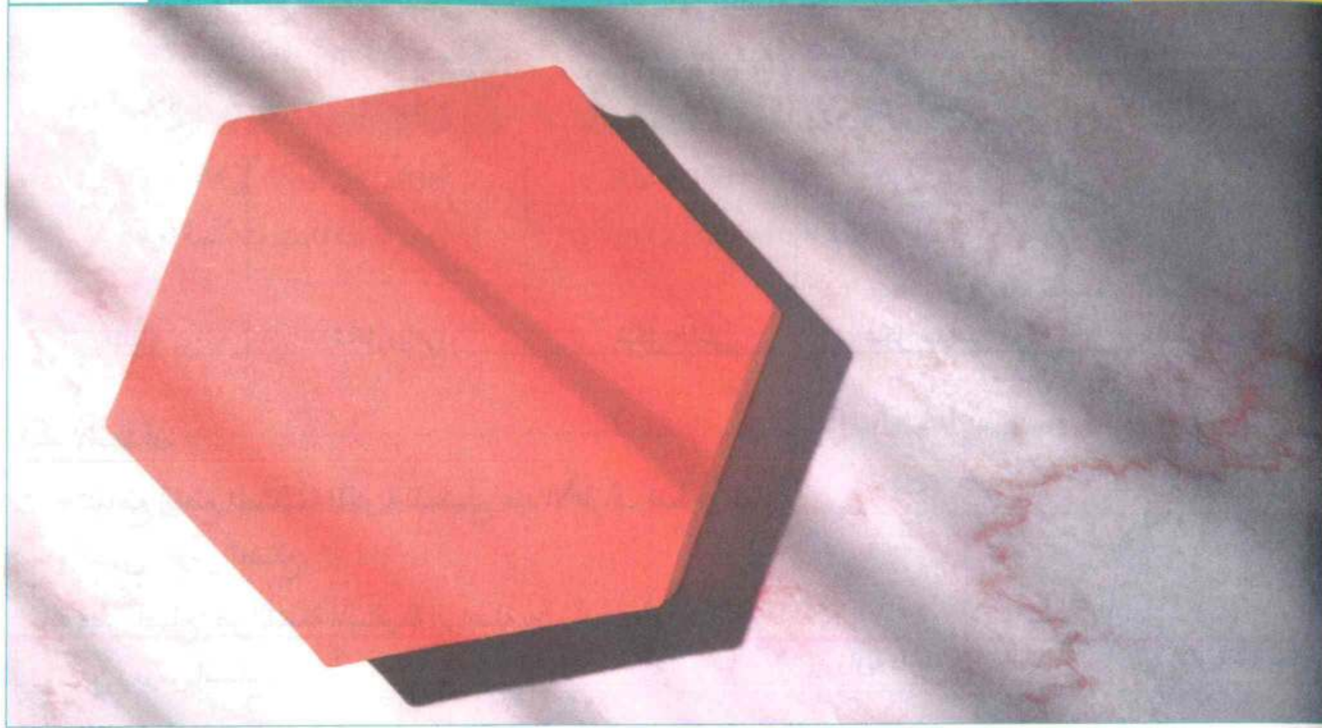
ABCD مستطيل

أوجد بالبرهان قيمة x ، واحسب طول $\overline{AC}$



المضلعـــات (Polygons)


فيديو الشرح



نواتج التعلم

- أن يعرف الطالب مفهوم المضلع.
- أن يميز الطالب بين المضلع المحدب والمضلع المقعر.
- أن يستنتج الطالب مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع.
- أن يعرف الطالب المضلع المنتظم.
- أن يعرف الطالب مفهوم محور التماثل.
- أن يحدد الطالب محاور التماثل فى المضلعات.

مفردات أساسية

- مضلع (Polygon) – منتظم (Regular) – غير منتظم (Irregular)
- محدب (Convex) – مقعر (Concave)

فكر وناقش

توجد المضلعات فى الكثير من الصور فى حياتنا

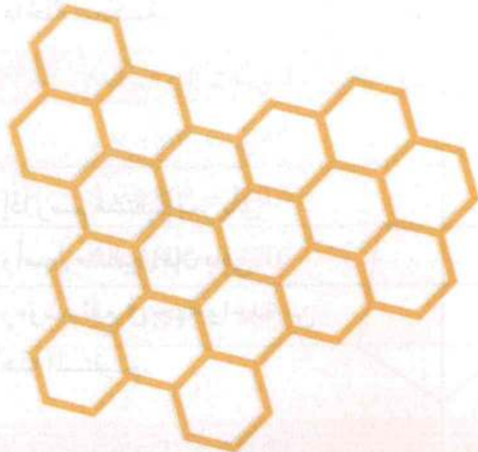
مثل خلية النحل وواجهات بعض المنازل . . .

1 فى الشكل المقابل ما نوع المضلع المستخدم فى الرسم؟

2 احسب مجموع قياسات الزوايا الداخلة لهذا المضلع.

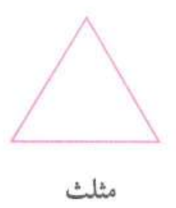
يمكنك إيجاد المجموع من خلال:

- تقسيم الشكل من أحد رءوسه إلى مثلثات.
- تقسيم الشكل إلى جزأين، كل منهما شكل رباعى.



تعلم 1 المضلع:

• **المضلع: هو شكل مستوٍ مغلق يتكون من اتحاد ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر،**
وهذه القطع المستقيمة تسمى **أضلاع المضلع**، ويسمى المضلع بحسب عدد أضلاعه:

3 أضلاع

مثلث

4 أضلاع

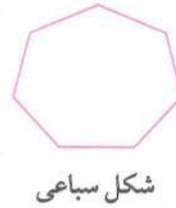
شكل رباعى

5 أضلاع

شكل خماسى

6 أضلاع

شكل سداسى

7 أضلاع

شكل سباعى

لاحظ أن

• تتقاطع القطع المستقيمة المكونة للمضلع عند الأطراف فقط فى نقط تُسمى رءوس المضلع.
• قطر المضلع: هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتاليين من رءوس المضلع.
• الزاوية المحصورة بين ضلعين متجاورين فى المضلع تسمى زاوية داخلة.
• الزاوية المحصورة بين أحد أضلاع المضلع وامتداد الضلع المجاور له تسمى زاوية خارجة.
• عدد أضلاع أى مضلع = عدد رءوسه = عدد زواياه.

• **الأشكال التالية لا تمثل مضلعات:** (لأنه غير مغلق) (لأنه به خط منحنٍ) (لأن الأضلاع قطعت نفسها)

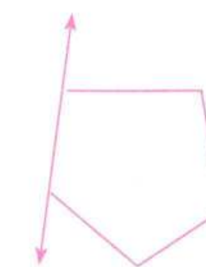
• المضلع المحدب والمضلع المقعر:

المضلع المحدب

• لا يحتوى على أى زاوية داخلة منعكسة.



• إذا رسم مستقيم يمر بأى رأسين متتاليين فإن باقى رءوسه تقع فى جهة واحدة من هذا المستقيم.

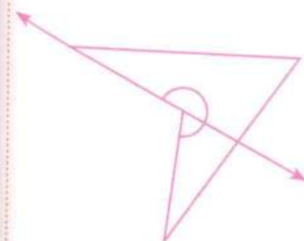


المضلع المقعر

• يحتوى على زاوية واحدة منعكسة على الأقل من زواياه الداخلة.



• توجد بعض المستقيمات التى تمر برأسين متتاليين، وتكون باقى رءوسه واقعة فى جهتين مختلفتين من هذه المستقيمات.



مثال 1

ABCD شكل رباعى فيه: $m(\angle A) = 3x$ ، $m(\angle B) = 5x$ ، $m(\angle C) = 6x$ ، $m(\angle D) = 16x$
أوجد قيمة x ، ثم بين نوع الشكل من حيث كونه محدبًا أم مقعرًا:

الحل

∵ ABCD شكل رباعى:

$\therefore m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) + m(\angle D) = 360°$

$\therefore 3x + 5x + 6x + 16x = 360°$

$\therefore 30x = 360° \Rightarrow \therefore x = \frac{360°}{30} = 12°$

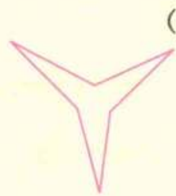
$\therefore m(\angle D) = 16 \times 12° = 192°$ (زاوية منعكسة)

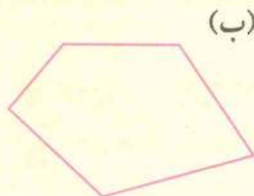
∴ المضلع ABCD مضلع مقعر

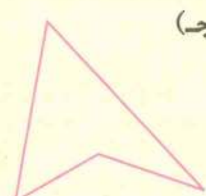
لاحظ أن
لتحديد نوع الشكل (محدب أو مقعر) نعوض عن قيمة x لإيجاد قيمة أكبر زاوية، ومعرفة إذا كانت منعكسة أم لا.

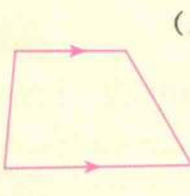
سؤال 1

أكمل بكتابة نوع كل مضلع من المضلعات الآتية (محدب / مقعر):

1 (أ)

....

(ب)

....

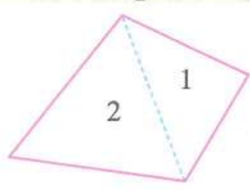
(جـ)

....

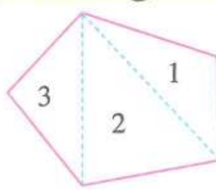
(د)

....

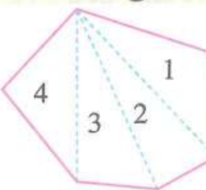
2 ABCD شكل رباعى فيه: $m(\angle A) = 7x$ ، $m(\angle B) = 9x$ ، $m(\angle C) = 8x$ ، $m(\angle D) = 12x$
أوجد قيمة x ، ثم بين نوع الشكل من حيث كونه محدبًا أم مقعرًا.

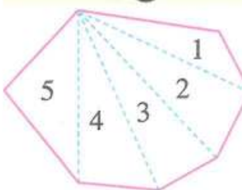
تعلم 2 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع:

• **يمكننا إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع المحدب،**
من خلال رسم كل الأقطار الممكنة للمضلع من أحد الرءوس فينقسم المضلع إلى مجموعة من المثلثات كما بالأشكال التالية:

مضلع رباعى


مضلع خماسى


مضلع سداسى


مضلع سباعى


المضلع	عدد الأضلاع	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا الداخلة
رباعى	4	2	$2 \times 180° = 360°$
خماسى	5	3	$3 \times 180° = 540°$
سداسى	6	4	$4 \times 180° = 720°$
سباعى	7	5	$5 \times 180° = 900°$
⋮	⋮	⋮	⋮
له n من الأضلاع	n	$(n - 2)$	$(n - 2) \times 180°$

نقاط هامة

- مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأى مضلع محدب عدد أضلاعه n يساوى ◀ $(n-2) \times 180°$
- عدد الأقطار لأى مضلع محدب عدد أضلاعه n يساوى ◀ $\frac{n(n-3)}{2}$
- مجموع قياسى الزاويتين الداخلة والخارجة عند أى رأس من رءوس المضلع المحدب يساوى $180°$ لأنهما تكونان زاوية مستقيمة.

مثال 2 أكمل ما يأتى:

1 مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه 9 أضلاع هو ....

2 مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه 11 ضلعًا هو ....

3 عدد أقطار الشكل الخماسى يساوى ....

4 من أحد رءوس المضلع السداسى يمكن رسم عدد .... من الأقطار.

5 عدد أقطار الشكل الرباعى يساوى ....   6 عدد أقطار المثلث يساوى ....

لاحظ أن

فى الشكل الخماسى

عدد أضلاعه = عدد أقطاره

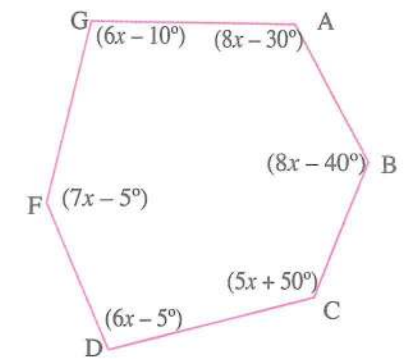
الحل

1 $1,260°$ لأن: $(9-2) \times 180° = 1,260°$ ◀   2 $1,620°$ لأن: $(11-2) \times 180° = 1,620°$ ◀

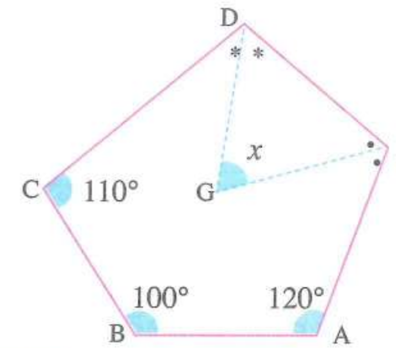
3 5   4 3   5 2   6 0 (Zero)

مثال 3 أوجد قيمة x فى كل مما يأتى:

1



2



(الدقهلية 2025)

الحل

1 ∵ ABCDFG شكل سداسى:

$\therefore m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) + m(\angle D) + m(\angle F) + m(\angle G) = (6-2) \times 180° = 720°$

$\therefore 8x - 30° + 8x - 40° + 5x + 50° + 6x - 5° + 7x - 5° + 6x - 10° = 720°$

$\therefore 40x - 40° = 720° \Rightarrow \therefore 40x = 760° \Rightarrow \therefore x = \frac{760°}{40} \Rightarrow \therefore x = 19°$

2 ∵ ABCDF شكل خماسى:

$\therefore m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) + m(\angle D) + m(\angle F) = (5-2) \times 180° = 540°$

$\therefore 120° + 100° + 110° + m(\angle D) + m(\angle F) = 540°$

$\therefore m(\angle D) + m(\angle F) = 540° - 330° = 210°$

$\because m(\angle GDC) = m(\angle GDF) \Rightarrow m(\angle GDF) = \frac{1}{2} m(\angle D)$

$\because m(\angle GFD) = m(\angle GFA) \Rightarrow m(\angle GFD) = \frac{1}{2} m(\angle F)$

$\therefore m(\angle GDF) + m(\angle GFD) = \frac{1}{2}[m(\angle D) + m(\angle F)] = \frac{1}{2} \times 210° = 105°$

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = $180°$

$\therefore m(\angle G) + 105° = 180° \Rightarrow \therefore m(\angle G) = 180° - 105° = 75° \quad \therefore x = 75°$

تعلم 3 المضلع المنتظم:

المضلع المنتظم: هو مضلع تتحقق فيه الخاصيتان الآتيتان:

1 جميع أضلاعه متساوية فى الطول.   2 جميع زواياه الداخلة متساوية فى القياس.

- **أمثلة للمضلع المنتظم:**

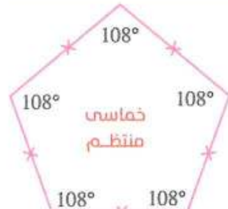
ثلاثى منتظم



رباعى منتظم



خماسى منتظم



سداسى منتظم



لاحظ أن

- المضلع المنتظم هو مضلع محدب دائمًا.
- قياس كل زاوية داخلة من زوايا المضلع المنتظم = $\frac{\text{مجموع قياسات زواياه الداخلة}}{\text{عدد هذه الزوايا}} = \frac{(n-2) \times 180°}{n}$ حيث n عدد الأضلاع.

فمثلًا قياس زاوية واحدة من الزوايا الداخلة للمثلث المتساوى الأضلاع يساوى $60°$ (لأن: $\frac{180°}{3} = 60°$ ◀)

أو قياس زاوية واحدة من الزوايا الداخلة للمربع يساوى $90°$ (لأن: $\frac{360°}{4} = 90°$ ◀)

مثال 4 أجب عما يأتى:

1 فى الشكل المقابل:

ABCDEI سداسى منتظم،

HGFDE خماسى منتظم

أوجد بالبرهان $m(\angle FDC)$

2 فى الشكل المقابل:

ABCDFG سداسى منتظم،

حيث $F \in \overline{DI}$

أوجد بالبرهان $m(\angle H)$

الحل

1 ∵ ABCDEI سداسى منتظم

$\therefore m(\angle CDE) = \frac{(6-2) \times 180°}{6} = \frac{720°}{6} = 120°$

، ∵ HGFDE خماسى منتظم

$\therefore m(\angle EDF) = \frac{(5-2) \times 180°}{5} = \frac{540°}{5} = 108°$

∵ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة = $360°$

$\therefore m(\angle FDC) = 360° - [m(\angle CDE) + m(\angle EDF)]$

$\therefore m(\angle FDC) = 360° - [120° + 108°] = 132°$

2 ∵ ABCDFG سداسى منتظم

$\therefore m(\angle DFG) = \frac{720°}{6} = 120°$

$\because F \in \overline{DI}$

$\because m(\angle GFI) = 180° - 120° = 60°$

∵ $\overrightarrow{FH}$ ينصف $(\angle GFI)$

$\therefore m(\angle HFI) = m(\angle GFH) = = \frac{60°}{2} = 30°$

فى المثلث HIF القائم الزاوية فى I

$\therefore m(\angle H) = 90° - 30° = 60°$

سؤال 2

فى كل مما يأتى، احسب قياس الزاوية الداخلة لمضلع منتظم عدد أضلاعه:

1 8 أضلاع: ....   2 10 أضلاع: ....

تعلم 4 محاور التماثل فى المضلعات:

محور التماثل: هو مستقيم يقسم الشكل إلى جزأين متماثلين، وعند طى الشكل حول محور التماثل ينطبق الجزآن تمامًا.

- وقد يكون للشكل محور تماثل واحد أو أكثر، أو لا يوجد له محاور تماثل.

محور تماثل المضلع المنتظم: هو مستقيم يمر بمركز المضلع ويقسمه إلى مضلعين متماثلين.

لاحظ أن

- عدد محاور التماثل للمضلع المنتظم يساوى عدد أضلاع المضلع.
- المضلعات غير المنتظمة بعضها له محاور تماثل وبعضها لا يوجد له محور تماثل.

- فيما يلى بعض محاور التماثل لبعض المضلعات:

اسم الشكل	الشكل	عدد محاور التماثل
مثلث متساوى الأضلاع (ثلاثى منتظم)		3
مربع (رباعى منتظم)		4
سداسى (منتظم)		6
المستطيل		2
متوازى الأضلاع		لا يوجد
شبه منحرف متساوى الساقين		1

اسم الشكل	الشكل	عدد محاور التماثل
المعين		2
خماسى (منتظم)		5
سباعى (منتظم)		7
مثلث متساوى الساقين		1
مثلث مختلف الأضلاع		لا يوجد
شبه منحرف		لا يوجد

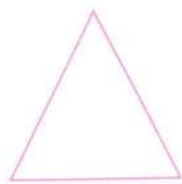
س؟ سؤال 3 فى كل مما يلى اذكر عدد محاور التماثل:

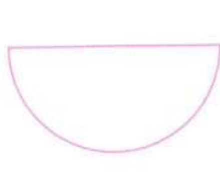
1 المضلع الثمانى المنتظم. 2 المضلع المنتظم الذى له 12 ضلعًا.



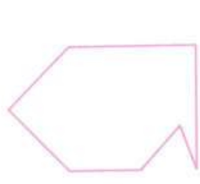
أسئلة الكتاب المدرسى | أسئلة موقع الـــوزارة

1 حدد أى الأشكال الآتية مضلع وأيها ليس مضلعًا:

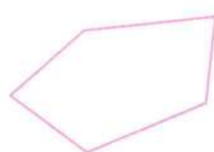
1  ....

2  ....

3  ....

4  ....

2 لاحظ الرسوم التالية، ثم اكتب (مضلع محدب أو مضلع مقعر) تبعًا للشكل المعطى:

1  ....

2  ....

3  ....

4  ....

3 أكمل ما يأتى:

1 شكل مغلق ثنائى الأبعاد يتكون من 3 قطع مستقيمة لا تتقاطع إلا فى الرءوس هو ....

2 المضلع الذى يحتوى على الأقل على زاوية منعكسة هو مضلع ....

3 المضلع الذى لا يحتوى على أى زوايا منعكسة هو مضلع ....

4 القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتاليين من رءوس المضلع تسمى ....

5 المضلع الذى جميع أضلاعه متساوية فى الطول وجميع زواياه متساوية القياس يسمى ....

6 المستقيم الذى يقسم الشكل إلى جزأين متماثلين بالطى حوله يسمى ....

7 قياس كل زاوية داخلة من زوايا المضلع المنتظم = $\frac{\text{.............}}{\text{عدد هذه الزوايا}}$

8 قياس الزاوية الداخلة للمضلع السداسى المنتظم = ...

9 قياس كل زاوية من الزوايا الداخلة للمثلث المنتظم = ...

10 عدد محاور تماثل المربع هو ....

11 عدد محاور تماثل متوازى الأضلاع هو ....

12 عدد محاور تماثل شبه المنحرف المتساوى الساقين هو ....

13 عدد محاور التماثل للمضلع السداسى المنتظم = ...



4 اختر الإجابة الصحيحة:

1 ليكون المضلع مقعرًا يجب أن يكون به زاوية واحدة على الأقل .... (القليوبية 2025)

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) منعكسة

2 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع السُّداسى = ... (الجيزة 2025)

(أ) $180°$ (ب) $360°$ (جـ) $720°$ (د) $1,080°$

3 عدد محاور التماثل للمضلع السُّباعى المنتظم = ... (الدقهلية 2025)

(أ) 4 (ب) 5 (جـ) 6 (د) 7

4 عدد محاور التماثل لمضلع منتظم عدد أضلاعه 9 أضلاع يساوى .... محاور.

(أ) 8 (ب) 9 (جـ) 10 (د) 11

5 عدد الزوايا المنعكسة الداخلة للمضلع المحدب يساوى ....

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 0

6 قياس الزاوية الداخلة للمضلع الخماسى المنتظم = ... (القليوبية 2025)

(أ) $180°$ (ب) $108°$ (جـ) $540°$ (د) $60°$

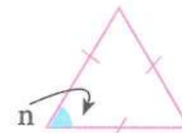
7 قياس إحدى الزوايا الداخلة للمضلع المنتظم الذى عدد أضلاعه 10 أضلاع = ... (الجيزة 2025)

(أ) $108°$ (ب) $120°$ (جـ) $135°$ (د) $144°$

8 عدد محاور التماثل للمضلع المنتظم .... عدد أضلاع ذلك المضلع. (الجيزة 2025)

(أ) $<$ (ب) $>$ (جـ) $=$ (د) $\neq$

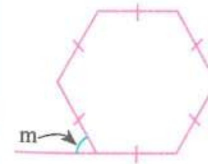
9 قيمة n فى الشكل المقابل تساوى ....



(أ) $120°$ (ب) $80°$

(جـ) $180°$ (د) $60°$

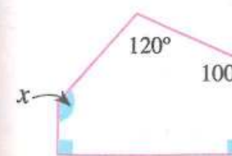
10 فى الشكل المقابل قيمة m تساوى ....



(أ) $120°$ (ب) $140°$

(جـ) $60°$ (د) $80°$

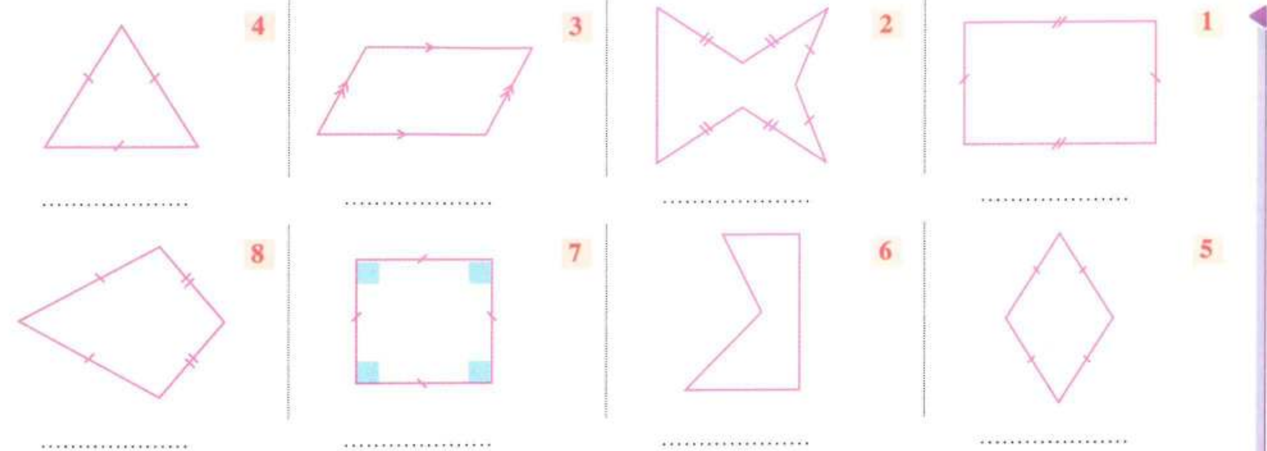
11 فى الشكل المقابل قيمة x تساوى .... (الفيوم 2025)



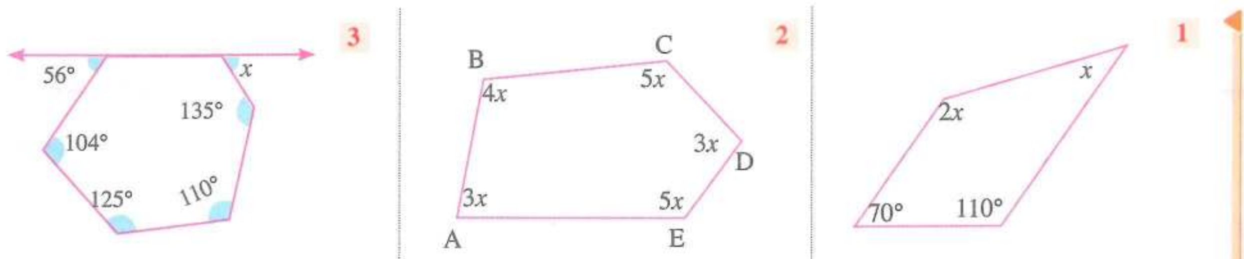
(أ) $120°$ (ب) $140°$

(جـ) $150°$ (د) $135°$

5 لاحظ الأشكال الآتية، ثم اكتب عدد محاور التماثل لكل منها:



6 فى كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة x:



7 أجب عما يأتى:

1 مضلع خماسى منتظم طول ضلعه 8 سم. **أوجد:** (الدقهلية 2025)

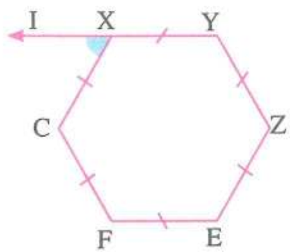
(أ) قياس زاويته الداخلة (ب) محيطه (جـ) عدد محاور تماثله

2 هل كل المضلعات غير المنتظمة لا يوجد لها محاور تماثل؟ مع التوضيح بالأمثلة والرسم.

3 **احسب** قياس زاوية واحدة من الزوايا الداخلة لمضلع منتظم عدد أضلاعه:

(أ) 8 أضلاع (ب) 10 أضلاع

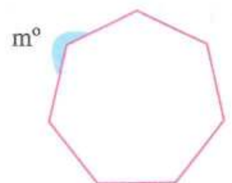
8 فى الشكل المقابل:



إذا كان المضلع XYZEFC مضلعًا منتظمًا ، $I \in \overrightarrow{YX}$

فأوجد $m(\angle IXC)$ **، واذكر عدد محاور تماثل المضلع.**

9 الشكل المقابل:



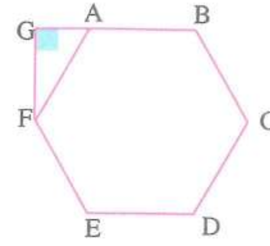
يعبر عن مضلع منتظم

أوجد قيمة m ، ثم اذكر عدد محاور تماثل المضلع.

10 في الشكل المقابل:

المضلع ABCDEF مضلع منتظم

أوجد بالبرهان $m(\angle GFA)$

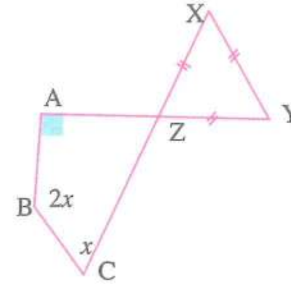


11 في الشكل المقابل:

إذا كان XYZ مضلعًا منتظمًا، المضلع ABCZ مضلعًا رباعيًا،

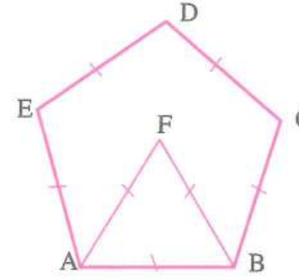
$m(\angle ZCB) = x$ ، $\overline{CX} \cap \overline{AY} = \{Z\}$ ، $m(\angle B) = 2x$

فأوجد قيمة x



12 في الشكل المقابل: (المنوفية 2025)

أوجد $m(\angle FBC)$ **بالبرهان.**

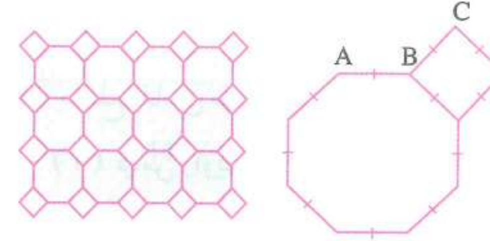


13 زخرفـــة:

أحيانًا تُستخدم المضلعات المنتظمة كوحدات الزخرفة

مثل المضلع الثماني المنتظم، والمربع في الشكل.

فما قياس $(\angle ABC)$ ؟

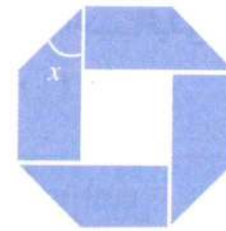


14 تصميم هندسي:

استخدم أحد المصممين شبه منحرف قائم الزاوية

لتصميم شعار لإحدى الشركات فتنتج مضلع منتظم كما بالشكل.

فما قيمة x **في الشكل؟**

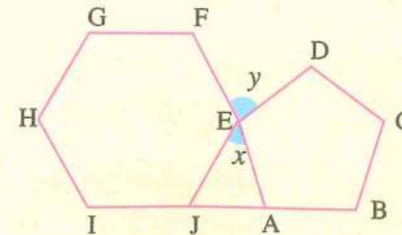


تفكير إبداعي TIMSS

15 في الشكل المقابل:

ABCDE خماسي منتظم ، EFGHIJ سداسي منتظم ، $A \in \overline{IB}$ ،

أوجد قيمة كل من: x ، y



1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 عدد محاور تماثل متوازي الأضلاع يساوي .... (الجيزة 2025)

(أ) 4 (ب) 3 (جـ) 2 (د) 0

2 عدد أقطار المضلع الخماسي هو .... (المنيا 2025)

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 8

3 عدد المثلثات الناتجة من رسم كل الأقطار الممكنة من أحد رءوس المضلع السباعي هو .... (بورسعيد 2025)

(أ) 8 (ب) 7 (جـ) 5 (د) 4

4 عدد أضلاع أي مضلع .... عدد رءوس ذلك المضلع. (بورسعيد 2025)

(أ) أكبر من (ب) أقل من (جـ) يساوي (د) جميع ما سبق

5 مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع ثماني منتظم هو .... (القاهرة 2025)

(أ) 360° (ب) 180° (جـ) 540° (د) 1,080°

6 قياس الزاوية الخارجة عند أحد رءوس مضلع خماسي منتظم تساوي .... (الغربية 2025)

(أ) 60° (ب) 90° (جـ) 72° (د) 108°

2 أكمل ما يأتي:

1 نوع المضلع الذي قياس إحدى زواياه الداخلة 195° يسمى مضلعًا ....

2 قياس الزاوية الخارجة لأي مثلث يساوي مجموع .... (المنوفية 2025)

3 الشكل الرباعي الذي فيه ضلعان فقط متوازيان يسمى .... (بني سويف 2025)

3 أجب عما يأتي:

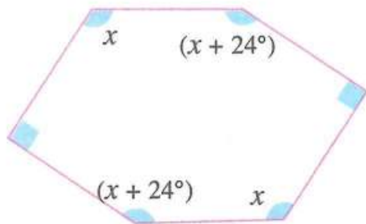
1 مضلع سداسي منتظم محيطه 48 سم ، أوجد ما يأتي: (الدقهلية 2025)

(أ) قياس إحدى زواياه الداخلة. (ب) طول ضلعه.

(جـ) عدد محاور تماثله. (د) عدد أقطاره.

2 في الشكل المقابل:

أوجد قيمة x **بالبرهان.**



الإحداثيــات
(Coordinates)

فيديو الشرح





نواتج التعلم

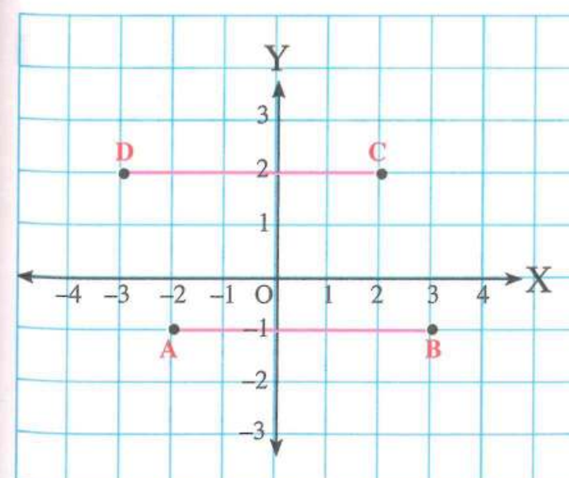
- يمثل الطالب إحداثيات نقطة فى المستوى الإحداثى.
- يحدد الطالب الربع الذى تقع فيه نقطة فى المستوى الإحداثى.
- يعين الطالب مسقط نقطة على محورى الإحداثيات.
- يعين الطالب مسقط قطعة مستقيمة على محورى الإحداثيات.
- يوجد الطالب إحداثيى نقطة منتصف قطعة مستقيمة.

مفردات أساسية

– محور X (X-axis)	– محور Y (Y-axis)
– الإحداثى X (X-Coordinate)	– الإحداثى Y (Y-Coordinate)
– نقطة الأصل (The Origin)	– الرُّبع الأول (1st Quadrant)
– الرُّبع الثانى (2nd Quadrant)	– الرُّبع الثالث (3rd Quadrant)
– الرُّبع الرابع (4th Quadrant)	– منتصف قطعة مستقيمة (MidPoint of a line segment)

فكر وناقش

بالاستعانة بالشكل المقابل، أكمل الآتى:



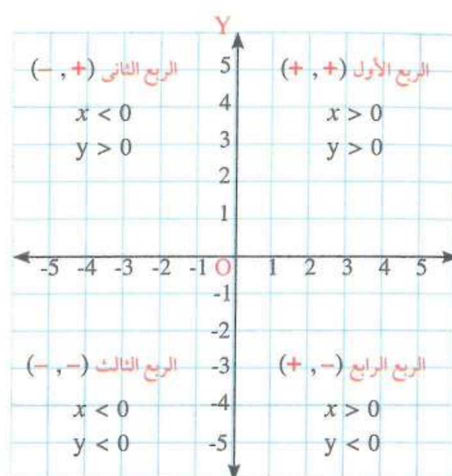
1. إحداثيا النقطة A هما (.......... , ...)
2. إحداثيا النقطة B هما (.......... , ...)
3. إحداثيا النقطة .... هما (-3 , 2)
4. إحداثيا النقطة .... هما (2 , 2)
5. إحداثيا النقطة O هما (.......... , ...)

وهى تسمى نقطة الأصل.

- فى هذا الدرس سوف نتعلم كيفية تمثيل النقط فى مستوى الإحداثيات، وإيجاد نقطة منتصف قطعة مستقيمة، والذى سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

تعلم 1 المستوى الإحداثى:

- **المستوى الإحداثى:** هو مستوى ثنائى الأبعاد يتكون من تقاطع خط أعداد أفقى (محور X) وخط أعداد رأسى (المحور Y).
- **نقطة الأصل** O (0 , 0) : هى نقطة تقاطع المحور X والمحور Y
- والزوج المرتب (x , y) : يحدد موضع النقطة فى المستوى الإحداثى.
- يقسم المحوران X ، Y المستوى الإحداثى إلى 4 أجزاء (4 أرباع) ويمكن تحديد الربع الذى يوجد فيه الزوج المرتب تبعًا لإشارة الإحداثيات x ، y كما بالرسم المقابل:



لاحظ أن

- إذا كانت النقطة تقع على محور X ، فإن إحداثيى y لها يساوى 0 وتكون على الصورة $(x , 0)$ مثل: (3 , 0) أو (–2 , 0)
- إذا كانت النقطة تقع على محور Y، فإن إحداثيى x لها يساوى 0 وتكون على الصورة $(0 , y)$ مثل: (0 , 4) أو (0 , –3)

مثال 1

حدد الربع الذى تقع فيه النقاط الآتية أو المحور الذى تقع عليه:

1. (–2 , 1)
2. (5 , –4)
3. (0 , 2)
4. (–1 , –2)
5. (–4 , 0)
6. (4 , 2)

الحل

1. الربع الثانى
2. الربع الرابع
3. تقع على محور Y
4. الربع الثالث
5. تقع على محور X
6. الربع الأول

مثال 2

إذا كانت النقطة A(a + 3 , 2a – 4) تقع على محور X ، **فأوجد الربع الذى تقع فيه النقطة B (3a -1 , a – 3)**

الحل

∵ النقطة A تقع على محور X

$\therefore 2a - 4 = 0 \longrightarrow 2a = 4$ $\qquad \therefore a = \frac{4}{2} = 2$

وبالتعويض عن قيمة a فى النقطة B

$\therefore B\,(3a - 1, a - 3) = B\,(3(2)-1, 2-3)$ $\qquad \therefore B\,(5, -1)$

وبالتالى فإن النقطة B تقع فى (الربع الرابع)

مثال 3

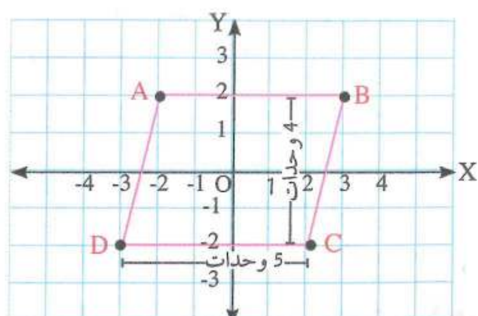
حدد النقاط الآتية على المستوى الإحداثى A(-2, 2) ، B(3, 2) ، C(2, -2) ، D(-3, -2) ، **ثم أوجد مساحة الشكل ABCD**

الحل

الشكل الناتج هو متوازى أضلاع.

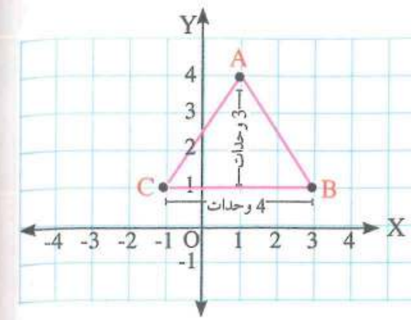
مساحة متوازى الأضلاع ABCD = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

$= 5 \times 4 = 20$ **وحدة مربعة**



مثال 4

من المستوى الإحداثى المقابل: عين إحداثيات رءوس المثلث ABC ، ثم أوجد مساحته.



الحل

A (1, 4) ، B (3, 1) ، C (−1, 1)

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= $\frac{1}{2}$ × 4 × 3 = **6 وحدات مربعة** (وحدات طول CB = |−1| + |3| = 4 ◄)

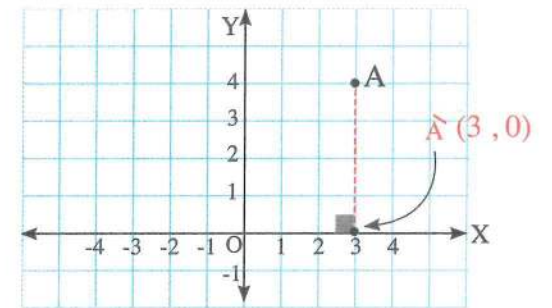
تعلم 2 مسقط نقطة على محورى الإحداثيات:

مسقط نقطة على محور هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة إلى هذا المحور.

• يمكن إيجاد مسقط النقطة A (3, 4) على محور X ومحور Y كالآتى:

1 **لإيجاد مسقط النقطة A على محور X**

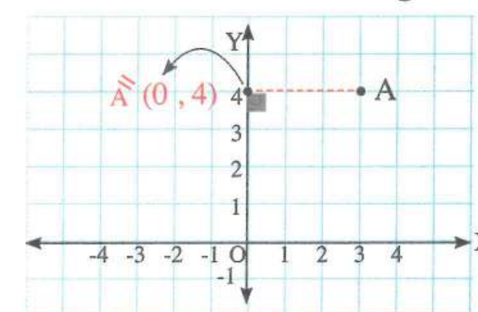
• نرسم من النقطة A عمودًا على محور X فيقطعه فى النقطة A` (3 , 0)



• فيكون مسقط النقطة A على محور X هو النقطة A` (3 , 0)

2 **لإيجاد مسقط النقطة A على محور Y**

• نرسم من النقطة A عمودًا على محور Y فيقطعه فى النقطة A`` (0 , 4)



• فيكون مسقط النقطة A على محور Y هو النقطة A`` (0 , 4)

وبصفة عامة

• مسقط النقطة A (x, y) على محور X هو A` (x, 0) أى أن النقطة A (x, y) $\xrightarrow[\text{محور X}]{\text{مسقطها على}}$ A` (x, 0)

• مسقط النقطة A (x, y) على محور Y هو A`` (0, y) أى أن النقطة A (x, y) $\xrightarrow[\text{محور Y}]{\text{مسقطها على}}$ A`` (0, y)

• إذا كانت النقطة B تنتمى لمحور X ، فإن مسقطها على محور X هو نفسها B

• إذا كانت النقطة C تنتمى لمحور Y ، فإن مسقطها على محور Y هو نفسها C

مثال 5 أكمل ما يلى:

1 مسقط النقطة (-5 , -3) على محور X هو ....

2 مسقط النقطة (6 , -2) على محور Y هو ....

3 مسقط النقطة (9 ,0) على محور X هو ....

4 مسقط النقطة (0 , -4) على محور Y هو ....

الحل

1 (-3 ,0)   2 (0 ,6)   3 (9 , 0) (هو نفسها، لأنها تنتمى لمحور X)   4 (0 , -4) (هو نفسها، لأنها تنتمى لمحور Y)

سؤال 1 أكمل ما يلى:

1 النقطة (3- ,2) تقع فى الربع ....، بينما النقطة (2 ,0) تقع على محور ....

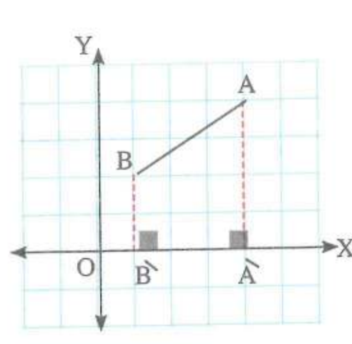
2 مسقط النقطة (4 ,5-) على محور X هو ....، بينما مسقطها على محور Y هو ....

تعلم 3 مسقط قطعة مستقيمة على محورى الإحداثيات:

لإيجاد مسقط قطعة مستقيمة على أحد محورى الإحداثيات نوجد مسقط كل من نهايتيها على هذا المحور:

أولا مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور X:

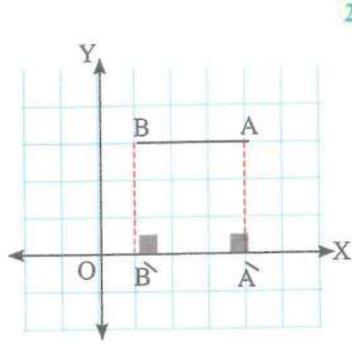
1



$\overline{A'B'}$ هى مسقط $\overline{AB}$ على محور X

A`B` < AB

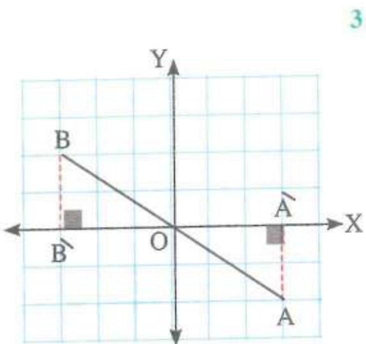
2



$\overline{A'B'}$ هى مسقط $\overline{AB}$ على محور X

A`B` = AB (لأن: $\overline{AB}$ توازى محور X)

3

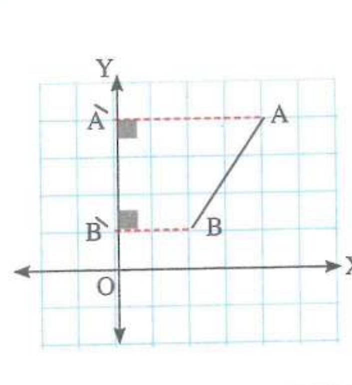


$\overline{A'B'}$ هى مسقط $\overline{AB}$ على محور X

A`B` < AB

ثانيا مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور Y:

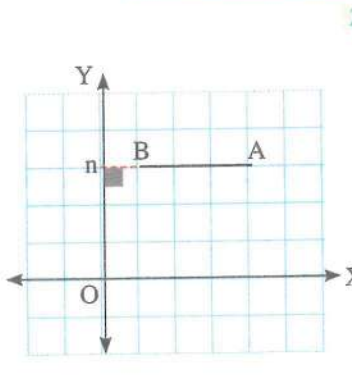
1



$\overline{A'B'}$ هى مسقط $\overline{AB}$ على محور Y

A`B` < AB

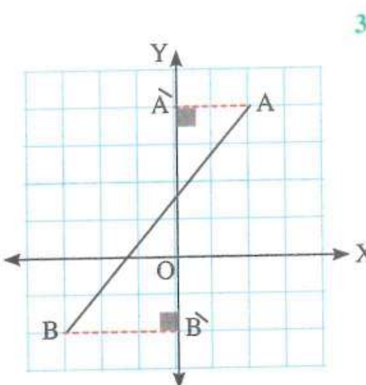
2



النقطة n هى مسقط $\overline{AB}$ على محور Y

(لأن: $\overline{AB}$ عمودية على محور Y)

3



$\overline{A'B'}$ هى مسقط $\overline{AB}$ على محور Y

A`B` < AB

لاحظ أن

• طول مسقط قطعة مستقيمة على أحد محورى الإحداثيات أقل من أو يساوى طول القطعة المستقيمة الأصلية.

• طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لأحد محورى الإحداثيات على هذا المحور يساوى طول القطعة المستقيمة الأصلية.

• مسقط قطعة مستقيمة عمودية على أحد محورى الإحداثيات يكون نقطة.

• طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على أحد محورى الإحداثيات يساوى صفرًا.

مثال 6

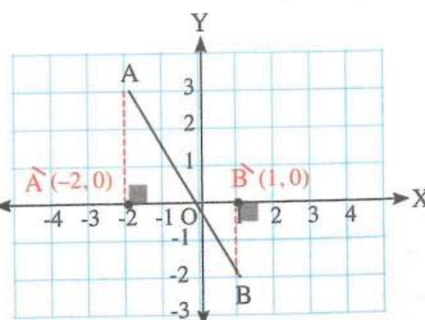
ارسم القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على المستوى الإحداثى حيث: A(−2 , 3) ، B(1 , −2)

وحدد على الرسم مسقط $\overline{AB}$ على محور X ثم أوجد طوله.

الحل

مسقط $\overline{AB}$ على محور X هو $\overline{A'B'}$

طول القطعة المستقيمة $\overline{A'B'}$ يساوى **3 وحدات** (لأن: 3 = |1| + |-2| ◄)

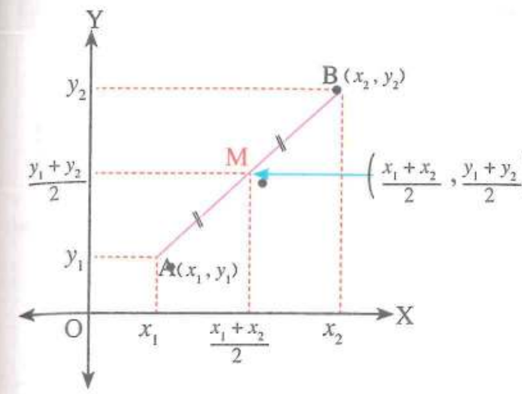


تعلم 4 نقطة منتصف قطعة مستقيمة:

- نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ هى نقطة تنتمى للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ وتكون على مسافتين متساويتين من نهايتيها.
- إذا كانت: M هى نقطة منتصف $\overline{AB}$ ،

حيث $A(x_1 , y_1)$ ، $B(x_2 , y_2)$

فـإن: $M\left(\frac{x_1+x_2}{2} , \frac{y_1+y_2}{2}\right)$



مثال 7 أوجد إحداثيى نقطة منتصف $\overline{AB}$ فى كل مما يأتى:

1 $A(3 , 5)$ ، $B(-1 , 1)$

2 $A(-4 , -2)$ ، $B(-2 , 0)$

الحل نفرض أن النقطة M هى نقطة منتصف $\overline{AB}$

1 $M\left(\frac{x_1+x_2}{2} , \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$M\left(\frac{3+(-1)}{2} , \frac{5+1}{2}\right)$ $\therefore M(1 , 3)$

2 $M\left(\frac{x_1+x_2}{2} , \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$M\left(\frac{-4+(-2)}{2} , \frac{-2+0}{2}\right)$ $\therefore M(-3 , -1)$

مثال 8 إذا كانت M (1, 2) هى منتصف $\overline{AB}$ حيث $A(x , -3)$ ، $B(2, y)$، فأوجد قيمة كل من: x , y

الحل $M=\left(\frac{x_1+x_2}{2} , \frac{y_1+y_2}{2}\right) \longrightarrow (1,2)=\left(\frac{x+2}{2} , \frac{y+(-3)}{2}\right)$

$\therefore \frac{x+2}{2}=1$ | $\therefore \frac{y-3}{2}=2$

$x+2=2$ | $y-3=4$

$x=0$ | $y=7$

لاحظ أن
إذا كان: $(x , y)=(a , b)$
فـإن: $x=a$, $y=b$

لاحظ أن
القطران ينصف كل منهما الآخر فى متوازى الأضلاع (والمستطيل والمربع والمعين باعتبارها حالات خاصة منه)
أى أن نقطة تقاطع القطرين فى الأشكال السابقة هى نقطة المنتصف لكل قطر.

مثال 9 إذا كان ABCD متوازى أضلاع فيه: $A(5 , -3)$ وكانت $M(6 , -4)$ هى نقطة تقاطع قطريه.
فأوجد إحداثيى النقطة C

الحل نفرض أن: $C(x, y)$

∵ نقطة تقاطع القطرين M هى منتصف $\overline{AC}$

$\therefore M\left(\frac{x_1+x_2}{2} , \frac{y_1+y_2}{2}\right) \longrightarrow (6 , -4)=\left(\frac{x+5}{2} , \frac{y+(-3)}{2}\right)$

$\frac{x+5}{2}=6$ | $\frac{y-3}{2}=-4$

$x+5=12$ $\therefore x=7$ | $y-3=-8$ $\therefore y=-5$

$\therefore C(7 , -5)$

مثال 10 إذا كانت $A(1 , -6)$ ، $B(9 , 2)$ ، فأوجد إحداثيات النقط التى تقسم $\overline{AB}$ إلى 4 أجزاء متساوية.

الحل لتقسيم $\overline{AB}$ إلى 4 أجزاء متساوية نتبع الخطوات الآتية:

1 نوجد نقطة منتصف $\overline{AB}$ ولتكن M كما بالشكل المقابل:

$M\left(\frac{x_1+x_2}{2} , \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$M\left(\frac{1+9}{2} , \frac{-6+2}{2}\right)=(5 , -2)$

2 نوجد نقطة منتصف $\overline{MA}$ ولتكن N كما بالشكل المقابل:

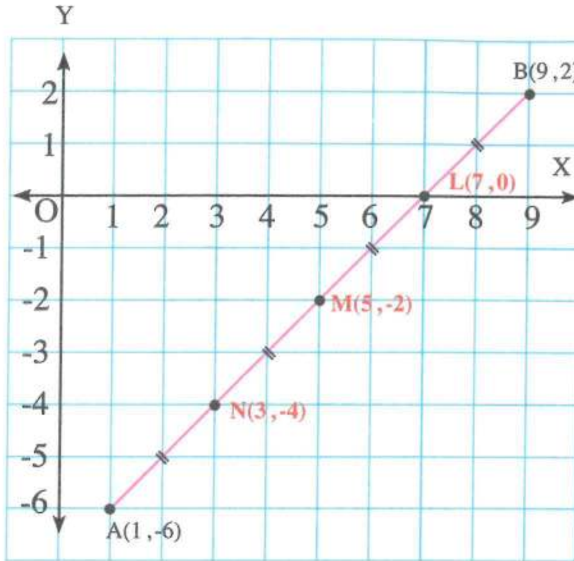
$N\left(\frac{x_1+x_2}{2} , \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$N\left(\frac{5+1}{2} , \frac{-2+(-6)}{2}\right)=(3 , -4)$

3 نوجد نقطة منتصف $\overline{MB}$ ولتكن L كما بالشكل المقابل:

$L\left(\frac{x_1+x_2}{2} , \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$L\left(\frac{5+9}{2} , \frac{-2+2}{2}\right)=(7 , 0)$

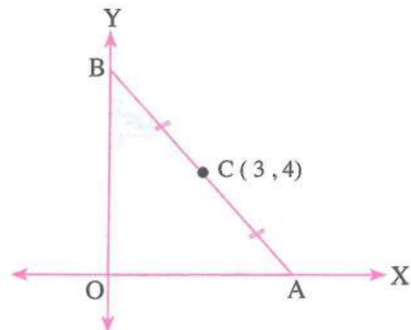


وبالتالى فإن إحداثيات النقط التى تقسم $\overline{AB}$ لأربعة أجزاء متساوية هى: L (7 , 0) ، N (3 , - 4) ، M (5 , -2)

مثال 11 فى الشكل المقابل:

إذا كانت C (3, 4) هى منتصف $\overline{AB}$

فأوجد مساحة المثلث OAB حيث: O (0, 0)



الحل نفرض أن: $A(x , 0)$ (لأن: النقطة A تقع على محور X) ،

B (0 , y) (لأن: النقطة B تقع على محور Y)

∵ C (3, 4) منتصف $\overline{AB}$

$\therefore (3 , 4)=\left(\frac{0+x}{2} , \frac{y+0}{2}\right)$

$\frac{x}{2}=3$ | $\frac{y}{2}=4$

$x=6$ | $y=8$

$\therefore A(6 , 0)$ ، $B(0 , 8)$

∴ مساحة المثلث OAB = $\frac{1}{2}\times 6\times 8$ = 24 وحدة مساحة

سؤال 2

1 **أكمل ما يأتى:**

(أ) إحداثيا منتصف $\overline{AB}$ حيث A (-1, 2) ، B (1, -3) هما .... ، طول مسقط $\overline{AB}$ على محور X هو ....

(ب) ABCD مربع حيث B (-5, 2) ، D (1, -4) ، فإن إحداثيى نقطة تقاطع قطريه هما ....

2 إذا كانت M (-3, 4) هى منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ حيث $A(x, 3)$ ، B (-1 , y) **فأوجد قيمة** x ، y

3 إذا كانت M (4, -1) هى منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ حيث B (0, 2) **فأوجد إحداثيى النقطة A**

مثال 12

إذا كان ABCD متوازى أضلاع فيه: A (1 , 1) ، B (6 , 2) ، C (9 , 7) فأوجد:

1 إحداثيى نقطة تقاطع القطرين M

2 إحداثيى النقطة D

تذكر أن

القطران فى متوازى الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.

الحل

1 ∵ النقطة M هى منتصف القطر $\overline{AC}$

$\therefore M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$\therefore M\left(\frac{9+1}{2}, \frac{7+1}{2}\right)$

$\therefore M(5, 4)$

2 بفرض أن: D (x , y)

$\because (5,4) = \left(\frac{x+6}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$

$\therefore \frac{x+6}{2} = 5$ | $\frac{y+2}{2} = 4$

$\therefore x+6 = 10$ | $y+2 = 8$

$\therefore x = 4$ | $y = 6$

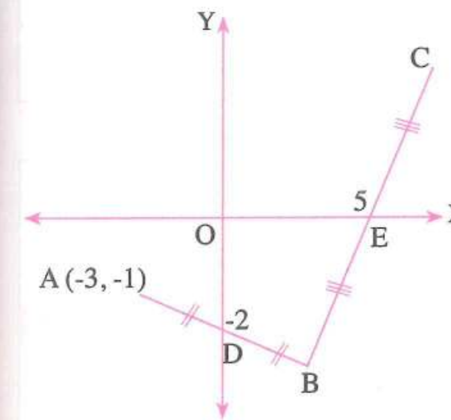
$\therefore D(4, 6)$

مثال 13

فى الشكل المقابل:

إذا كانت D ، E هما منتصفا $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$ على الترتيب،

فأوجد إحداثيى النقطة C



الحل

بفرض أن B (x , y)

∵ D (0 , -2) هى منتصف $\overline{AB}$

$\therefore D\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$(0, -2) = \left(\frac{x+(-3)}{2}, \frac{y+(-1)}{2}\right)$

$\frac{x-3}{2} = 0$ | $\frac{y-1}{2} = -2$

$x-3 = 0$ | $y-1 = -4$

$x = 3$ | $y = -3$

$\therefore B(3, -3)$

بفرض أن C (x , y)

∵ E (5 , 0) هى منتصف $\overline{BC}$

$\therefore E\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$(5, 0) = \left(\frac{x+(3)}{2}, \frac{y+(-3)}{2}\right)$

$\frac{x+3}{2} = 5$ | $\frac{y-3}{2} = 0$

$x+3 = 10$ | $y-3 = 0$

$x = 7$ | $y = 3$

$\therefore C(7, 3)$

أسئلة الكتاب المدرسى — أسئلة موقع الوزارة

إحداثيات نقطة فى المستوى:

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 تقع النقطة A (3 , –5) فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

2 تقع النقطة B (–8 , –4) فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

3 تقع النقطة A (–4 , 5) فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

4 تقع النقطة A (7 , 10) فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

5 النقطة A (0 , 8) تقع ....

(أ) فى الربع الأول (ب) على محور X (جـ) على محور Y (د) فى الربع الرابع

6 النقطة B (5 , 0) تقع ....

(أ) فى الربع الأول (ب) على محور X (جـ) على محور Y (د) فى الربع الثانى

7 إذا كانت النقطة C (a , 4) تقع على محور Y ، فإن قيمة a تساوى ....

(أ) 2 (ب) -2 (جـ) 0 (د) 4

8 إذا كانت النقطة A (1 , b + 5) تقع على محور X ، فإن قيمة b تساوى ....

(أ) -5 (ب) 5 (جـ) -1 (د) 0

9 إذا كانت النقطة A (2k + 6, 8) تقع على محور Y ، فإن قيمة k تساوى ....

(أ) 3 (ب) -3 (جـ) 8 (د) -8

10 إذا كانت $x > 0$ ، $y < 0$ فإن النقطة C $(-x, y)$ تقع فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

11 أى من النقاط الآتية لا تقع على محور Y ؟ ....

(أ) (0 , –5) (ب) (3, 0) (جـ) (0, 0) (د) (0, 2)

12 النقطة التى إحداثياها $((-2)^2 , -|-5|)$ تقع فى الربع .... (الفيوم 2025)

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

2 أكمل ما يأتى:

1 النقطة A (−2, 2) تقع فى الربع ....

2 النقطة B (3, 5) تقع فى الربع ....

3 إذا كانت النقطة C (4 , k − 3) تقع على محور X ، فإن k تساوى ....

4 إذا كانت النقطة D (a, b) تقع فى الربع الثالث، فإن النقطة C (−2a, b − 6) تقع فى الربع ....

5 إذا كانت النقطة A (k , 1) تقع على محور Y، فإن .... = 2k + 3

6 إذا كانت L < 0 فإن النقطة A (2 , L − 5) تقع فى الربع ....

7 إذا كانت x < 0 ، y < 0 فإن النقطة (−x , −y) تقع فى الربع ....

3 إذا كانت النقطة A (−3k , 2k − 4) تقع على محور X فأوجد الربع الذى تقع فيه النقطة B (k − 6 , −3k)

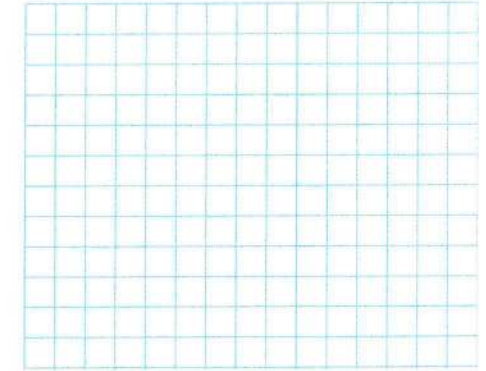
4 إذا كانت النقطة C (a − 2 , 3a + 9) تقع على محور X فأوجد الربع الذى تقع فيه النقطة D (a , 6 −a)

5 إذا كانت النقطة C (5k + 15, −2k) تقع على محور Y ، فأوجد الربع الذى تقع فيه النقطة D (−k , 2k + 10)

6 إذا كانت النقطة A (3a − 18, −4a) تقع على محور Y ، فأوجد الربع الذى تقع فيه النقطة B (−2a , a −7)

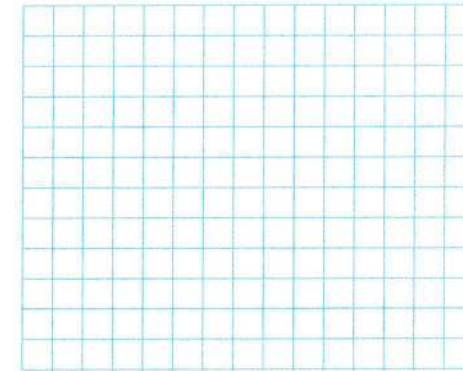
7 حدد النقاط التالية على المستوى الإحداثى، ثم أوجد مساحة الشكل الناتج فى كل مما يأتى:

1 A(-1, 3), B (-1 , -1), C (3 , -1)



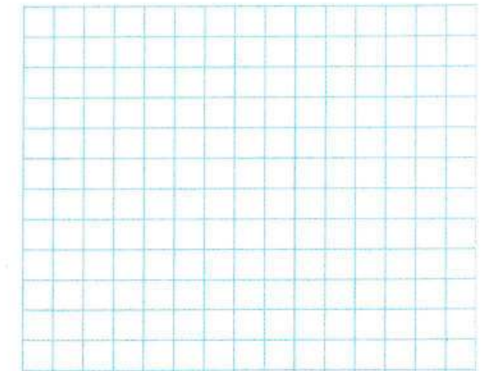
مساحة الشكل: ....

2 A(0, 1), B (3 , -3), C (-2 , -3)



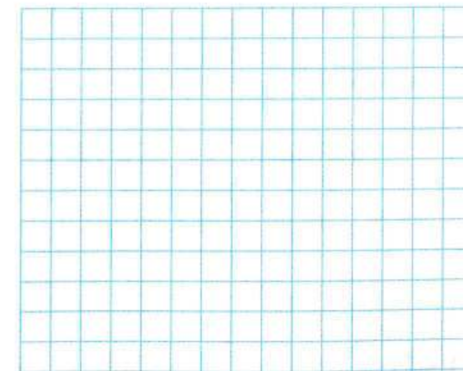
مساحة الشكل: ....

3 A(2, 1), B (4 , 1), C (5 , 5)



مساحة الشكل: ....

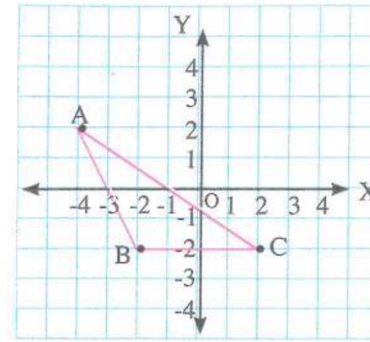
4 A(-1, 1), B (4 , 1), C (4 , -2), D (-1 , -2)



مساحة الشكل: ....

8 لاحظ الأشكال البيانية الآتية ثم اكتب إحداثيات رءوس كل شكل وأوجد مساحته.

1



• إحداثيات رءوس المثلث هى ....

• مساحة المثلث = ...

2

• إحداثيات رءوس المربع هى ....

• مساحة المربع = ...

مسقط نقطة على محورى الإحداثيات:

9 اختر الإجابة الصحيحة:

1 مسقط النقطة A (−1, 7) على محور Y هو ....

(أ) (0 , 7) (ب) (-1, 0) (جـ) (1, 7) (د) (-1, 7)

2 مسقط النقطة B (5, 3) على محور X هو ....

(أ) (0, 3) (ب) (5, 0) (جـ) (5, -3) (د) (3, 5)

3 مسقط النقطة (0, −7) على محور X هو ....

(أ) (0 , −7) (ب) (−7, 0) (جـ) (0, 0) (د) (7, −7)

10 أكمل ما يأتى:

1 إذا كانت النقطة تنتمى لمحور X ، فإن مسقطها على محور X هو ....

2 إذا كانت النقطة تنتمى لمحور Y ، فإن مسقطها على محور Y هو ....

3 إذا كان مسقط النقطة (a + 3 ، a − 2) ، على محور X هو نفسها فإن النقطة هى ....

4 مسقط النقطة (5 ، 3−) ، على محور X هو ....

5 مسقط النقطة (−3 ، 4) على محور Y هو ....

6 مسقط النقطة A (2 ، 0) على محور Y هو ....

مسقط قطعة مستقيمة على محورى الإحداثيات:

11 اختر الإجابة الصحيحة:

1 طول مسقط $\overline{AB}$ على محور X حيث A (2 , 3) ، B (−4 , −1) هو .... وحدات طول.

(أ) 6 (ب) 4 (جـ) 2 (د) 3

2 إذا كان C (1 , 4) ، D (5 , 1) ، فإن طول مسقط $\overline{CD}$ على محور Y هو .... وحدات طول.

(أ) 6 (ب) 5 (جـ) 4 (د) 3

3 طول مسقط قطعة مستقيمة على محور X .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) يساوى (ب) أكبر من (جـ) أصغر من أو يساوى (د) غير ذلك

4 إذا كانت $\overline{AB}$ عمودية على محور X ، فإن مسقطها على محور X هو ....

(أ) قطعة مستقيمة (ب) نقطة (جـ) شعاع (د) خط مستقيم

12 أكمل ما يأتى:

1 إذا كانت $\overline{A'B'}$ هى مسقط $\overline{AB}$ على محور X حيث A (5 , 1) ، B (2 , 7) فإن A' (..... , ...) ، B' (..... , ...)
وطول $\overline{A'B'}$ .... وحدة طول.

2 طول مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور Y حيث A (3 , −4) ، B (3 , 3) يساوى .... وحدة طول.

3 طول مسقط القطعة المستقيمة $\overline{DC}$ على محور X حيث D (2 , 3) ، C (-2 , 5) يساوى .... وحدة طول.

4 طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على محور X يكون......... أو .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

5 إذا كانت القطعة المستقيمة موازية لأحد محورى الإحداثيات فإن طول مسقطها على المحور الموازى .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

6 إذا كانت القطعة المستقيمة عمودية على أحد محورى الإحداثيات فإن طول مسقطها على المحور العمودى يساوى ....

7 إذا كانت $\overline{AB}$ عمودية على المحور Y ، فإن طول مسقطها على محور Y يساوى ....

8 إذا كانت $\overline{AB}$ عمودية على المحور X ، فإن طول مسقطها على محور Y يساوى طول ....

13 أوجد طول مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور X فى كل من الحالات الآتية:

1 A (−3 , 5) ، B (2 , 7) 2 A (−2 , 4) ، B (−3 , 6) 3 A (3 , 3) ، B (5 , −2)

14 أوجد طول مسقط القطعة المستقيمة $\overline{CD}$ على محور Y فى كل من الحالات الآتية:

1 C (−7 , 3) ، D (2 , 5) 2 C (3 , 5) ، D (−1 , 5) 3 C (6 , 6) ، D (2 , 3)

إحداثيا نقطة منتصف قطعة مستقيمة:

15 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إحداثيا نقطة C منتصف $\overline{AB}$ حيث A (1 , −6) ، B (5 , 2) هما ....

(أ) (−2 , 2) (ب) (3 , −2) (جـ) (−2 , 3) (د) (3 , 2)

2 إذا كانت نقطة الأصل O هى منتصف $\overline{AB}$ ، وكانت A تقع فى الربع الثانى، فإن نقطة B تقع فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

3 إذا كانت نقطة الأصل O هى منتصف $\overline{AB}$ ، وكانت B تقع فى الربع الأول، فإن نقطة A تقع فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

4 إذا كانت نقطة الأصل هى منتصف $\overline{AB}$ ، حيث A (2 , y) ، B (x , −3) ، فإن (x , y) = (..... , ...) (الجيزة 2025)

(أ) (2 , −3) (ب) (−2 , 3) (جـ) (2 , 3) (د) (−2 , −3)

16 أكمل ما يأتى:

1 إذا كانت نقطة الأصل O منتصف $\overline{AB}$ حيث A (3 , -4) فإن نقطة B هى ....

2 إذا كانت M (3 , 2) هى منتصف $\overline{AB}$ حيث A (7 , 5) ، B (−1 , y) فإن y تساوى ....

3 إذا كانت M هى منتصف $\overline{BC}$ حيث B (x , y) ، C (a , −b) ، فإن M (..... , ...) (المنوفية 2025)

4 إذا كانت النقطة M (3 , 1) هى منتصف $\overline{AB}$ حيث A (−3 , 5) ، B (9 , y) فإن قيمة: y = ... (الدقهلية 2025)

17 إذا كانت النقطة C (−2 , 7) هى منتصف $\overline{AB}$ حيث A (4, y) ، B (x, −2) فأوجد كلًّا من: x , y

18 إذا كان ABCD معينًا، حيث A (3 , 5) ، B (12 , −3) ، C (13 , 9) فأوجد إحداثيى كل من:

1 نقطة تقاطع القطرين. 2 نقطة الرأس D

19 إذا كانت A (−7 , 13) ، B (3 , 5) فأوجد إحداثيات النقط التى تقسم $\overline{AB}$ إلى أربعة أجزاء متساوية فى الطول.

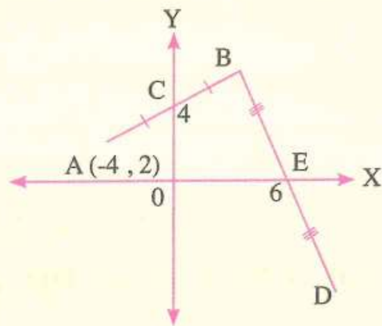
تفكير إبداعى TIMSS

20 إذا كانت: A (3 , −1) ، B (−1 , −1) فارسم المربع ABCD حيث تقع النقطة C فى الربع الثانى.

21 فى الشكل المقابل:

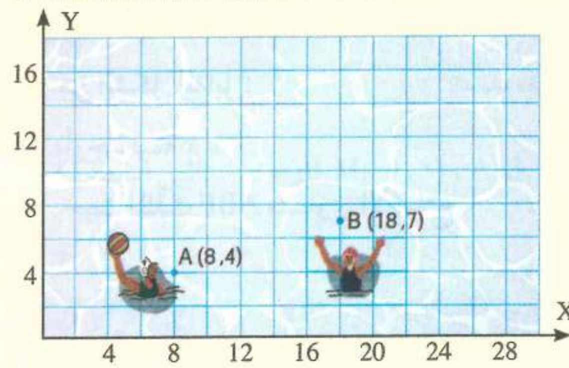
إذا كانت: C ، E منتصفى $\overline{AB}$ ، $\overline{BD}$ على الترتيب

فأوجد إحداثيى النقطة D



22 يوضح الشكل المقابل موقعى لاعبين A ، B خلال جزء من مباراة لكرة الماء.

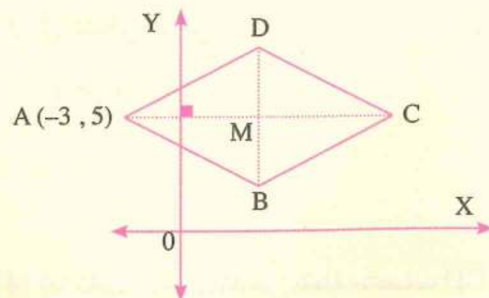
أوجد إحداثيى موقع اللاعب C حيث إن اللاعب B يقع فى منتصف المسافة بين اللاعبين A ، C



23 فى الشكل المقابل: ABCD معين فيـه:

AC = 12 ، BD = 6

أوجد إحداثيات رءوس المعين.



1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 الزاويتان المتجاورتان المتتامتان يكون ضلعاهما المتطرفان ....

(أ) على استقامة واحدة (ب) متعامدين (جـ) متطابقين (د) غير ذلك

2 عدد الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه n ضلعًا = ... زاوية

(أ) 2 (ب) n (جـ) 2n (د) n – 2

3 المضلع المقعر هو مضلع به زاوية .... على الأقل. (الدقهلية 2025)

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) منعكسة

4 إذا كان ABCD متوازى أضلاع ، $m(\angle A) + m(\angle C) = 150°$ ، فإن .... $= m(\angle B)$.

(أ) 150° (ب) 140° (جـ) 105° (د) 100°

2 أكمل ما يأتى:

1 إذا تساوى طولا ضلعين متجاورين فى متوازى الأضلاع كان الشكل ....

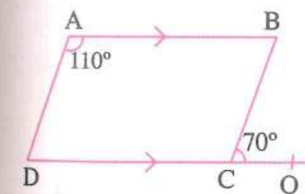
2 مضلع سباعى منتظم يكون عدد محاور التماثل له هو .... (القليوبية 2025)

3 إحداثيا نقطة منتصف $\overline{AB}$ حيث $A(3, -1), B(-5, 9)$ هما ....

4 مسقط النقطة (3,4–) على محور X هو .... (الجيزة 2025)

3 أجب عما يأتى:

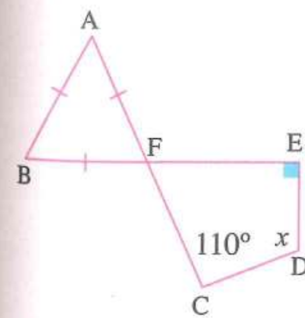
1 فى الشكل المقابل:



$m(\angle BCO) = 70°$, $\overline{AB} // \overline{CD}$, $m(\angle A) = 110°$

أثبت بالبرهان أن الشكل ABCD متوازى أضلاع.

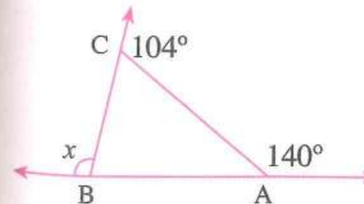
2 من الشكل المقابل: (الدقهلية 2025)



أوجد قيمة x ،

حيث المثلث ABF متساوى الأضلاع

3 فى الشكل المقابل: (القليوبية 2025)

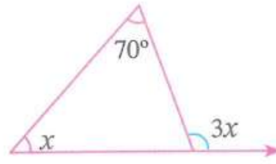


أوجد قيمة x

4 إذا كانت: $M(3, 4)$ هى نقطة منتصف $\overline{CD}$ حيث $C(x, -2)$ ، $D(2, y)$ فأوجد x ، y (سوهاج 2025)

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 فى الشكل المقابل: ما قيمة x ؟ ....

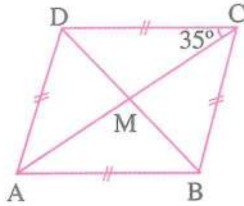


(أ) 70° (ب) 140° (جـ) 35° (د) 100°

2 إذا كانت $A(3, 1), B(3, -1)$ فأى من النقط الآتية هى نقطة منتصف $\overline{AB}$ ؟ ....

(أ) (0 , 3) (ب) (3 , 0) (جـ) (6 , 0) (د) (0 , 6)

3 فى الشكل المقابل: ما قياس $\angle CBD$ ؟ ....



(أ) 35° (ب) 45° (جـ) 55° (د) 65°

4 مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه 4 سم، 8 سم ، فما طول الضلع الثالث؟ ....

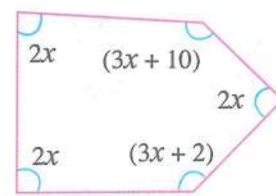
(أ) 4 سم (ب) 5 سم (جـ) 6 سم (د) 8 سم

2 أكمل كلًّا مما يأتى:

1 قياس زاوية الشكل الثمانى المنتظم الداخلة يساوى ....

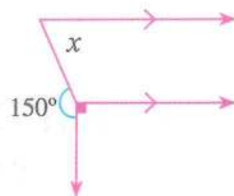
2 مسقط النقطة $A(-4, 0)$ على محور Y هو النقطة ....

3 فى الشكل المقابل:



$x = ...°$

4 فى الشكل المقابل:

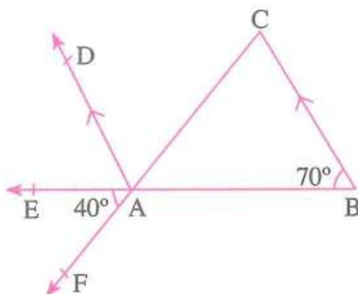


$x = ...°$

3 أجب عما يأتى:

1 ABCD متوازى أضلاع قطراه متقاطعان فى M ، إذا كانت $A(3, 4)$ ، $M(-1, 5)$ فأوجد إحداثيى النقطة C

2 فى الشكل المقابل:

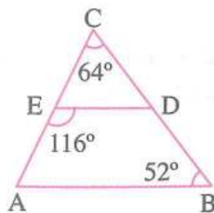


$\overrightarrow{BE} \cap \overrightarrow{CF} = \{A\}$

أثبت أن: $\overrightarrow{AD}$ ينصف $\angle EAC$

3 ABCD مستطيل قطراه متقاطعان فى M ، إذا كان $AC = (3x - 4)$ سم ، $BM = (x + 1)$ سم، فما قيمة x ؟

4 فى الشكل المقابل:



أثبت أن: $\overline{ED} // \overline{AB}$

الوحدة الرابعة 4

الإحصاء



دروس الوحـــدة

التكنولوجيا الرقمية ومجال الجبر بينهما علاقة تبادلية؛ فتطور أحدهما يؤثر على الآخر، فتساعد التكنولوجيا على خلق بيئات تعلم افتراضية، كما يمكن استخدام البرمجيات لحل المعادلات الجبرية..

- فهل يمكن تطوير تطبيقات التكنولوجيا الرقمية لحل المزيد من المعادلات الجبرية المعقدة؟

القضايا والمهارات الحياتية:

- التواصل الرياضى.
- الفهم الرياضى.
- التفكير الإبداعى.
- التنمية المستدامة.

القيم:

- الاحترام.
- العمل.
- الانتماء.
- احترام الآخر.

ذاكر الدرس 1 تنظيم البيانات (Organizing Data)


فيديو الشرح



نواتج التعلم

- يتذكر الطالب الطرق المختلفة لتنظيم البيانات.
- يعرف الطالب طريقة إنشاء جدول تكرارى بسيط وجدول تكرارى ذى مجموعات.
- يعرف الطالب كيفية تمثيل البيانات بمخطط الساق والأوراق.
- يميز الطالب بين المخططات البيانية المضللة وغير المضللة.

مفردات أساسية

- جمع البيانات (Collecting Data)
- تنظيم البيانات (Organizing Data)
- جدول تكرارى ذو مجموعات (Frequency Table with Intervals)
- مخطط التمثيل بالنقاط (Dot Plot)
- مخطط التمثيل بالأعمدة (Bar Graph)
- المدرج التكرارى (Histogram)
- مخطط الساق والأوراق (Stem and Leaf)
- المخطط الصندوقى (Box plot)

فكر وناقش:

- البيانات الآتية توضح التبرعات المالية بالجنيه التى شارك بها 32 طالبًا فى أحد الفصول:

35	20	38	21	70	60	70	62
40	60	63	45	21	40	35	21
35	36	37	46	38	61	59	57
36	46	62	29	26	59	42	49

- كيف يمكنك تنظيم هذه البيانات بصورة يسهل تفسيرها وتحليلها؟
- ما الطريقة الأنسب لتمثيل هذه البيانات بمخطط بيانى؟
- فى هذا الدرس، سوف نتعلم كيفية تنظيم البيانات فى جداول تكرارية وتمثيلها بمخططات بيانية مختلفة.

تعلم 1 الإحصاء - مخطط الأعمدة البيانية ومخطط التمثيل بالنقاط:

الإحصاء : هو علم جمع وتنظيم وعرض وتحليل وتفسير البيانات لاتخاذ القرارات، وهو فرع من فروع الرياضيات، وله تطبيقات فى مجالات متنوعة، مثل: الطب والاقتصاد والعلوم الاجتماعية .. وهكذا.

• **كيف تتعامل مع البيانات؟**

1 تحديد التساؤل أو المشكلة.
2 جمع البيانات.
3 تنظيم وعرض البيانات.
4 تحليل وتفسير البيانات.
5 التنبؤ واتخاذ القرار.

لاحظ أن

• يمكننا جمع البيانات بعدة طرق، مثل: الملاحظة والمقابلة الشخصية والاستبيان.

• **بعض أنواع المخططات البيانية:**

1 **التمثيل بالنقاط:**

وفيه يُعرض تكرار البيانات من خلال وضع علامات فوق خط الأعداد مع تحديد المفتاح الذى يمثل العلاقة.

2 **الأعمدة البيانية:**

• يستخدم هذا النوع لتمثيل البيانات من خلال أعمدة فردية للمقارنة بين مجموعات مختلفة من البيانات، أو أعمدة مزدوجة؛ وذلك لعرض مجموعتين من البيانات فى الرسم نفسه من خلال أعمدة مزدوجة، وهذا يتيح لنا تحليل مجموعات البيانات الأكثر تعقيدًا ومقارنتها.

3 **المدرج التكرارى:**

هو نوع من أنواع التمثيلات البيانية بالأعمدة، ويستخدم فى عرض البيانات العددية كثيرة القيم فى صورة فترات مجمعة.

4 **الساق والأوراق:**

يُستخدم مخطط الساق والأوراق لعرض البيانات العددية مرتبة بحيث يقسم كل عدد لجزأين (الساق – الأوراق).

5 **المخطط الصندوقى:**

هو مخطط لتمثيل البيانات العددية على خط الأعداد بناءً على استخدام القيم الخمس، وهى :

«أقل قيمة و الرُّبيع الأول و الوسيط و الرُّبيع الثالث و أكبر قيمة»

وقد تمت دراسة معظم هذه المخططات فى المرحلة الابتدائية.

تذكر أن

• عند عمل استبيان نقوم بالتحضير له وإعداد الأسئلة التى من خلالها يمكن الإجابة عن موضوع الاستبيان، وهذه الأسئلة نوعان: «أسئلة إحصائية وأسئلة غير إحصائية».

– **السؤال الإحصائى:** هو سؤال ينتج عنه الكثير من الإجابات المحتملة والمختلفة، مثل: ما الألوان المفضلة لدى الطلاب فى الفصل؟

– **السؤال غير الإحصائى:** هو سؤال ينتج عنه إجابة واحدة، مثل: ما عاصمة جمهورية مصر العربية؟

مثال 1

البيانات الآتية توضح عدد الساعات التى يقضيها 25 طالبًا فى تدريبات كرة القدم أسبوعيًّا؛ كما يلى:

4 , 5 , 2 , 7 , 5 , 5 , 6 , 6 , 5 , 7 , 3 , 5 , 7 , 6 , 4 , 5 , 4 , 6 , 5 , 4 , 5 , 2 , 3 , 5 , 6

1 مثل هذه البيانات بمخطط النقاط ومخطط الأعمدة البيانية.

2 ما عدد الطلاب الذين يقضون 6 ساعات فى التدريب على الأقل؟

3 ما عدد الساعات التى يتدربها معظم الطلاب أسبوعيًّا؟

الحل

الخطوة الأولى: نظم البيانات أولًا، وإحدى طرق تنظيم البيانات هى كتابتها مرتبة تصاعديًّا من الأصغر إلى الأكبر كالآتى:

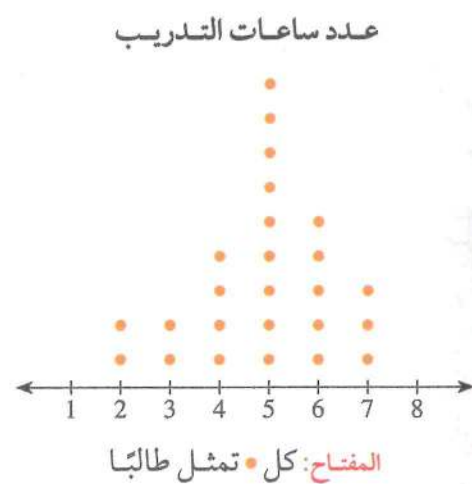
2 , 2 , 3 , 3 , 4 , 4 , 4 , 4 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 7 , 7 , 7

ويمكن تنظيم هذه البيانات بناءً على الترتيب السابق كما فى الجدول التكرارى البسيط التالى:

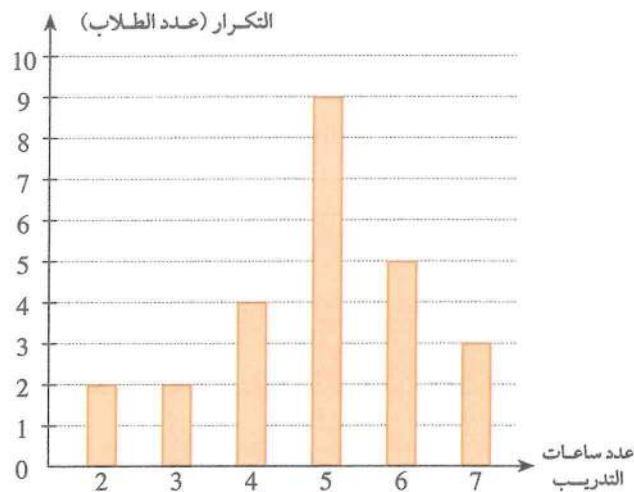
عدد ساعات التدريب	2	3	4	5	6	7
عدد الطلاب (التكرار)	2	2	4	9	5	3

الخطوة الثانية: استخدم هذا الجدول وكوّن مخطط النقاط ومخطط الأعمدة البيانية كما يلى:

1 **مخطط التمثيل بالنقاط**



مخطط الأعمدة البيانية



2 عدد الطلاب الذين يقضون 6 ساعات فى التدريب على الأقل هو 8 طلاب (لأن: $5 + 3 = 8$)

3 عدد الساعات التى يتدربها معظم الطلاب أسبوعيًّا «المنوال» هو 5 ساعات

لاحظ أن

• يظهر كل من مخطط التمثيل بالنقاط ومخطط الأعمدة البيانية القيم الحقيقية للبيانات.

سؤال 1

البيانات التالية توضح الأعمار بالسنوات لعدد 17 طالبًا من المشاركين فى نشاط الرسم كالآتى:

14 , 14 , 15 , 15 , 13 , 16 , 13 , 14 , 15 , 16 , 13 , 17 , 13 , 14 , 17 , 16 , 14

1 مثل هذه البيانات بمخطط النقاط ومخطط الأعمدة البيانية.

2 ما عدد الطلاب المشاركين فى نشاط الرسم وعمرهم أقل من 15 سنة؟

تعلم 2 الجدول التكرارى ذو المجموعات وتمثيله (المدرج التكرارى):

• إذا كانت أعداد البيانات كبيرة يتم تنظيم هذه الأعداد فى مجموعات أو فترات متساوية، ومنها نكون الجدول التكرارى ذا المجموعات.

مثال 2

قامت إحدى المدارس بوزن 50 طالبًا من طلابها فى مراحل مختلفة، وكانت كتل الطلاب بالكيلو جرام كالآتى:

31	72	67	85	90	52	55	76	64	75
40	77	53	59	62	63	83	67	73	40
85	65	66	68	79	40	90	37	56	88
46	48	53	38	65	62	71	73	68	70
90	55	57	89	65	69	87	77	78	79

قم بتنظيم هذه البيانات ومثلها بمدرج تكرارى، ثم أجب عن الأسئلة التالية:

1 ما عدد الطلاب الذين كتلة كل منهم 71 كجم أو أكثر؟

2 ما الفترة الأكثر تكرارًا؟

3 ما الفترة الأقل تكرارًا؟

الحل

لتنظيم البيانات وتمثيلها بمدرج تكرارى:

الخطوة الأولى: نوجد المدى للبيانات:

المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة = 59 (لأن: 59 = 31 – 90 ◄)

أى أن: المدى تقريبًا يساوى 60

الخطوة الثانية: نوجد طول الفترة؛

وذلك بتقسيم المدى (60) إلى عدد مناسب من الفترات

وليكن (6) فترات، لذلك فإن طول كل فترة = $\frac{60}{6}$ = 10

فمثلًا: الفترة الأولى تكون فيها كتل الطلاب من 31 كجم حتى أقل من 41 كجم وتكتب (31 –)

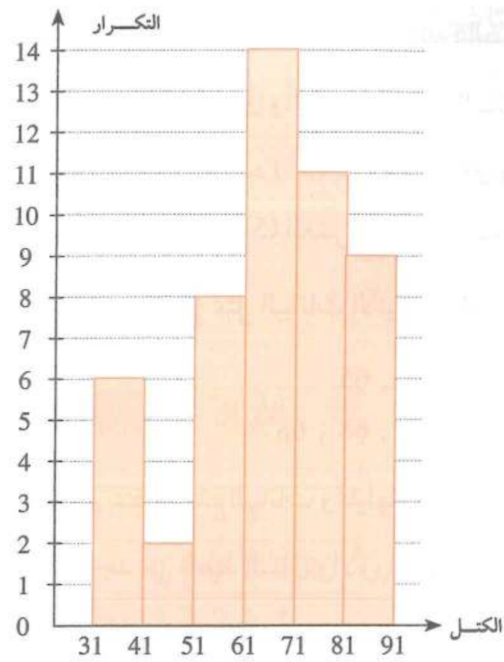
وبالتالى فإن الفترات هى: 81 – ، 71 – ، 61 – ، 51 – ، 41 – ، 31 – ◄

الكتل (الفترات)	العلامات	التكرار
31 –	卌 |	6
41 –	||	2
51 –	卌 |||	8
61 –	卌 卌 ||||	14
71 –	卌 卌 |	11
81 –	卌 ||||	9

الخطوة الثالثة: نسجل الفترات والتكرار من الجدول السابق، ثم نحذف عمود العلامات فنحصل على الجدول التالى:

الكتل «الفترات»	31 –	41 –	51 –	61 –	71 –	81 –
التكرار	6	2	8	14	11	9

الخطوة الرابعة: مثل البيانات بالمدرج التكرارى:



1 عدد الطلاب الذين كتلة كل منهم 71 كجم أو أكثر = 20 طالبًا

(لأن: 20 = 9 + 11 ◄)

2 الفترة الأكثر تكرارًا هى 61–

3 الفترة الأقل تكرارًا هى 41–

لاحظ أن

• المدرج التكرارى لا يظهر القيم الحقيقية للبيانات.

• المجموعات فى الجدول التكرارى ذى المجموعات تكون متساوية فى الطول؛ لذا عند تمثيلها بالمدرج التكرارى تكون الأعمدة لها نفس العرض مع عدم وجود فراغات بينها.

مثال 3

البيانات التالية توضح الأطوال بالسنتيمتر لعدد 32 لاعبًا مشتركين فى مجموعة مختلفة من الألعاب الرياضية، وهى كالآتى:

175 , 175 , 170 , 170 , 157 , 155 , 146 , 159 , 150 , 145 , 175

155 , 175 , 170 , 170 , 152 , 146 , 155 , 160 , 163 , 145 , 164

175 , 146 , 155 , 179 , 170 , 157 , 150 , 145 , 159 , 165

قم بتنظيم هذه البيانات بالمدرج التكرارى:

الحل

المدى = 34 (لأن: 34 = 145 – 179 ◄)

المدى يساوى تقريبًا 35

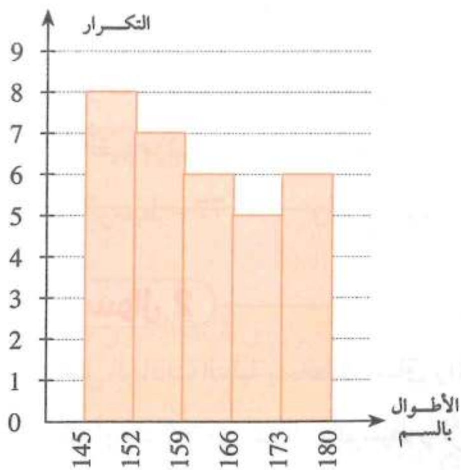
نقسم المدى إلى عدد مناسب من الفترات وليكن 5 فترات

لذلك فإن طول الفترة = 7

وبالتالى فإن الفترات هى: 173 – ، 166 – ، 159 – ، 152 – ، 145 – ◄

الأطوال (الفترات)	العلامات	التكرار
145 –	卌 |||	8
152 –	卌 ||	7
159 –	卌 |	6
166 –	卌	5
173 –	卌 |	6

الأطوال بالسم (الفترات)	145 –	152 –	159 –	166 –	173 –
التكرار	8	7	6	5	6



تعلم 3 مخطط الساق والأوراق، والمخطط الصندوقى:

• يستخدم مخطط الساق والأوراق لعرض البيانات العددية مرتبة، بحيث يقسم كل عدد لجزأين (الساق - الأوراق).

فمثلاً: لتمثيل العدد (52) بمخطط الساق والأوراق نتبع المفتاح، فإذا كان المفتاح 2|5 يعنى 52

فإن العدد (5) العشرات يمثل بالساق والعدد (2) الآحاد يمثل بالأوراق.

مثال 4 تمثل البيانات الآتية درجات 27 طالبًا فى مادة الرياضيات خلال اختبارات أحد الشهور، وهى كالآتى:

90 , 82 , 66 , 71 , 93 , 81 , 70 , 64 , 91 , 80 , 70 , 61 , 65

96 , 78 , 85 , 77 , 76 , 69 , 84 , 83 , 94 , 82 , 71 , 71 , 68 , 68

1 قم بتنظيم هذه البيانات وتمثيلها باستخدام مخطط الساق والأوراق.

2 أوجد من مخطط الساق والأوراق كلًا من المنوال والوسيط والرُّبيع الأول والرُّبيع الثالث.

الحل

1 تمثيل البيانات بمخطط الساق والأوراق.

• رتب البيانات تصاعديًا من الأصغر إلى الأكبر:

61 , 64 , 65 , 66 , 68 , 68 , 69 , 70 , 70

71 , 71 , 71 , 76 , 77 , 78 , 80 , 81 , 82

82 , 83 , 84 , 85 , 90 , 91 , 93 , 94 , 96

أصغر عدد هو 61 وأكبر عدد هو 96:

• ارسم خطًا رأسيًا.

• اكتب على اليسار الساق وتحته الأعداد : 6 , 7 , 8 , 9

وهى تمثل العشرات مرتبة تصاعديًا.

• اكتب على اليمين الأوراق والتى تمثل أرقام الآحاد مرتبة تصاعديًا فى كل صف.

• اكتب مفتاح كيفية قراءة البيانات.

الساق	الأوراق
6	1 4 5 6 8 8 9
7	0 0 1 1 1 6 7 8
8	0 1 2 2 3 4 5
9	0 1 3 4 6

المفتاح: 6|1 يعنى 61 درجة

لاحظ أن

• يُظهر مخطط الساق والأوراق القيم الحقيقية للبيانات وبطريقة مرتبة.

61 64 65 66 68 68 (69) 70 70 71 71 71 76 77 78 80 81 82 82 83 (84) 85 90 91 93 94 96

الربيع الأول (69) — الوسيط (77) — الربيع الثالث (84)

2 لإيجاد المنوال من مخطط الساق والأوراق نبحث فى الصفوف عن العدد الأكثر تكرارًا فنجد أن العدد (1) مكرر ثلاث مرات فى الصف الثانى وبالتالى فإن المنوال = 71

• القيم مرتبة ترتيبًا تصاعديًا.

• الوسيط = 77 والرُّبيع الأول = 69 والرُّبيع الثالث = 84

سؤال 2

مثل البيانات التالية بمخطط الساق والأوراق: 30 , 12 , 15 , 4 , 6 , 21 , 21 , 20 , 10

ثم أوجد كلًا من المنوال والوسيط والرُّبيع الأول والرُّبيع الثالث.

مثال 5 البيانات التالية توضح عدد ساعات المذاكرة لعدد 22 طالبًا شهريًا لمادة الرياضيات، وهى كالآتى:

153 , 160 , 161 , 153 , 153 , 121 , 132 , 142 , 160 , 163 , 140

165 , 164 , 140 , 134 , 133 , 141 , 152 , 153 , 142 , 134 , 142

1 قم بتنظيم هذه البيانات وتمثيلها باستخدام مخطط الساق والأوراق.

2 أوجد من مخطط الساق والأوراق كلًا من المنوال والوسيط والرُّبيع الأول والرُّبيع الثالث.

3 مثل البيانات باستخدام المخطط الصندوقى.

الحل

1 الترتيب التصاعدى هو:

121 , 132 , 133 , 134 , 134 , 140 , 140 , 141 , 142 , 142 , 142

152 , 153 , 153 , 153 , 153 , 160 , 160 , 161 , 163 , 164 , 165

• أصغر عدد هو 121 وأكبر عدد هو 165

• ارسم خطًا رأسيًا.

• اكتب على اليسار الساق وتحتها الأعداد: 12 , 13 , 14 , 15 , 16

• اكتب على اليمين الأوراق والتى تمثل أرقام الآحاد مرتبة تصاعديًا فى كل صف.

• اكتب مفتاح كيفية قراءة البيانات.

الساق	الأوراق
12	1
13	2 3 4 4
14	0 0 1 2 2 2
15	2 3 3 3 3
16	0 0 1 3 4 5

المفتاح: 12|1 تعنى 121

2 121 132 133 134 134 (140) 140 141 142 142 142 152 153 153 153 153 (160) 160 161 163 164 165

الربيع الأول (140) — الوسيط — الربيع الثالث (160)

• المنوال = 153 • الوسيط = $\frac{142 + 152}{2}$ = 147

• الرُّبيع الأول = 140 • الرُّبيع الثالث = 160

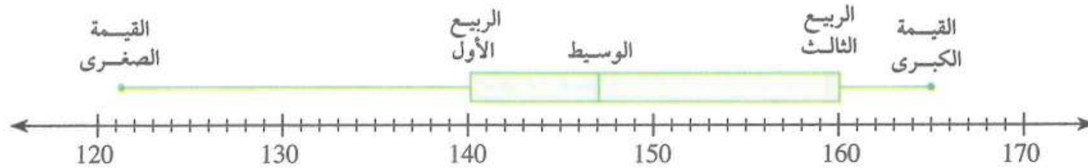
لاحظ أن

• فى مخطط الساق والأوراق قد تكون البيانات بها علامات عشرية، مثل: 9.5 , 12.7 , 15.2

– فتكون الأوراق هى الجزء من عشرة، مثل: 5 , 7 , 2

– وتكون الساق هى الجزء الصحيح مثل الأعداد: 9 , 12 , 15 – ويكون المفتاح 9|5 يعنى 9.5

3 تمثيل البيانات بالمخطط الصندوقى:



نقاط هامة

• المخطط الصندوقى يتم فيه توزيع البيانات على خط الأعداد، وذلك بتحديد القيمة الصغرى والقيمة الكبرى والوسيط والربيع الأول والربيع الثالث.

• المخطط الصندوقى لا يظهر القيم الحقيقية، ولكنه أسهل فى إيجاد الوسيط والربيع الأول والرُّبيع الثالث.

مثال 6 من مخطط الساق والأوراق المقابل، أوجد ما يأتى:

1 الوسيط　　2 الرُّبيع الأول

3 الرُّبيع الثالث　　4 المنوال

الساق	الأوراق
0	8
1	0 1 1 1 2 2 3 4 6
2	1 2 2 5 7 7 8 9
3	2 3 4

المفتاح 1 | 2 تعنى 2.1

الحل

0.8, 1.0, 1.1, 1.1, 1.1, 1.2, 1.2, 1.3, 1.4, 1.6, 2.1, 2.2, 2.2, 2.5, 2.7, 2.7, 2.8, 2.9, 3.2, 3.3, 3.4

الربيع الأول　　الوسيط　　الربيع الثالث

1 الوسيط = 2.1　　2 الرُّبيع الأول = 1.15

3 الرُّبيع الثالث = 2.75　　4 المنوال = 1.1

تعلم 4 المخططات البيانية المضللة:

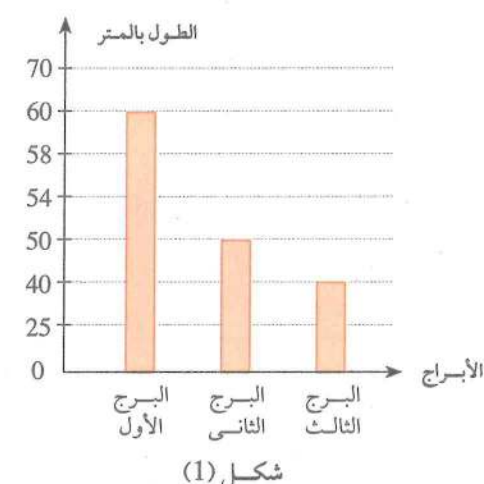
- يمكن أن تكون الرسوم البيانية أداة فعالة لتوضيح البيانات، لكنها أيضًا يمكن أن تكون مضللة إذا لم تستخدم بشكل صحيح، أو لم تعرض البيانات بشكل صحيح؛ مما يؤدى أحيانًا إلى التأثير على الاستنتاجات.
- **من الطرق الشائعة التى يمكن أن تكون فيها الرسوم البيانية مضللة:**

1 إذا كان المحور الرأسى لا يبدأ من الصفر.

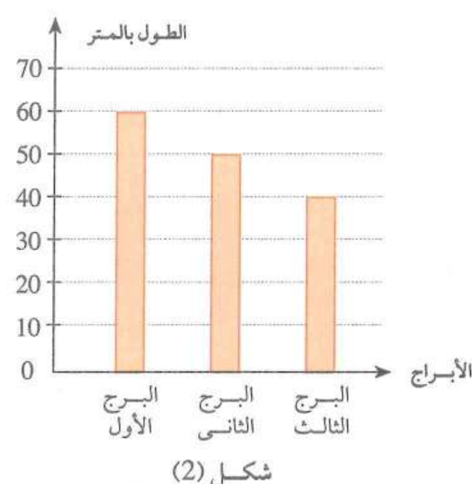
2 إذا استخدم مقياس رسم غير متساوٍ على المحور الرأسى.

لذلك: دائمًا يجب قراءة المخططات البيانية بعناية وفهم كيفية تمثيلها لتجنب الوقوع فى التضليل البيانى.

مثال 7 يوضح كل من المخططين البيانيين الآتيين أطوال ثلاثة أبراج سكنية بالمتر، ما المخطط البيانى الذى يمكن أن يكون مضللًا ؟ ولماذا؟



شكل (1)



شكل (2)

الحل

من الواضح أن المخطط البيانى فى شكل (1) مضلل حيث إن المحور الرأسى لم يستخدم مقياس رسم متساويًا، وفيه يبدو أن طول البرج الأول ضعف طول البرج الثانى.



أسئلة الكتاب المدرسى　أسئلة موقع الوزارة

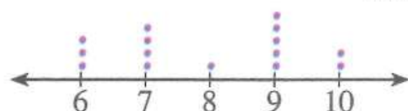
الإحصاء - مخطط الأعمدة البيانية ومخطط التمثيل بالنقاط:

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 ما هو نوع الفاكهة المفضلة لدى التلاميذ فى فصلك؟
للإجابة عن هذا السؤال فإن التمثيل البيانى الأفضل لهذا الموقف هو: ....

(أ) مخطط التمثيل البيانى بالنقاط　　(ب) التمثيل البيانى بالأعمدة
(جـ) المدرج التكرارى　　(د) مخطط الساق والأوراق

2 **أولًا:** من مخطط التمثيل بالنقاط المقابل: ما الدرجة الأقل تكرارًا؟ ....

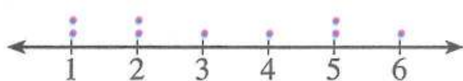


(أ) 10　　(ب) 8
(جـ) 6　　(د) 7

ثانيًا: من مخطط التمثيل بالنقاط المقابل: كم عدد الطلاب المشاركين فى الاستبيان؟ .... طالبًا.

(أ) 10　　(ب) 5　　(جـ) 15　　(د) 12

3 مستخدمًا المخطط المقابل يكون الوسيط = ...　(الجيزة 2025)



(أ) 2　　(ب) 3
(جـ) 4　　(د) 5

2 مثل البيانات التالية بمخطط الأعمدة:

وسيلة المواصلات	مواصلات عامة	سيارة خاصة	مترو الأنفاق	سيرًا على الأقدام
العدد (التكرار)	35	20	15	20

3 البيانات الآتية هى عدد مبيعات أجهزة الكمبيوتر المحمول فى أحد متاجر الكمبيوتر خلال ستة أشهر:

الشهر	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
عدد المبيعات (التكرار)	8	6	7	8	8	7

مثل هذه البيانات بمخطط بيانى مناسب.

4 توضح البيانات بالجدول المقابل عدد أيام الإجازات خلال سنة لـ 16 عاملًا:

ارسم مخطط الأعمدة الذى يمثل البيانات، ثم أجب عن السؤالين التاليين:

1 ما عدد العمال الذين حصلوا على إجازات أقل من 16 يومًا فى السنة؟

2 ما عدد العمال الذين حصلوا على إجازات أكثر من 16 يومًا فى السنة؟

عدد الأيام	التكرار
9	1
13	4
15	4
16	2
17	1
20	4

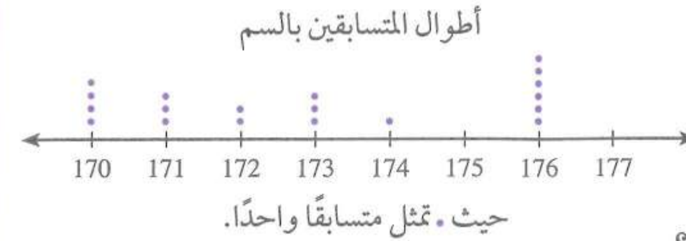
5 **من التمثيل البيانى المقابل أجب عما يأتى:**

1 ما عدد المشتركين فى الاستبيان؟

2 ما الطول الأكثر تكرارًا؟

3 ما الطول الأقل تكرارًا؟

4 ما عدد المتسابقين الذين يقل طولهم عن 173 سم؟



6 **توضح البيانات الآتية عدد ساعات المذاكرة لدى 21 تلميذًا. مثّل البيانات باستخدام مخطط التمثيل بالنقاط:**

1	1	6	2	1	3	5
6	2	3	6	5	2	6
8	5	4	3	4	8	2

الجدول التكرارى ذو المجموعات وتمثيله (المدرج التكرارى):

7 **اختر الإجابة الصحيحة:**

1 يعرض التمثيل البيانى بـ .... بيانات عددية مجمعة فى فترات.

(أ) النقاط (ب) الأعمدة (جـ) المدرج التكرارى (د) الساق والأوراق

2 كل المخططات التالية تظهر القيم الحقيقية للبيانات ما عدا مخطط .... (الشرقية 2025)

(أ) التمثيل بالنقاط (ب) الأعمدة البيانية (جـ) المدرج التكرارى (د) الساق والأوراق

3 الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من البيانات يسمى .... (القاهرة 2025)

(أ) المنوال (ب) الوسيط (جـ) المدى (د) المتوسط الحسابى

4 لتمثيل عدد كبير جدًا من البيانات نستخدم التمثيل البيانى بـ ....

(أ) النقاط (ب) المدرج التكرارى (جـ) الأعمدة (د) الصندوق

5 المدى للقيم 1 ، 9 ، 11 ، 13 ، 20 هو .... (الشرقية 2025)

(أ) 1 (ب) 4 (جـ) 19 (د) 8

6 إذا كان المدى لمجموعة من القيم هو 26 وكانت القيمة الصغرى هى 13 فما القيمة الكبرى؟ ....

(أ) 13 (ب) 26 (جـ) 39 (د) 36 (القاهرة 2025)

7 من الجدول التكرارى المقابل:

فترات الدرجات	10–	20–	30–	40–	50–
(التكرار)	3	5	7	4	8

عدد الذين حصلوا على 30 درجة فأكثر = ...

(أ) 7 (ب) 11 (جـ) 19 (د) 27 (القاهرة 2025)

8 **البيانات الآتية هى درجات 20 طالبًا فى أحد الاختبارات الشهرية لمادة الرياضيات:**

الفترات	10–	20–	30–	40–	50–
(التكرار)	3	5	7	4	1

مثل البيانات السابقة بالمدرج التكرارى. (القاهرة 2025)

9 **تتكون البيانات الآتية من الكتل بالكيلو جرام لمجموعة من 30 طالبًا:**

54 , 76 , 81 , 53 , 72 , 48 , 43 , 70 ,
67 , 84 , 62 , 75 , 53 , 51 , 64 , 58 ,
42 , 53 , 43 , 60 , 65 , 88 , 80 , 72 ,
71 , 82 , 75 , 55 , 61 , 57

1 قم بتنظيم هذه البيانات فى جدول تكرارى ذى مجموعات مستخدمًا فترات متساوية الطول .... , – 50 , – 40 ثم مثل البيانات بالمدرج التكرارى؟

2 ما الفترة التى تحتوى على أكبر عدد من الطلاب؟

3 ما عدد الطلاب الذين تقل كتلة كل منهم عن 70 كجم؟

مخطط الساق والأوراق والمخطط الصندوقى:

10 **اختر الإجابة الصحيحة:**

1 من مخطط الساق والأوراق المقابل فإن المدى = ... (القاهرة 2025)

(أ) 21 (ب) 58 (جـ) 72 (د) 78

الأوراق	الساق
7 8	5
2 7 8	7
المفتاح	2	7 تعنى 72

2 فى الشكل المقابل: المنوال = ... (القليوبية 2025)

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 12 (د) 23

الأوراق	الساق
0 1 2 2	1
1 2 3 3 3	2
4 5	3
المفتاح	4	3 تعنى 34

3 من مخطط الساق والأوراق المقابل، ما قيمة المنوال؟ ....

(أ) 4 فقط (ب) 5 فقط (جـ) 4 , 5 (د) 34 , 45 (المنوفية 2025)

الأوراق	الساق
1 3 6 8	2
2 4 4 8 9	3
1 5 5 6 7 8	4
0 3 7 9	5
المفتاح	3	5 تعنى 53

4 الوسيط فى مخطط الساق والأوراق هو ....

(أ) 37 (ب) 32 (جـ) 23 (د) 21 (المنوفية 2025)

الأوراق	الساق
1 1 3	2
2 7	3
3 5	4
المفتاح	3	4 تعنى 43

5 من مخطط الساق والأوراق المقابل، ما الوسيط؟ ....

الأوراق	الساق
9	0
0 2 2 2 3 4 5 6 6	1
0 1 1 5 7 8 9	2
1 2 3	3
المفتاح	1 | 3 تعنى 31

(أ) 16 (ب) 17 (جـ) 18 (د) 20 (القليوبية 2025)

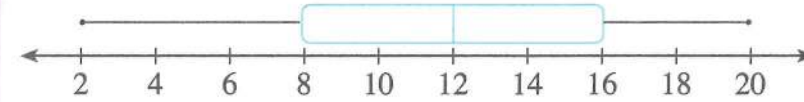
6 يمكن إيجاد .... مباشرة من مخطط التمثيل بالصندوق.

(أ) الوسيط (ب) الوسط الحسابى (جـ) المنوال (د) لا شيء مما سبق

7 .... هو أسهل طريقة لإيجاد الوسيط والرُّبيع الأول والرُّبيع الثانى.

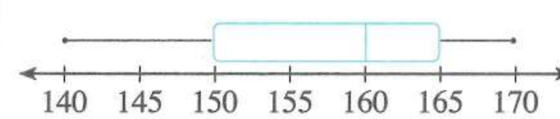
(أ) المدرج التكرارى (ب) مخطط التمثيل البيانى بالنقاط (جـ) المخطط الصندوقى (د) التمثيل البيانى بالأعمدة

8 من المخطط الصندوقى المقابل: الوسيط = ...



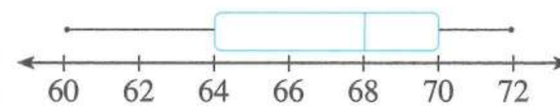
(أ) 14 (ب) 12 (جـ) 16 (د) 8 (القاهرة 2025)

9 يمثل الشكل التالى المخطط الصندوقى لأطوال 50 طالبًا بالسنتيمتر فإن الرُّبيع الأول = ... سم. (دمياط 2025)



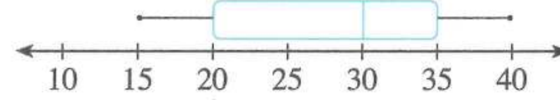
(أ) 140 (ب) 150 (جـ) 160 (د) 165

10 من المخطط الصندوقى المقابل: الرُّبيع الثالث = ... (المنيا 2025)



(أ) 60 (ب) 64 (جـ) 68 (د) 70

11 من المخطط الصندوقى المقابل: المدى هو ....



(أ) 30 (ب) 40 (جـ) 25 (د) 20

12 الرُّبيع الأول للقيم 12 , 15 , 8 , 14 , 10 , 16 هو .... (الدقهلية 2025)

(أ) 12 (ب) 10 (جـ) 11 (د) 15

13 الرُّبيع الثالث للقيم 12 , 15 , 11 , 14 , 10 , 16 هو .... (القاهرة 2025)

(أ) 12 (ب) 13 (جـ) 14 (د) 15

14 الرُّبيع الأول للقيم 9 , 6 , 9 , 3 , 11 , 4 , 7 , 8 , 12 هو ....

(أ) 8 (ب) 7.5 (جـ) 5 (د) 6

11 من مخطط الساق والأوراق المقابل، أوجد:

الأوراق	الساق
1 1 2	2
2 3	3
2 2 2	4
1 3 5	5
المفتاح	2 | 3 تعنى 32

1 الوسيط.
2 الرُّبيع الثالث. (الدقهلية 2025)

12 من مخطط الساق والأوراق المقابل، أوجد:

الأوراق	الساق
0 3 6	2
2 2	3
3 8	4
2 3 7 9	5
المفتاح	3 | 4 تعنى 43

1 الطول المنوالى.
2 الوسيط والرُّبيع الأول والرُّبيع الثالث. (الجيزة 2025)
3 المدى.

13 من مخطط الساق والأوراق المقابل، أوجد:

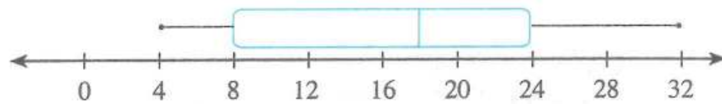
الأوراق	الساق
6 8	0
2 4 5	1
6	2
1 8	3
المفتاح	2 | 1 تعنى 1.2

1 المنوال. 2 الوسيط.
3 الرُّبيع الأول. 4 المدى.

14 تمثل البيانات التالية درجات الحرارة المسجلة فى إحدى المدن خلال ثلاثة أسابيع. ارسم مخطط الساق والأوراق ثم استنتج منه الوسيط والمنوال: (دمياط 2025)

34	33	25	43	42	21	40
38	41	24	25	25	19	32
17	33	26	28	41	29	18

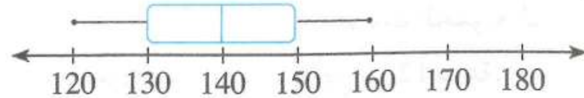
15 لاحظ المخطط الصندوقى التالى، ثم أجب عن الأسئلة الآتية:



1 ما قيمة الحد الأدنى؟ .... 2 ما قيمة الحد الأعلى؟ .... 3 ما قيمة المدى؟ ....
4 ما قيمة الوسيط؟ .... 5 ما قيمة الرُّبيع الأول؟ .... 6 ما قيمة الرُّبيع الثالث؟ ....

16 المخطط الصندوقى المقابل يمثل أطوال طلاب، أوجد: (القليوبية 2025)

1 الوسيط. 2 الرُّبيع الأول. 3 الرُّبيع الثالث.



17 ارسم المخطط الصندوقى لكل مما يأتى:

1 8 , 5 , 1 , 4 , 2 , 8 , 3 , 5 , 10 , 5 , 7

2 80 , 63 , 60 , 75 , 72 , 75 , 70 , 65 , 70 , 65

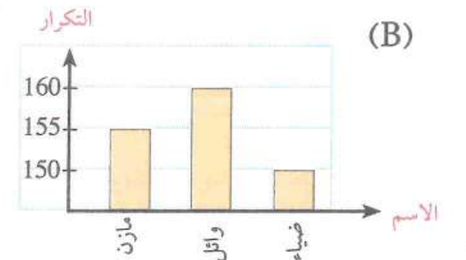
3 15 , 11 , 12 , 15 , 16 , 20 , 10 , 10 , 11 , 20 , 18 , 20 , 11 , 10

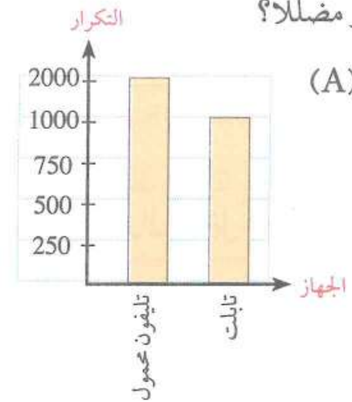


المخططات البيانية المضللة:

18 اختر الإجابة الصحيحة:

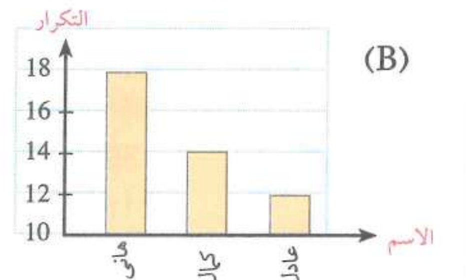
1 المخططان البيانيان الآتيان أحدهما يمثل أطوال ثلاثة أصدقاء، والآخر يمثل أعداد ما يملكه موظفو شركة ما من أجهزة التابلت أو التليفون المحمول، أى من المخططين يعتبر مضللًا؟

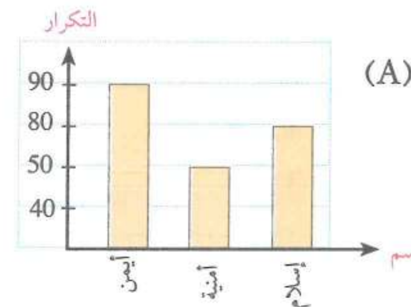




(أ) A فقط مضلل　(ب) B فقط مضلل　(جـ) كلاهما مضلل　(د) كلاهما غير مضلل

2 المخططان البيانيان الآتيان أحدهما يمثل أوزان ثلاثة إخوة، والآخر يمثل درجات ثلاثة أصدقاء فى اختبار مادة ما. أى من المخططين يعتبر مضللًا؟





(أ) A فقط مضلل　(ب) B فقط مضلل　(جـ) كلاهما مضلل　(د) كلاهما غير مضلل

تفكير إبداعى TIMSS

19 يوضح مخطط الساق والأوراق المقابل عُمر البطارية لعدد 25 تليفونًا محمولًا:

الساق	الأوراق
0	8 9
1	0 1 1 2 2 2 3 4 5 6 7 8 9
2	0 2 5 6 7 8 9 9
3	1 2
المفتاح	3 | 2 تعنى 32 ساعة

1 ارسم المخطط الصندوقى لهذه البيانات.

2 ما عدد التليفونات المحمولة التى يكون متوسط عُمر البطاريات لديها أكثر من 17 ساعة؟

3 أوجد النسبة المئوية للتليفونات المحمولة التى يكون متوسط عُمر البطاريات لديها أقل من 12 ساعة.

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى مما يلى يصلح لتمثيل البيانات الوصفية؟ .... (القاهرة 2025)

(أ) المدرج التكرارى　(ب) الأعمدة البيانية

(جـ) مخطط التمثيل بالنقاط　(د) مخطط الساق والأوراق

2 فى مخطط الساق والأوراق المقابل: الوسيط = ...

(أ) 29.5　(ب) 36.5

(جـ) 43.5　(د) 38

الساق	الأوراق
2	7 1 9
3	1 2 5 8
4	0 3 4 7 9
المفتاح	3 | 1 تعنى 31 درجة

3 المدى للقيم الآتية: 10 , 35 , 24 , 12 , 42 هو .... (القاهرة 2025)

(أ) 10　(ب) 42　(جـ) 32　(د) 24

4 لرسم المدرج التكرارى يجب حساب .... (الفيوم 2025)

(أ) الوسيط　(ب) الرُّبيع الأول　(جـ) المدى　(د) الرُّبيع الثالث

5 أى من المخططات الآتية لا يظهر البيانات الحقيقية؟ ....

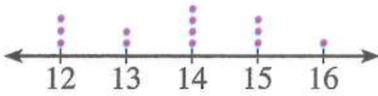
(أ) مخطط الساق والأوراق　(ب) مخطط التمثيل بالنقاط

(جـ) المدرج التكرارى　(د) التمثيل بالأعمدة

6 من مخطط التمثيل بالنقاط المقابل: ما الدرجة الأكثر تكرارًا؟ ....

(أ) 16　(ب) 15

(جـ) 14　(د) 12



2 أكمل ما يأتى:

1 الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة هو ....

2 المخطط الصندوقى هو أسهل طريقة لإيجاد .... و .... و ....

3 إذا كان المدى لمجموعة من القيم يساوى 15 وكانت القيمة الكبرى 21 تكون القيمة الصغرى هى ....

3 أجب عما يأتى: (الدقهلية 2025)

1 مثل البيانات الآتية بمخطط الساق والأوراق: 1.4 , 2.4 , 3.9 , 2.8 , 1.5 , 2 , 3.3 , 2.1 , 2.3 ثم **أوجد الوسيط.**

2 من مخطط الساق والأوراق المقابل، أوجد:

(أ) المنوال.

(ب) الوسيط.

(جـ) الرُّبيع الأول.

الساق	الأوراق
1	2
2	0 2 2 2 8
3	2 5 6 6
المفتاح	3 | 2 تعنى 32


فيديو الشرح

ذاكر — الدرس 2: الوسط الحسابى (Arithmetic Mean)



نواتج التعلم

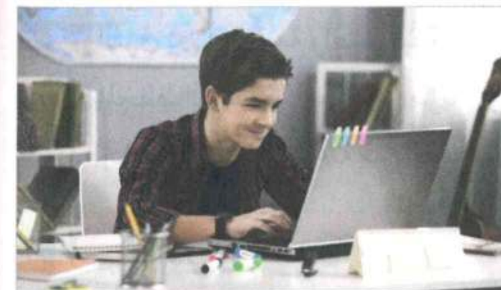
- يعرف الطالب مقاييس النزعة المركزية.
- يعرف الطالب كيفية حساب الوسط الحسابى لمجموعة من القيم.
- يعرف الطالب كيفية حساب الوسط الحسابى من الجدول التكرارى.
- يعرف الطالب مفهوم البيانات الإحصائية المضللة.

مفردات أساسية: – الوسط الحسابى (Arithmetic Mean) – الوسيط (Median) – المنوال (Mode)

فكر وناقش:

1 أوجد الوسط الحسابى والوسيط والمنوال للقيم 30 , 20 , 45 , 15 , 120 ، **ثم أوجد القيمة المتطرفة.**

2 إذا كان لديك 4 أعداد a , b , c , d وكان متوسط أول عددين 21 ومتوسط العددين الأخيرين 30 ، فما متوسط الأعداد الأربعة؟



3 يوضح الجدول التكرارى التالى استهلاك الإنترنت بالـGB لأسرة خلال شهر.

ما متوسط استهلاك الإنترنت اليومى لهذه الأسرة؟

استهلاك الإنترنت بالـ(GB)	12	13	5	4	20
عدد الأيام	5	7	4	12	2

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية إيجاد الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى، والذى سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

تعلم 1 مقاييس النزعة المركزية:

مقاييس النزعة المركزية: هى القيم التى تصف مركز تجمع مجموعة من البيانات.

1 **الوسط الحسابى (المتوسط):** هو ناتج قسمة مجموع القيم على عددها.

الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد هذه القيم}}$

مثل: الوسط الحسابى للقيم: 6 , 7 , 4 , 8 , 10 هو 7 (لأن: $\frac{6+7+4+8+10}{5} = 7$)

2 **الوسيط:** هو القيمة التى تتوسط مجموعة من القيم بعد ترتيبها تصاعديًا أو تنازليًا.

- إذا كان عدد القيم فرديًا:

مثل: الوسيط للقيم: 4 , 8 , 3 , 5 , 1 هو 4 (لأن: 1 , 3 , ④ , 5 , 8)

- إذا كان عدد القيم زوجيًا:

مثل: الوسيط للقيم: 10 , 7 , 6 , 1 , 4 , 3 هو 5 (لأن: 1 , 3 , ④ , ⑥ , 7 , 10 ⇒ $\frac{4+6}{2} = 5$)

3 **المنوال:** هو القيمة الأكثر تكرارًا (شيوعًا) بين مجموعة من القيم.

مثل: المنوال للقيم: ② , 3 , 4 , ② , 5 , ② هو 2

مثل: المنوال للقيم: ⑤ ، ⑦ ، ⑤ ، 6 ، ⑦ ، ⑤ ، ⑦ هو: 5 ، 7 ويسمى (ثنائى المنوال)

لاحظ أن

- الوسط الحسابى هو أكثر مقاييس النزعة المركزية استخدامًا.
- لا يوجد منوال للقيم 7 , 10 , 2 , 1

مثال 1 أجب عما يأتى:

1 إذا كان الوسط الحسابى للقيم: 7 , 9 , x , 11 هو 8 ، **فأوجد قيمة** x

2 إذا كان الوسط الحسابى للقيم: 4 , $x+1$, 5 هو 4 ، **فأوجد قيمة** x

3 إذا كان الوسط الحسابى للقيم: 8 , $x+1$, 3 , 4 , $x+3$ هو 15، **فأوجد قيمة** x

الحل

1 الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد هذه القيم}}$

$\frac{11+x+9+7}{4} = 8$

$\frac{x+27}{4} = 8$

$x+27 = 32$

$x = 32 - 27$

$x = 5$

2 الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد هذه القيم}}$

$\frac{5+x+1+4}{3} = 4$

$\frac{x+10}{3} = 4$

$x+10 = 12$

$x = 12 - 10$

$x = 2$

3 الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد هذه القيم}}$

$\frac{8+x+1+3+4+x+3}{5} = 15$

$\frac{2x+19}{5} = 15$

$2x + 19 = 75$

$2x = 75 - 19 = 56$

$x = \frac{56}{2} = 28$

سؤال 1

أوجد الوسط الحسابى والوسيط والمنوال للقيم: 4 , 5 , 8 , 10 , 11 , 6 , 5

مثال 2

• إذا كان متوسط درجات كريم فى 5 اختبارات هو 84 درجة، وكان متوسط درجاته فى الاختبارات الثلاثة الأولى هو 80، **فما متوسط درجاته فى آخر اختبارين؟**



الحل

• مجموع درجات الاختبارات الخمسة = $84 \times 5 = 420$ درجة.

• مجموع درجات الاختبارات الثلاثة الأولى = $80 \times 3 = 240$ درجة.

• مجموع درجات آخر اختبارين = 180 درجة (لأن: $420 - 240 = 180$ ◄)

• متوسط درجات آخر اختبارين = $\frac{180}{2} = 90$ درجة

مثال 3

• فريق لكرة السلة يلعب 5 مباريات بحيث يكون الحد الأقصى للنقاط فى كل مباراة 21 نقطة ، فإذا كانت نقاط الفريق فى 3 مباريات هى 16 , 18 , 20 **فما أقل عدد من النقاط يمكن للفريق الحصول عليه فى إحدى المباراتين الباقيتين، علمًا بأن متوسط النقاط فى المباريات الخمس هو 19 نقطة؟**

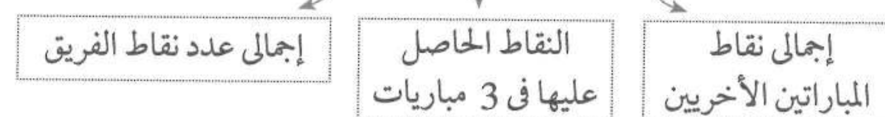
الحل

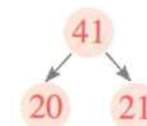
• إجمالى نقاط الفريق فى المباريات الثلاث = $16 + 18 + 20 = 54$ نقطة

• متوسط عدد النقاط فى المباريات الخمس = 19 نقطة ، وبالتالى فإن إجمالى نقاط الفريق = 95 (لأن: $19 \times 5 = 95$ ◄)

• مجموع نقاط الفريق فى المباراتين الباقيتين= 41 نقطة

(لأن: $95 - 54 = 41$ ◄)





• ولأن الحد الأقصى لنقاط المباراة هو 21 نقطة،

فإن أقل عدد من النقاط يمكن الحصول عليه فى إحدى المباراتين الباقيتين يساوى 20 نقطة.

تعلم 2 الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى:

◄ يمكننا حساب الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى باستخدام الصيغة الرياضية التالية:

الوسط الحسابى $\bar{x} = \frac{\sum (f.x)}{\sum f}$

← مجموع حواصل ضرب القيم فى التكرارات (البسط)

← مجموع التكرارات (المقام)

لاحظ أن

• الرمز $\sum$ (سيجما) يقرأ: مجموع.

• الرمز $\bar{x}$ (الوسط الحسابى) يقرأ: x بار.

مثال 4

• الجدول التكرارى التالى يوضح درجات 10 تلاميذ فى اختبار الشهر لمادة الرياضيات، **أوجد الوسط الحسابى لدرجات التلاميذ.**

درجات التلاميذ (x)	10	14	15	8	المجموع
عدد التلاميذ (f)	3	1	4	2	10

الحل

• لإيجاد متوسط درجات التلاميذ (x) نكوّن الجدول المقابل.

• نضرب كل قيمة من العمود (x) فى القيمة المناظرة لها من العمود (f)،

وبالتالى فإن الوسط الحسابى للدرجات: $\bar{x} = \frac{\sum (f.x)}{\sum f}$

$\bar{x} = \frac{120}{10} = 12$

وبالتالى فإن الوسط الحسابى للدرجات هو : 12 درجة

x	f	$f.x$
10	3	$3 \times 10 = 30$
14	1	$1 \times 14 = 14$
15	4	$4 \times 15 = 60$
8	2	$2 \times 8 = 16$
المجموع	10	120

مثال 5 أكمل ما يلى:

1 إذا كان لمجموعة بيانات: $\sum f = 18$ ، $\sum (f.x) = 90$ فإن: $\bar{x} =$ ....

2 إذا كان لمجموعة بيانات: $\sum (f.x) = 30$ ، $\bar{x} = 2$ فإن: $\sum f =$ ....

3 إذا كان لمجموعة بيانات: $\sum f = 25$ ، $\bar{x} = 3$ فإن: $\sum (f.x) =$ ....

الحل

1 $\bar{x} = \frac{\sum (f.x)}{\sum f}$ ، $\bar{x} = \frac{90}{18} = 5$

2 $\bar{x} = \frac{\sum (f.x)}{\sum f}$ ، $2 = \frac{30}{\sum f} \Rightarrow \sum f = \frac{30}{2} = 15$

3 $\bar{x} = \frac{\sum (f.x)}{\sum f}$ ، $3 = \frac{\sum (f.x)}{25} \Rightarrow \sum (f.x) = 75$

مثال 6 الجدول التالى يعرض عدد ساعات التدريب لبعض المتسابقين:

عدد الساعات (x)	3	4	5	6	7	8
عدد المتسابقين (f)	4	n	1	1	2	3

أوجد عدد المتسابقين الذين يتدربون لمدة 4 ساعات إذا كان الوسط الحسابى لعدد ساعات التدريب يساوى 4.5 ساعة.

الحل

• الوسط الحسابى ($\bar{x}$) = 4.5 ساعة = $\frac{9}{2}$ ساعة

◄ $\bar{x} = \frac{\sum (f.x)}{\sum f}$

$\frac{9}{2} = \frac{4n + 61}{n + 11}$

$9(n + 11) = 2(4n + 61)$

$9n + 99 = 8n + 122$

$9n - 8n = 122 - 99 \Rightarrow n = 23$

• عدد المتسابقين الذين يتدربون لمدة 4 ساعات = 23

عدد الساعات (x)	عدد المتسابقين (f)	$f.x$
3	4	12
4	n	4n
5	1	5
6	1	6
7	2	14
8	3	24
المجموع	n + 11	4n + 61

تعلم 3 البيانات الإحصائية المضللة:

إذا تم حساب الوسط الحسابى وكانت بالقيم المعطاة قيم متطرفة (وهى قيم إما أن تكون أكبر بكثير أو أقل بكثير من القيم المعطاة) فإن الوسط الحسابى فى هذه الحالة يكون مضللًا؛ ولذلك فى هذه الحالة يفضل استخدام الوسيط أو المنوال.

مثل: القيمة المتطرفة للقيم: 20 ، 4 ، 25 ، 30 ، 15 هى 4 لأنها أقل بكثير من باقى القيم.

أو القيمة المتطرفة للقيم: 100 ، 150 ، 1,110 ، 200 ، 250 هى 1,110 لأنها أكبر بكثير من باقى القيم.

مثال 7

لاحظ القيم التالية، 120 , 90 , 100 , 90 , 10 ثم حدد القيم المتطرفة، ثم أوجد الوسط الحسابى والوسيط والمنوال فى حالة وجود القيمة المتطرفة وفى حالة عدم وجودها، ثم اذكر ماذا تلاحظ.

الحل

- القيمة المتطرفة هى: 10
- الوسط الحسابى فى حالة وجود القيمة المتطرفة هو: 82 (لأن: $\frac{10+90+90+100+120}{5}=82$)
- الوسط الحسابى فى حالة عدم وجود القيمة المتطرفة هو: 100 (لأن: $\frac{90+90+100+120}{4}=100$)
- الوسيط فى حالة وجود القيمة المتطرفة هو: 90 (لأن: 10 , 90 , 90 , 100 , 120)
- الوسيط فى حالة عدم وجود القيمة المتطرفة هو: 95 (لأن: 90 , 90 , 100 , 120 $\Rightarrow \frac{90+100}{2}=95$)
- المنوال فى حالة وجود القيمة المتطرفة هو: 90 (لأن 10 , 90 , 90 , 100 , 120)
- المنوال فى حالة عدم وجود القيمة المتطرفة هو: 90 (لأن 90 , 90 , 100 , 120)

لاحظ أن

- القيمة المتطرفة لها تأثير كبير على الوسط الحسابى.
- القيمة المتطرفة لها تأثير ضعيف على الوسيط ولا تؤثر على المنوال.
- فى حالة وجود قيمة متطرفة بين القيم يفضل استخدام الوسيط أو المنوال لوصف البيانات.
- إيجاد الوسط الحسابى لمجموعة قيم تحتوى على قيمة متطرفة يمكن أن يكون مضللًا.

مثال 8

حصل طالب على الدرجات الآتية فى خمسة امتحانات: 55 , 60 , 56 , 100 , 59 علمًا بأن الدرجة العظمى للامتحان هى 100 **أوجد: الوسط الحسابى والوسيط لدرجات الطالب، ثم حدد: أى من هذه المقاييس أكثر صدقًا؟**

الحل

الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{55+60+56+100+59}{5} = 66$ درجة

الوسيط = 59 (لأن: 55 , 56 , 59 , 60 , 100)

- المقياس الأكثر صدقًا هو الوسيط؛ لأن البيانات تحتوى على قيمة متطرفة هى (100)

سؤال 2

أوجد الوسط الحسابى والوسيط للقيم: 5 , 6 , 7 , 3 , 34 ثم حدد: أى المقاييس أكثر صدقًا؟

مقاييس النزعة المركزية:

1 أكمل ما يأتى:

1. من مقاييس النزعة المركزية .... ، .... و ....
2. الوسط الحسابى لمجموعة من القيم هو ....
3. القيمة الأكثر تكرارًا بين مجموعة من القيم تسمى ....
4. الوسط الحسابى للقيمتين 6 , 4 هو ....
5. الوسيط للقيم 4 , 5 , 2 هو ....
6. المنوال للقيم 11 , 15 , 14 , 11 , 12 , 11 , 14 هو ....
7. إذا كان الوسط الحسابى للأعداد x , 5 , 3 هو 4 فإن: $x =$ ....
8. إذا كان مجموع ثلاثة أعداد هو 63 فإن الوسط الحسابى لهذه الأعداد يساوى ....
9. إذا كان الوسط الحسابى للقيم $x+7$, $x+3$, $x+5$ هو 9 فإن: $x =$ ....
10. إذا كان لمجموعة من القيم $\sum f = 5$, $\sum (f.x) = 35$ فإن: $\bar{x} =$ ....

2 اختر الإجابة الصحيحة:

1. الوسط الحسابى للأعداد: 1 , 9 , 7 , 3 هو .... (القاهرة 2025)
   (أ) 4 (ب) 9 (جـ) 5 (د) 7
2. الوسط الحسابى للأعداد: 9 , 3 , 4 , 6 , 8 , 4 , 8 هو .... (القاهرة 2025)
   (أ) 4.5 (ب) 6.5 (جـ) 6 (د) 7
3. إذا كان الوسط الحسابى لدرجات طالب فى خمسة امتحانات هو 95 درجة فإن مجموع درجات الطالب = ... درجة. (الفيوم 2025)
   (أ) 19 (ب) 100 (جـ) 450 (د) 475
4. إذا كان الوسط الحسابى لأطوال أضلاع مثلث يساوى 8 سم كان محيط المثلث = ... سم. (الدقهلية 2025)
   (أ) 24 (ب) 88 (جـ) 11 (د) 15
5. الوسيط لمجموعة القيم: 9 , 15 , 13 , 14 , 8 هو .... (الدقهلية 2025)
   (أ) 13 (ب) 7 (جـ) 15 (د) 55
6. الوسيط لمجموعة القيم: 3 , 10 , 8 , 6 , 9 , 4 هو .... (الشرقية 2025)
   (أ) 6 (ب) 7 (جـ) 10 (د) 9

7 المنوال للقيم: 7 , 9 , 6 , 7 , 3 هو .... (كفر الشيخ 2025)

(أ) 4 (ب) 6 (جـ) 3 (د) 7

8 المنوال للقيم: 8 , 7 , 5 , 2 هو ....

(أ) 8 (ب) 6 (جـ) 5 (د) ليس لها منوال

9 إذا كان الوسط الحسابى للأعداد: 3 , 6 , 5 , x , 8 هو 6 فإن: .... = x . (الدقهلية 2025)

(أ) 30 (ب) 8 (جـ) 5 (د) 4

10 إذا كان الوسط الحسابى للقيم: $x - 3$, $x + 3$, x هو 15 فإن: .... = x . (دمياط 2025)

(أ) 15 (ب) 5 (جـ) 8 (د) 2

11 إذا كان الوسيط للقيم: $x + 4$, $x + 1$, $x + 6$ هو 7 ، فإن: .... = x .

(أ) 4 (ب) 6 (جـ) 3 (د) 1

12 إذا كان المنوال لمجموعة القيم: 9 , x , 4 , 3 , 7 هو 4 ، فإن: x تساوى .... (المنوفية 2025)

(أ) 3 (ب) 7 (جـ) 4 (د) 2

13 إذا كان المنوال للقيم: 11 , 12 , 10 , $2x$ هو 10 ، فإن: x تساوى .... (الدقهلية 2025)

(أ) 6 (ب) 10 (جـ) 5 (د) 4

14 إذا كان المنوال للقيم: $x - 1$, 7 , 8 , 9 هو 8 ، فإن x تساوى .... (القاهرة 2025)

(أ) 6 (ب) 7 (جـ) 8 (د) 9

3 أوجد الوسط الحسابى والوسيط والمنوال لكل من القيم الآتية:

1 13 , 17 , 19 , 10 , 11 (القاهرة 2025)

2 20 , 31 , 40 , 20 , 23 , 34

3 5 , 6 , 4 , 7 , 3 , 3 , 8 , 4 , 5

4 الجدول التالى يبين عدد ساعات المذاكرة لإحدى الطالبات خلال 6 أيام متتالية كالآتى:

اليوم	السبت	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
عدد ساعات المذاكرة	$3\frac{1}{2}$	3	$2\frac{1}{2}$	3	4	2

احسب متوسط عدد ساعات المذاكرة يوميًا.

5 أوجد قيمة الرمز المجهول فى كل مما يأتى:

1 إذا كان الوسط الحسابى للقيم: $x + 2$, $x + 1$, x هو 5 (القاهرة 2025)

2 إذا كان الوسط الحسابى للقيم: 2 , 6a , 5a , 2a هو 7

3 إذا كان الوسط الحسابى للقيم: $2x + 4$, $x - 5$, $x + 2$, 8 , $x + 1$ هو 7

4 إذا كان الوسيط للقيم: b + 1 , b + 3 , b − 1 , b − 2 , b + 2 هو 10

5 إذا كان المنوال للقيم: 222 , 22 , 2 , $x - 2$, 2 , 22 هو 2

6 إذا كان الوسط الحسابى لدرجات طالب فى خمسة امتحانات هو 94 درجة وكانت درجاته فى أول أربعة امتحانات منها: 91 , 94 , 92 , 97 فأوجد درجته فى الامتحان الخامس.

7 إذا كان الوسط الحسابى للقيم: 2n − 2 , 14 , n + 3 , 16 هو 15.25 فأوجد الوسيط لهذه القيم.

الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى:

8 اختر الإجابة الصحيحة:

1 لمجموعة من البيانات إذا كانت $\sum f = 10$, $\sum (f.x) = 80$ فإن: .... = $\bar{x}$ (المنوفية 2025)

(أ) $\frac{1}{8}$ (ب) 10 (جـ) 80 (د) 8

2 إذا كان لمجموعة من البيانات: $\sum (f.x) = 2,800$, $\bar{x} = 70$ فما قيمة .... $\sum f$ ؟ (الجيزة 2025)

(أ) 40 (ب) 280 (جـ) 28 (د) 480

3 إذا كان لمجموعة من البيانات: $\sum f = 17$, $\bar{x} = 5$ فإن قيمة $\sum (f.x)$ تساوى .... (الشرقية 2025)

(أ) 200 (ب) 150 (جـ) 120 (د) 85

9 إذا كان لمجموعة من البيانات: $\sum (f.x) = 1,500$, $\bar{x} = 20$ فما قيمة $\sum f$ ؟

10 سُئلت مجموعة من طلاب الصف الأول الإعدادى عن عدد ساعات ممارسة الرياضة فى الأسبوع وكانت الإجابة كما بالجدول المقابل:

عدد الساعات (x)	1	2	3	4	5	المجموع
(f) (التكرار)	11	6	10	8	15	50

احسب الوسط الحسابى لعدد ساعات ممارسة الرياضة لهؤلاء الطلاب. (الإسماعيلية 2025)

11 الجدول الآتى يبين عدد ساعات مذاكرة 30 طالبًا للرياضيات فى الأسبوع، احسب الوسط الحسابى لعدد ساعات المذاكرة لهؤلاء الطلاب. (الدقهلية 2025)

عدد الساعات (x)	6	9	12	15	17
(f) (التكرار)	4	7	8	5	6

12 إذا كانت كتل فريق الكاراتيه بالمدرسة بالكيلو جرام موضحة فى الجدول المقابل، فاحسب الوسط الحسابى لكتل هؤلاء اللاعبين.

الكتلة (كجم)	التكرار
71	1
72	2
73	4
74	3
75	5
76	3
77	2

13 الجدول التالى يوضح درجات 40 طالبًا فى مادة الرياضيات. احسب المتوسط لدرجات الطلاب. (كفر الشيخ 2025)

الدرجة	10	20	30	40	50	60	70
(التكرار)	3	7	8	10	6	4	2

14 يبين الجدول الآتى عدد الأطفال لمجموعة من الأسر، ما عدد الأسر التى لديها 4 أطفال بحيث يكون الوسط الحسابى لعدد الأطفال 3 أطفال؟

عدد الأطفال	عدد الأسر
0	20
1	40
2	60
3	80
4	m

البيانات الإحصائية المضللة:

15 اختر الإجابة الصحيحة:

1 حصلت ساندى على الدرجات: 8 , 17 , 16 , 15 , 18 فى خمسة اختبارات لمادة الرياضيات، إذا حذفت المعلمة الدرجة الصغرى، فأى مما يأتى صحيح؟ ...... (المنوفية 2025)

(أ) المتوسط يقل (ب) الوسيط يقل (جـ) المتوسط يزداد (د) المتوسط لم يتغير

2 حصل يوسف على الدرجات: 48 , 47 , 46 , 48 , 45 فى خمسة اختبارات لمادة الرياضيات، فإذا حذف المعلم الدرجة الصغرى، فأى مما يأتى صحيح؟ ...... (المنوفية 2025)

(أ) المنوال يزداد (ب) الوسيط يقل (جـ) المتوسط يزداد (د) الوسيط لم يتغير

16 طالب حصل على الدرجات الآتية فى خمسة امتحانات 40 , 45 , 100 , 50 , 40 ، فإذا كانت الدرجة العظمى للامتحان الواحد 100 درجة، فأوجد كلًا من الوسط الحسابى والوسيط لدرجات الطالب، وأى هذه المقاييس أكثر صدقًا؟

تفكير إبداعى TIMSS

17 أى الأعداد الآتية هو الوسط الحسابى للأعداد الأخرى؟

(أ) 26 (ب) 28 (جـ) 29 (د) 30 (هـ) 37

18 اكتشف الخطأ: أوجد رامى وإيهاب الوسيط لمجموعة البيانات الآتية: 70 , 65 , 65 , 60 , 63 , 64 , 62

فأيهما إجابته صحيحة؟ (فسر إجابتك).

إيهاب: 62 , 64 , 63 , 60 , 65 , 65 , 70 — الوسيط هو 60

رامى: 60 , 62 , 63 , 64 , 65 , 65 , 70 — الوسيط هو 64

19 اكتب خمسة أعداد يكون وسطها الحسابى 11 ، والوسيط 12، والمنوال 14.

20 إذا كان متوسط مجموعة مكونة من خمسة أعداد صحيحة موجبة مختلفة هو 13 وكان الوسيط هو 17 ، فأوجد أقصى قيمة ممكنة لأكبر هذه الأعداد الصحيحة الخمسة.

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 المدى لمجموعة القيم 30 , 25 , 8 , 10 , 19 يساوى ...... (الإسماعيلية 2025)

(أ) 25 (ب) 8 (جـ) 30 (د) 22

2 الوسط الحسابى لمجموعة القيم: 17 , 16 , 15 , 11 , 11 يساوى ...... (القليوبية 2025)

(أ) 15 (ب) 14 (جـ) 11 (د) 6

3 فى الجدول المقابل يكون طول المجموعة = ...

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 8

المجموعات	4–	8–	12–	16–
التكرار	5	8	7	10

4 إذا كان: $2x + 2y = 10$ ، $y \in Z_+$, $x \in Z_+$ فإن الوسط الحسابى للعددين x , y هو ......

(حيث Z_+ مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة)

(أ) 10 (ب) 5 (جـ) 20 (د) 2.5

5 الوسيط للقيم 9 , 11 , 2 , 8 , 7 , 5 , 3 هو ...... (القاهرة 2025)

(أ) 81 (ب) 7 (جـ) 8 (د) 5

6 إذا كان لمجموعة من البيانات: $\sum f = 10$, $\sum (f.x) = 40$ فما قيمة $\bar{x}$ ؟

(أ) 4 (ب) 30 (جـ) 50 (د) 400

2 أكمل ما يأتى:

1 الوسيط هو أحد مقاييس ......

2 الوسط الحسابى لدرجات 10 تلاميذ هو 87 درجة، فإذا تمت إضافة درجتى تلميذين جديدين إلى هذه الدرجات زاد الوسط الحسابى إلى 89 درجة، فإن الوسط الحسابى لدرجتى التلميذين الجديدين يساوى ......

3 إذا كان المنوال للقيم: 3 , $x + 2$, 7 , 4 هو 3 فإن $x =$ ......

3 أجب عما يأتى:

1 إذا كان الوسط الحسابى لدرجات تلميذ فى الشهور الخمسة الأولى 23.8 فما الدرجة التى يجب أن يحصل عليها فى الشهر السادس ليكون الوسط الحسابى لدرجاته 24 درجة؟

2 تمثل البيانات الآتية درجات الحرارة المسجلة فى إحدى المدن خلال ثلاثة أسابيع:

19	25	24	43	25	25	26	42	41	21	
34	28	33	29	32	33	38	40	17	41	18

ارسم مخطط الساق والأوراق ثم استنتج منه الوسيط والمنوال.

3 سُئلت مجموعة من طلاب الصف الأول الإعدادى عن عدد ساعات ممارسة الرياضة فى خمسة أيام، وكانت الإجابات كما بالجدول. احسب الوسط الحسابى لعدد ساعات ممارسة الرياضة لهؤلاء الطلاب. (الأزهر 2025)

عدد الساعات	8	9	10	14	12
التكرار	9	8	14	8	4

ذاكر الدرس 3 القطاعات الدائرية (Pie Charts)


فيديو الشرح



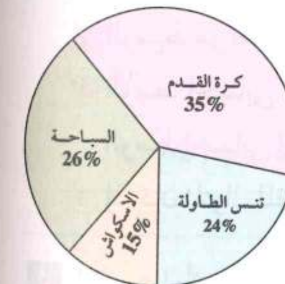
نواتج التعلم

- أن يعرف الطالب مفهوم القطاعات الدائرية.
- أن يتعرف الطالب كيفية تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية.

مفردات أساسية

- مخطط القطاعات الدائرية (Pie Charts) – قطاع دائرى (Circular Sector)
- زاوية مركزية (Central Angle)

فكر وناقش:



1 يوضح مخطط القطاعات الدائرية المقابل نتائج استبيان الرياضة المفضلة لمجموعة من طلاب الصف الأول الإعدادى، فإذا كان 200 طالب يفضلون رياضة كرة القدم.

- **فهل يمكنك تحديد عدد الطلاب الذين شملهم الاستبيان؟**
- **وكم عدد الطلاب الذين يفضلون لعبة الاسكواش؟**

2 إذا علمت أن الماء يتكون من عنصرين، وهما الأكسجين والهيدروجين؛ حيث إن النسبة المئوية لكتلة عنصر الهيدروجين تمثل 11%، ونسبة كتلة عنصر الأكسجين تمثل 89% ، **عبر عن العلاقة بين نسبتى الهيدروجين والأكسجين باستخدام القطاعات الدائرية.**

3 كوكب الأرض الذى نعيش عليه يطلق عليه «الكوكب المائى» أو «الكوكب الأزرق»: لأن المياه تغطى معظم مساحته.

حوالى 70% من مساحة كوكب الأرض تغطيها المياه، بينما 30% من مساحته يشغله اليابس.

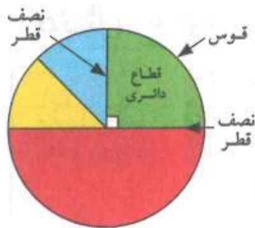
هل يمكنك تمثيل هذه النسب بالقطاعات الدائرية؛ لتوضيح العلاقة بين نسبة المياه ونسبة اليابس بالمساحة الكلية لكوكب الأرض؟

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية، والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات.



تعلم مخطط القطاعات الدائرية

القطاعات الدائرية: هى أجزاء من سطح الدائرة تتحدد بنصفى قطرين وقوس فيها، وهو نوع من أنواع التمثيل البيانى، ويستخدم فى عرض البيانات والمعلومات. **أو** هو دائرة مقسمة إلى قطاعات حسب نسبة التكرارات فى كل مجموعة من مجموعات التوزيع، وهو طريقة بيانية مبسطة لإظهار علاقة الأجزاء بالكل من خلال مقارنة مساحات الأجزاء بشكل مرئى.



فمثلًا فى القطاعات الدائرية المقابلة نجد أن:

- القطاع المظلل بالأحمر يمثل $\frac{1}{2}$ الدائرة 50%
- القطاع المظلل بالأخضر يمثل $\frac{1}{4}$ الدائرة 25%
- القطاع المظلل بالأزرق يمثل $\frac{1}{8}$ الدائرة 12.5%
- القطاع المظلل بالأصفر يمثل $\frac{1}{8}$ الدائرة 12.5%

لاحظ أن

- **مجموع النسب فى القطاعات الدائرية** = 100% (► 50% + 25% + 12.5% + 12.5% = 100%)

مثال 1

الجدول المقابل يوضح إنتاج مصنع لبعض الأجهزة الكهربائية فى اليوم الواحد، **استخدم مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل هذه البيانات.**

اسم الجهاز	عدد الأجهزة المنتجة
الغسالة	20
التلفزيون	30
الثلاجة	10

الحل

1 نحسب العدد الكلى للأجهزة المنتجة خلال اليوم = 60 جهازًا (لأن: ► 20 + 30 + 10 = 60)

2 نحسب قياس الزاوية المركزية التى تمثل عدد إنتاج كل جهاز من خلال القانون التالى:

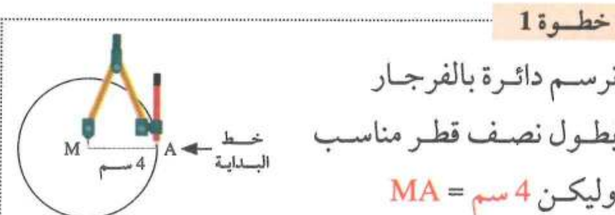
$$\text{قياس الزاوية المركزية} = \frac{\text{عدد إنتاج كل جهاز}}{\text{العدد الكلى}} \times 360^\circ$$

- قياس الزاوية المركزية لقطاع إنتاج الغسالة = 120° (لأن: ► $\frac{20}{60} \times 360^\circ = 120^\circ$)
- قياس الزاوية المركزية لقطاع إنتاج التلفزيون = 180° (لأن: ► $\frac{30}{60} \times 360^\circ = 180^\circ$)
- قياس الزاوية المركزية لقطاع إنتاج الثلاجة = 60° (لأن: ► $\frac{10}{60} \times 360^\circ = 60^\circ$)

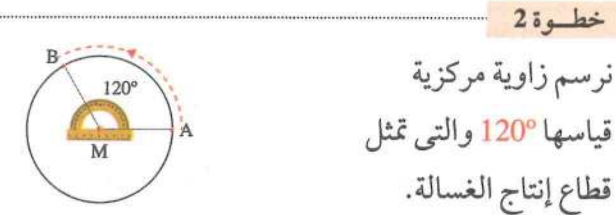
لاحظ أن
مجموع قياسات زوايا القطاعات الدائرية المتجمعة حول مركز الدائرة يساوى 360°.

3 نرسم الزاوية المركزية التى تمثل عدد إنتاج كل جهاز من خلال الخطوات التالية:

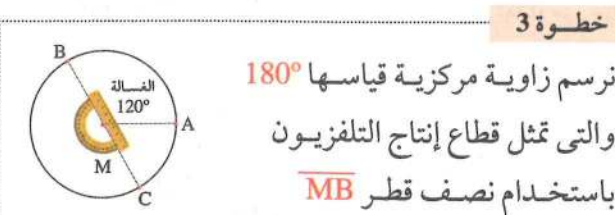
خطوة 1
نرسم دائرة بالفرجار بطول نصف قطر مناسب وليكن 4 سم = MA



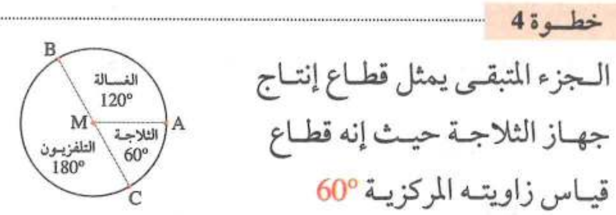
خطوة 2
نرسم زاوية مركزية قياسها 120° والتى تمثل قطاع إنتاج الغسالة.



خطوة 3
نرسم زاوية مركزية قياسها 180° والتى تمثل قطاع إنتاج التلفزيون باستخدام نصف قطر $\overline{MB}$



خطوة 4
الجزء المتبقى يمثل قطاع إنتاج جهاز الثلاجة حيث إنه قطاع قياس زاويته المركزية 60°



لاحظ أن

- نستخدم الفرجار والمنقلة لرسم الدائرة والقطاعات الدائرية.
- عند رسم القطاعات الدائرية نحرك المنقلة فى اتجاه دورانى واحد حول مركز الدائرة.

مثال 2

الجدول التالى يوضح النشاط المفضل لمجموعة من الطلاب فى إحدى المدارس، **أوجد النسبة التى تمثل النشاط الاجتماعى ثم مثل البيانات بالقطاعات الدائرية.**

النشاط	الرياضى	الفنى	الثقافى	الاجتماعى
النسبة	45%	25%	20%	....

الحل

1 النسبة المئوية للنشاط الاجتماعى = 10% (لأن: ▸ 100% − (45% + 25% + 20%) = 10% ◂)

2 نحسب قياس الزاوية المركزية التى تمثل كل نشاط من خلال القانون التالى:

قياس الزاوية المركزية = النسبة المئوية للنشاط × 360°

- قياس الزاوية المركزية للنشاط الرياضى = 162° (لأن: ▸ $\frac{45}{100} \times 360° = 162°$ ◂)
- قياس الزاوية المركزية للنشاط الفنى = 90° (لأن: ▸ $\frac{25}{100} \times 360° = 90°$ ◂)
- قياس الزاوية المركزية للنشاط الثقافى = 72° (لأن: ▸ $\frac{20}{100} \times 360° = 72°$ ◂)
- قياس الزاوية المركزية للنشاط الاجتماعى = 36° (لأن: ▸ $\frac{10}{100} \times 360° = 36°$ ◂)



3 نمثل البيانات باستخدام القطاع الدائرى برسم دائرة مع تحديد نصف قطر طوله مناسب، ثم نرسم الزاوية المركزية التى تمثل كل نشاط.

س؟ سؤال 1

1 فى إحدى مباريات التنس لوحظ أن أحد اللاعبين قد حقق 15 ضربة ساحقة، موزعة حسب الجدول التالى:

المجموعات	الأولى	الثانية	الثالثة
عدد الضربات	7	3	5

ارسم مخطط القطاعات الدائرية الذى يمثل ذلك التوزيع.

2 الجدول التالى يوضح النسب المئوية للمواد الدراسية المفضلة لطلاب الصف الأول الإعدادى بإحدى المدارس من خلال استطلاع آرائهم. مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية.

المواد الدراسية	الدراسات الاجتماعية	العلوم	الرياضيات	اللغة العربية
نسبة عدد التلاميذ	20%	20%	25%	35%

مثال 3

يوضح الشكل التالى كيف يقضى لاعب كرة القدم ساعات يومه بالكامل:



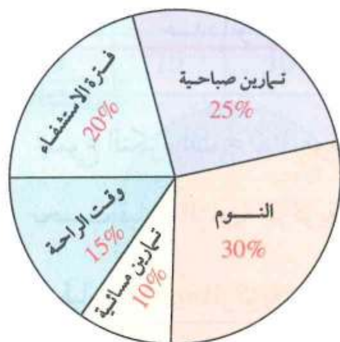
ارسم مخطط القطاعات الدائرية الذى يعبر عن تلك الممارسات.

الحل

- من الشكل السابق يمكن تكوين الجدول التالى:

الممارسة	التمارين الصباحية	فترة الاستشفاء	وقت الراحة	التمارين المسائية	النوم
النسب	25%	45% − 25% 20%	60% − 45% 15%	70% − 60% 10%	100% − 70% 30%

- نحسب قياس الزاوية المركزية التى تمثل كل ممارسة:

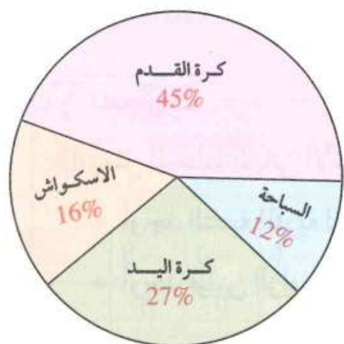


- «التمارين الصباحية» (▸ $\frac{25}{100} \times 360° = 90°$)
- «فترة الاستشفاء» (▸ $\frac{20}{100} \times 360° = 72°$)
- «وقت الراحة» (▸ $\frac{15}{100} \times 360° = 54°$)
- «التمارين المسائية» (▸ $\frac{10}{100} \times 360° = 36°$)
- «النوم» (▸ $\frac{30}{100} \times 360° = 108°$)

مثال 4

مخطط القطاعات الدائرية المقابلة يوضح النسب المئوية للألعاب المفضلة لأعضاء أحد الأندية الرياضية.

مستخدمًا المخطط أجب عما يأتى:



1 إذا كان عدد أعضاء النادى 2,000 عضو،
فما عدد الأعضاء الذين يفضلون كرة اليد؟
وما عدد الأعضاء الذين يفضلون السباحة؟

2 ما قياس الزاوية المركزية فى قطاع الاسكواش وكرة القدم؟

الحل

1
- عدد الأعضاء الذين يفضلون كرة اليد = 540 عضوًا (لأن: ▸ $\frac{27}{100} \times 2{,}000 = 540$ ◂)
- عدد الأعضاء الذين يفضلون السباحة = 240 عضوًا (لأن: ▸ $\frac{12}{100} \times 2{,}000 = 240$ ◂)

2
- قياس الزاوية المركزية فى قطاع الاسكواش = 57.6° (لأن: ▸ $\frac{16}{100} \times 360° = 57.6°$ ◂)
- قياس الزاوية المركزية فى قطاع كرة القدم = 162° (لأن: ▸ $\frac{45}{100} \times 360° = 162°$ ◂)

مثـال 5 مخطط القطاعات الدائرية المقابل يوضح نوع الأكل المفضل فى وجبة الغداء لـ 100 طالب.



مستخدمًا المخطط أجب عن الأسئلة الآتية:

1 ما النسبة المئوية لعدد الطلاب الذين يفضلون وجبة اللحم؟

2 ما قياس الزاوية المركزية فى قطاع الطلاب الذين يفضلون الأسماك؟

الحـل

1 عدد الطلاب الذين يفضلون وجبة اللحم = 30 طالبًا

النسبة المئوية للطلاب الذين يفضلون وجبة اللحم = 30% (لأن: $\frac{30}{100} \times 100\% = 30\%$ ◄)

2 قياس الزاوية المركزية فى قطاع الطلاب الذين يفضلون الأسماك = $43.2°$ (لأن: $\frac{12}{100} \times 360° = 43.2°$ ◄)

مثـال 6 يوضح الجدول التالى عدد الموظفين فى إحدى الشركات حسب مرتباتهم التى يتقاضونها شهريًّا، مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية.

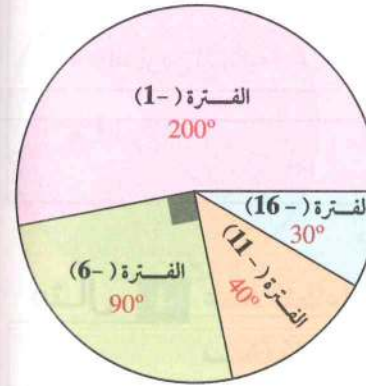
الفـترات (الراتـب بالآلاف)	1 –	6 –	11 –	16 –
عـدد الموظفـين (التكـرار)	200	90	40	30

الحـل

مجموع التكرارات = 360 موظفًا (لأن: $200 + 90 + 40 + 30 = 360$ ◄)

نحسب قياس الزاوية المركزية التى تمثل كل فترة.

- قياس الزاوية المركزية = $\frac{\text{التكرار}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360°$



- «الفترة – 1» ◄ $\frac{200}{360} \times 360° = 200°$
- «الفترة – 6» ◄ $\frac{90}{360} \times 360° = 90°$
- «الفترة – 11» ◄ $\frac{40}{360} \times 360° = 40°$
- «الفترة – 16» ◄ $\frac{30}{360} \times 360° = 30°$

سؤال 2

1 يمثل المخطط البيانى الآتى بث قناة تلفزيونية لمدة 10 ساعات لأحد الأيام.



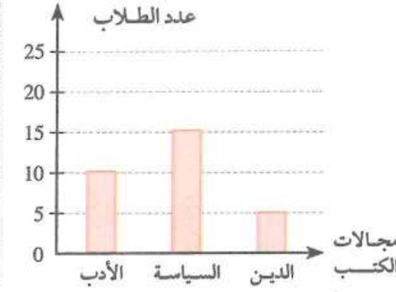
- أوجد النسبة المئوية لعدد ساعات بث البرامج الترفيهية.
- أوجد قياس الزاوية المركزية فى قطاع البرامج الثقافية.

2 يوضح الجدول التالى عدد أعضاء أحد الأندية من الأطفال والشباب حسب أعمارهم. مثّل النتائج بالقطاعات الدائرية.

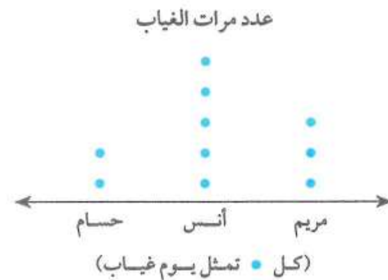
الفترات (الأعمـار)	1–	11–	21–	31–
عـدد الأعضـاء (التكـرار)	900	1,200	2,700	2,400

مثـال 7 لاحظ التمثيلات البيانية الآتية، ثم عبر عن كل منها باستخدام القطاعات الدائرية:

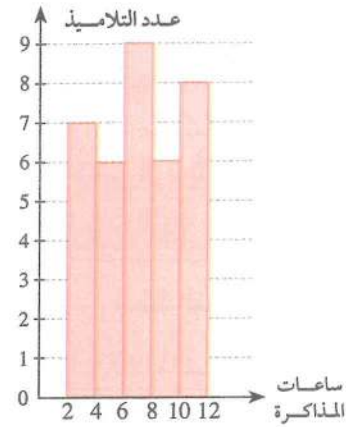
1 يوضح التمثيل البيانى التالى عدد الطلاب الذين يفضلون قراءة الكتب فى مجالات مختلفة كما يلى:



2 يوضح مخطط النقاط الآتى عدد مرات الغياب لثلاثة طلاب خلال شهر من الدراسة:



3 يوضح التمثيل البيانى التالى عدد ساعات المذاكرة لـ 36 تلميذًا خلال أسبوع:



الحـل

1 من التمثيل البيانى نستنتج الجدول:

مجالات الكتب	الأدب	السياسة	الدين
عدد الطلاب	10	15	5

ويكون قياس الزاوية المركزية لكل مجال كما يلى:

- «الأدب» ◄ $\frac{10}{30} \times 360° = 120°$
- «السياسة» ◄ $\frac{15}{30} \times 360° = 180°$
- «الدين» ◄ $\frac{5}{30} \times 360° = 60°$

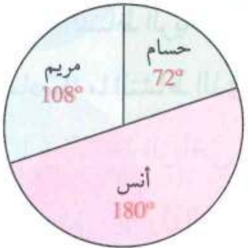


2 من التمثيل البيانى نستنتج الجدول:

الطالب	حسام	أنس	مريم
عدد مرات الغياب	2	5	3

ويكون قياس الزاوية المركزية لعدد مرات غياب كل طالب كما يلى:

- «حسام» ◄ $\frac{2}{10} \times 360° = 72°$
- «أنس» ◄ $\frac{5}{10} \times 360° = 180°$
- «مريم» ◄ $\frac{3}{10} \times 360° = 108°$

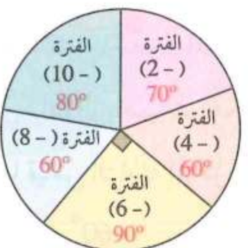


3 من التمثيل البيانى نستنتج الجدول:

الفترة	2 –	4 –	6 –	8 –	10 –
التكرار	7	6	9	6	8

ويكون قياس الزاوية المركزية لكل فترة كما يلى:

- «2 –» ◄ $\frac{7}{36} \times 360° = 70°$
- «4 –» ◄ $\frac{6}{36} \times 360° = 60°$
- «6 –» ◄ $\frac{9}{36} \times 360° = 90°$
- «8 –» ◄ $\frac{6}{36} \times 360° = 60°$
- «10 –» ◄ $\frac{8}{36} \times 360° = 80°$



القطاعات الدائرية (Pie Charts)

تذكر ▲ فهم ▲ تطبيق ▲ تحليل



أسئلة الكتاب المدرسى 📖 أسئلة موقع الـــوزارة 🏛

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 مجموع النسب المئوية فى القطاعات الدائرية = ... (القاهرة 2025)

(أ) 10 % (ب) 30 % (جـ) 80 % (د) 100 %

2 قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائرى الذى يمثل 30% من مساحة الدائرة = ...

(أ) 144° (ب) 216° (جـ) 120° (د) 108°

3 من مخطط القطاعات الدائرية المقابل الذى يوضح النسب المئوية لـ 200 طالب فى بعض الأنشطة:

أولًا: عدد الطلاب المشتركين فى نشاط الموسيقى = ... طالبًا.

(أ) 5 (ب) 6 (جـ) 12 (د) 13

ثانيًا: عدد الطلاب المشتركين فى النشاط الرياضى = ... طالبًا.

(أ) 142 (ب) 100 (جـ) 71 (د) 66

ثالثًا: النسبة المئوية التى تمثل النشاط المكتبى = ...

(أ) 11% (ب) 10% (جـ) 30% (د) 71%

رابعًا: قياس الزاوية المركزية التى تمثّل قطاع النشاط المكتبى = ...

(أ) 100° (ب) 360° (جـ) 63° (د) 36°

خامسًا: ما النشاط الذى يشترك فيه أكبر عدد من الطلاب؟ ....

(أ) النشاط الرياضى (ب) النشاط الفنى (جـ) النشاط الموسيقى (د) النشاط المكتبى

سادسًا: ما النشاط الذى يشترك فيه أقل عدد من الطلاب؟ ....

(أ) النشاط الرياضى (ب) النشاط الفنى (جـ) النشاط المكتبى (د) النشاط الموسيقى

4 عند تمثيل الجدول التالى بمخطط القطاعات الدائرية، فإن قياس الزاوية المركزية التى تقابل قطاع اللحوم = ... (القليوبية 2025)

نوع الوجبة المفضلة	اللحوم	الأسماك	الخضراوات
عدد الأشخاص	200	250	150

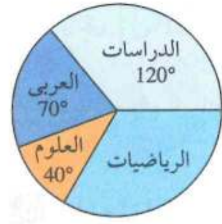
(أ) 45° (ب) 90° (جـ) 120° (د) 150°

5 عند تمثيل الجدول المقابل الذى يوضح درجات 30 طالبًا فى مادة الرياضيات بمخطط القطاعات الدائرية، ما قياس الزاوية المركزية التى تمثل الفترة (11 –)؟ ....

الدرجات	2 –	11 –	20 –
عدد الطلاب	5	7	18

(أ) 60° (ب) 100° (جـ) 84° (د) 216°

6 من مخطط القطاعات الدائرية التالى، قياس الزاوية المركزية التى تقابل قطاع الرياضيات يساوى .... ° (الدقهلية 2025)



(أ) 120 (ب) 110 (جـ) 130 (د) 90

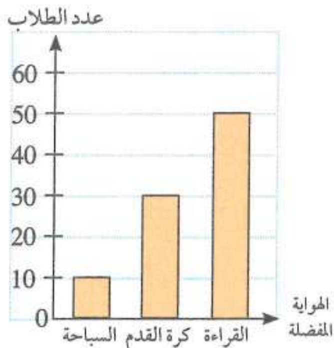
7 فى استبيان لمجموعة من الأشخاص عن الرياضة المفضلة لديهم، وكانت نتائج الاستبيان كما هو موضح بالجدول المقابل:

الرياضة	كرة اليد	كرة السلة	كرة القدم	كرة الطائرة
النسبة	15%	25%	45%	....

فإن النسبة المئوية للكرة الطائرة = ... (القليوبية 2025)

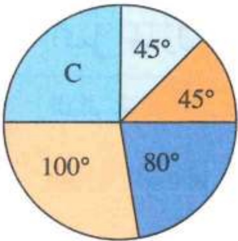
(أ) 15% (ب) 25% (جـ) 45% (د) 54%

8 عند تمثيل البيانات التالية بمخطط القطاعات الدائرية للهوايات المفضلة لـ 90 طالبًا، ما قياس الزاوية المركزية التى تمثل القطاع الدائرى لأكثر هواية مفضلة لدى الطلاب؟ ....



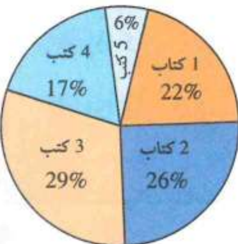
(أ) 100° (ب) 200° (جـ) 300° (د) 30°

9 من مخطط القطاعات الدائرية المقابل، النسبة المئوية التى تمثل القطاع C = ...



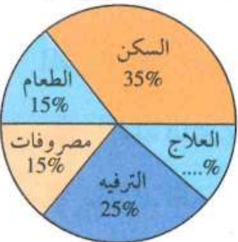
(أ) 50% (ب) 20% (جـ) 30% (د) 25%

10 📖 يوضح مخطط القطاعات الدائرية المقابل عدد الكتب التى قرأها 300 طالب فى المدرسة، ما عدد الطلاب الذين قرءوا أقل من 4 كتب؟ ....



(أ) 51 (ب) 77 (جـ) 231 (د) 282

11 يمثل الشكل المقابل القطاعات الدائرية لمصروفات أسرة دخلها الشهرى 14,000 جنيه، فإن مقدار المصروفات الشهرية على العلاج = ... جنيه.



(أ) 140 (ب) 1,400 (جـ) 2,800 (د) 2,000

(المنوفية 2025)

2 إذا كانت الرياضة المفضلة لدى 80 طالبًا موضحة بالجدول المقابل:

الرياضة	كرة القدم	كرة اليد	التنس	السباحة
التكرار	36	12	12	20

(الدقهلية 2025)

فمثّل هذه البيانات بمخطط القطاعات الدائرية.

3 الجدول المقابل يوضح النسبة المئوية للأجهزة المفضلة لمجموعة من الأشخاص.

المنتج	ثلاجة	غسالة	بوتاجاز	TV
النسبة	30%	15%	10%	45%

(القاهرة 2025)

مثّل هذه البيانات بمخطط القطاعات الدائرية.

4 الجدول المقابل يمثل إيرادات محل إلكترونيات فى خمسة أيام:

اليوم	السبت	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء
الإيرادات بالألف جنيه	60	45	40	35	20

أكمل الجدول ثم مثّل بيانات الجدول السابق بمخطط القطاعات الدائرية، ثم أجب:

1 ما النسبة المئوية لإيرادات يوم الإثنين؟

2 ما النسبة المئوية لإيرادات يوم الأربعاء؟

3 ما اليوم الذى حَصَّلَ فيه محل الإلكترونيات أقل إيرادات؟

4 ما اليوم الذى حَصَّلَ فيه محل الإلكترونيات أعلى الإيرادات؟

5 الجدول المقابل يوضح النسبة المئوية لمصاريف أسرة ما شهريًا:

المصروفات	إيجار المسكن	ادخار	الترفيه	الطعام
النسبة	10%	....	20%	60%

أكمل الجدول ثم مثّل هذه البيانات بمخطط القطاعات الدائرية، ثم أجب عما يلى:

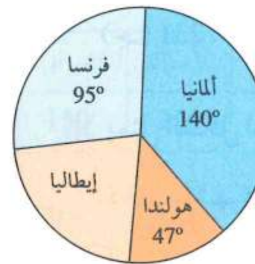
1 إذا كان دخل الأسرة الشهرى 8,000 جنيه، فما مقدار...؟

(أ) مصروف الطعام شهريًا. (ب) المدخرات شهريًا.

2 إذا كانت أسرة أخرى تنفق بنفس الطريقة، وكان إيجار المسكن 2,200 جنيه، **فما هو دخل الأسرة فى الشهر؟**

3 إذا كان دخل الأسرة 12,000 جنيه، **فما مقدار المال الذى تدخره الأسرة إذا كانت تنفق بنفس الطريقة؟**

6 فى استبيان يتضمن 1,000 باحث علمى عن البلد الذى يفضل تكملة دراسة أبحاثه العلمية فيه، كما هو موضح بمخطط القطاعات الدائرية المقابل. **لاحظ المخطط، ثم أجب عما يلى:**



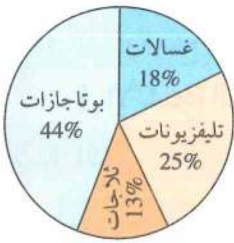
1 ما البلد الذى يفضله الباحثون على غيره؟ ....

2 ما البلد الذى يفضله $\frac{1}{4}$ الباحثين تقريبًا؟ ....

3 ما قياس الزاوية المركزية التى تمثل قطاع إيطاليا؟ ....

4 ما البلد الأقل تفضيلًا لدى الباحثين؟ ....

7 يوضح مخطط القطاعات الدائرية المقابل إنتاج 4 أنواع من الأجهزة الكهربائية خلال سنة، فكان إنتاج المصنع فى السنة من التلفزيونات 1,500,000 جهاز، **أجب عما يأتى:**



1 ما عدد الأجهزة الكلية التى ينتجها المصنع سنويًا؟ ....

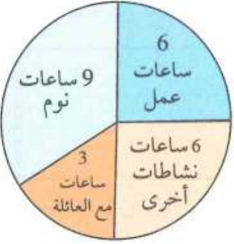
2 ما عدد أجهزة الثلاجات التى ينتجها المصنع سنويًا؟ ....

3 ما عدد أجهزة البوتاجازات التى ينتجها المصنع سنويًا؟ ....

4 ما قياس الزاوية المركزية التى تمثل قطاع التلفزيون؟ ....

8 من مخطط القطاعات الدائرية المقابل **أكمل الجدول التالى، ثم أجب عن الأسئلة:**

حيث يوضح المخطط كيف يقضى شخص ما يومه كاملًا.

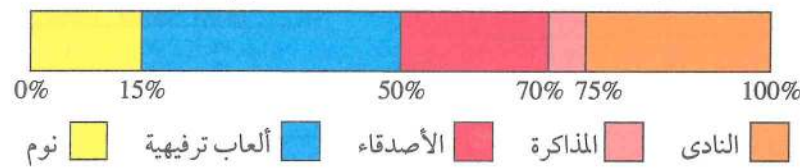


المهام اليومية	ساعات العمل	ساعات النوم	ساعات مع العائلة	نشاطات أخرى
النسبة المئوية	..........%	..........%	..........%	..........%

1 ما قياس الزاوية المركزية التى تمثل قطاع النوم؟ ....

2 ما قياس الزاوية المركزية التى تمثل قطاع العمل؟ ....

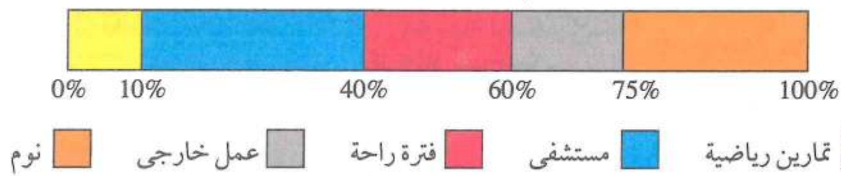
9 يوضح الشكل التالى كيف يقضى أحد طلاب الصف الأول الإعدادى يوم الإجازة:



من الشكل السابق استنتج الجدول ثم مثله بمخطط القطاعات الدائرية:

الممارسة	النادى	المذاكرة	الأصدقاء	ألعاب ترفيهية	نوم
النسبة	..........%	..........%	..........%	..........%	..........%

10 يوضح الشكل التالى كيف يقضى أحد الأطباء يوم عمل بالكامل:



ارسم مخطط القطاعات الدائرية التى يعبر عن تلك الممارسات.

11 الجدول التالى يوضح حوافز عدد من العمال فى أحد الشهور تبعًا لساعات العمل الإضافية:

الفترات (الساعات)	1 –	6 –	11 –	16 –
التكرار (الحوافز بالجنيهات)	800	1,100	2,500	2,800

مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

12 الجدول التكرارى ذو المجموعات التكرارية التالى يوضح مدخرات بعض الطلاب بالجنيه:

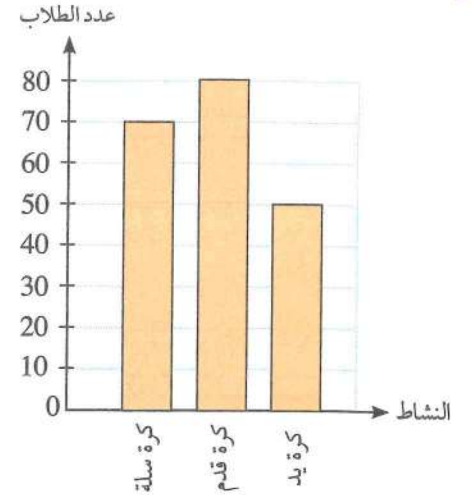
الفترات (المدخرات بالجنيه)	100 –	110 –	120 –	130 –	140 –
التكرار (عدد الطلاب)	6	6	7	8	3

مثّل هذه البيانات بمخطط القطاعات الدائرية.

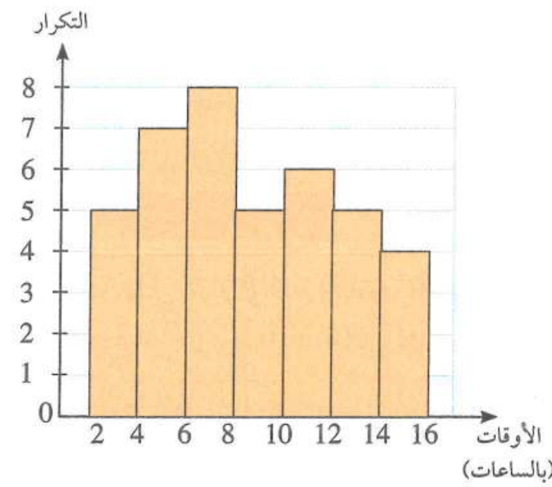
13 توضح الأعمدة البيانية التالية توزيع الطلاب فى الأنشطة الصيفية حسب رغباتهم، **أكمل الجدول التالى:**

النشاط	كرة سلة	كرة قدم	كرة يد
النسب	............%	............%	............%

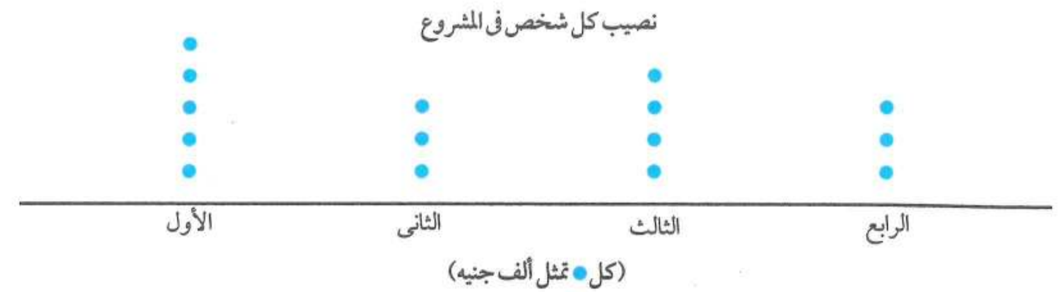
ثم **مثّل** البيانات السابقة بمخطط القطاعات الدائرية.



14 يوضح المدرج التكرارى التالى الوقت المنقضى فى استخدام التليفون المحمول أسبوعيًا لـ 40 تلميذًا. **مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.**



15 مخطط التمثيل البيانى بالنقاط التالى يوضح اشتراك 4 أصدقاء فى مشروع تجارى (بالألف جنيه):



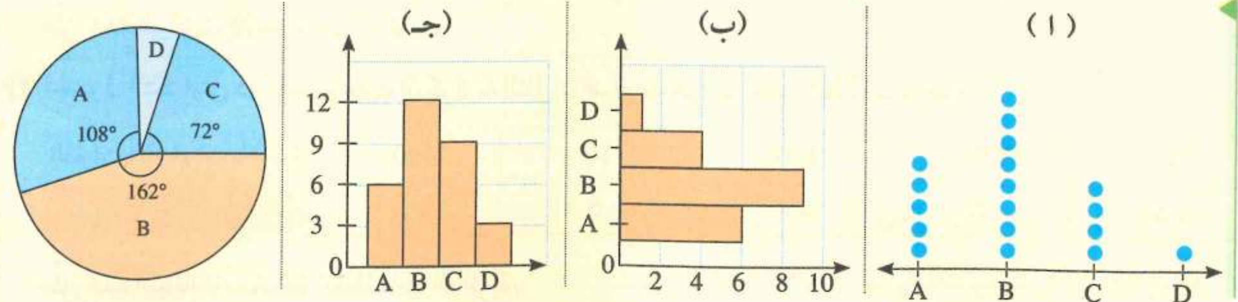
مثّل البيانات السابقة بمخطط القطاعات الدائرية.

تفكير إبداعى TIMSS

16 **مثّل باستخدام القطاعات الدائرية** توزيع مبيعات لثلاثة أنواع مختلفة من قطع غيار سيارات لعلامات تجارية A , B , C

حيث A : B : C = 2 : 4 : 9

17 **مخطط القطاعات الدائرية المرسوم يمثل أيًا من هذه التوزيعات.**



1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 من مخطط الساق والأوراق المقابل:

قيمة المدى: ....

الأوراق	الساق
0 2 3 7	1
4 7 9	2
المفتاح: 0 | 1 تعنى 10 تلاميذ	

(أ) 92 (ب) 17 (جـ) 19 (د) 29

2 إذا كان لمجموعة من البيانات: $\sum (fx) = 1,500$ ، $\bar{x} = 20$ فإن قيمة $\sum f$ ....

(أ) 75 (ب) 150 (جـ) 3,000 (د) 30,000

3 القيمة المتطرفة تؤثر بشكل كبير على قيمة ....

(أ) الوسط الحسابى (ب) الوسيط (جـ) المنوال (د) غير ذلك

4 عند تمثيل الجدول المقابل بمخطط القطاعات الدائرية فإن قياس الزاوية المركزية التى تقابل قطاع القهوة يساوى: ....

نوع المشروب	القهوة	الشاى	العصائر
عدد الأشخاص	150	350	100

(أ) 45° (ب) 90° (جـ) 120° (د) 150°

2 أكمل ما يأتى:

1 الوسيط للأعداد: 10 ، 3 ، 17 ، 14 ، 18 ، 5 هو ....

2 المنوال للقيم: 3 ، 4 ، 7 ، 4 ، 7 ، 2 هو ....

3 إذا كان الوسط الحسابى للقيم $2b + 2$ ، 10 ، 6 ، $3b - 6$ ، 15 هو 14 فإن قيمة b تساوى ....

4 قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائرى الذى يمثل 40% من الدائرة يساوى ....

3 أجب عن الأسئلة الآتية:

1 يبين الجدول المقابل عدد الدقائق التى يقضيها مجموعة من الأشخاص فى المحادثة التليفونية. **احسب** متوسط ما يقضيه الشخص فى المحادثة التليفونية.

عدد الدقائق	2	3	4	5	6
التكرار	12	20	36	20	12

2 فى استبيان شمل مجموعة من طلاب الصف الأول الإعدادى حول لونهم المفضل، كانت النتائج بالجدول المقابل. **ارسم** مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل هذا الجدول.

اللون المفضل	الأحمر	الأزرق	الأخضر	الأصفر
النسبة	25%	30%	10%	35%

3 فى مخطط الساق والأوراق الآتى، **أوجد** الوسيط والمنوال. (القاهرة 2025)

الأوراق	الساق
0	1
0 0 1 2 3	2
1 2 3 4 5	3
المفتاح: 0 | 2 تعنى 20	

4 من القيم الآتية: 11 ، 6 ، 7 ، 20 ، 12 ، 8 ، 13 ، 19 ، 15

أوجد الوسيط، الرُّبيع الأول، الرُّبيع الثالث.

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

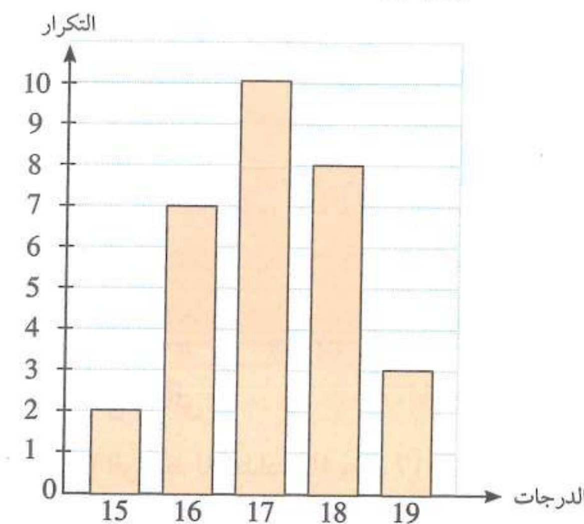
1 إذا كان الوسط الحسابى للأعداد : $x+1$, 8 , $2x+4$, $x-5$, $x+2$ هو 7 فما قيمة x ؟ ....

(أ) 3 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 6

2 إذا كان الوسط الحسابى لدرجات طالب فى خمسة امتحانات هو 94 درجة، وكانت درجاته فى أول أربعة امتحانات منها هى 91 , 94 , 92 , 97 ، فما درجته فى الامتحان الخامس؟ ....

(أ) 90 (ب) 93 (جـ) 96 (د) 98

3 يوضح الشكل التالى درجات 30 طالبًا، فما الوسط الحسابى للدرجات؟ ....



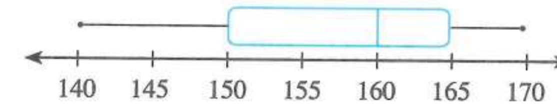
(أ) 17

(ب) 17.1

(جـ) 17.6

(د) 18

4 يمثل الشكل التالى المخطط الصندوقى لأطوال 50 طالبًا بالسنتيمتر، كم يساوى الرُّبيع الأول؟ ....

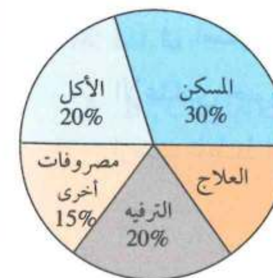


(أ) 140 سم (ب) 150 سم (جـ) 160 سم (د) 165 سم

2 أكمل كلًا مما يأتى بالإجابة الصحيحة:

1 الوسط الحسابى لدرجات 10 تلاميذ هو 87 درجة، فإذا تمت إضافة درجتى تلميذين جديدين إلى هذه الدرجات زاد الوسط الحسابى إلى 89 درجة، فإن الوسط الحسابى للتلميذين الجديدين يساوى ....

2 يمثل الشكل المقابل القطاعات الدائرية لمصروفات أسرة دخلها الشهرى 10,000 جنيه، فإن مقدار المصروفات الشهرية على العلاج يساوى .... جنيه.



3 إذا كان الوسط الحسابى لخمسة أعداد صحيحة هو 14 ، وكان الوسيط 15 والمنوال 11 ، فإن أكبر هذه الأعداد هو ....

4 يمثل مخطط الساق والأوراق المقابل درجات الحرارة المسجلة فى إحدى المدن خلال أسبوعين، فإن المدى لدرجات الحرارة يساوى ....

الساق	الأوراق
2	9
3	3 4 4 5 6 6 7 8 9
4	0 0 1 4

المفتاح: 2 | 9 تعنى 29 درجة

تابع مستواك ★★★★★ أقل من 50٪ ذاكر شرح الدرس مرة أخرى | 50 : 64٪ حل تدريبات أكثر | 65 : 84٪ حل امتحانات أكثر | 85 : 100٪ ابحث وابتكر

3 أجب عن الأسئلة الآتية:

1 يوضح الجدول التالى كتل 30 طالبًا فى أحد الفصول (بالكيلو جرام)، **أوجد الوسط الحسابى لكتل الطلاب.**

الكتلة	44	46	47	49	50	51	52	53
التكرار	2	5	2	8	6	3	2	2

2 إذا كان عدد زجاجات المياه المبيعة كل يوم خلال أسبوعين يعطى كالآتى:

21	17	12	33	36	42	6
18	14	25	27	45	34	19

فمثِّل هذه البيانات بمخطط الساق والأوراق.

3 إذا كانت درجات 40 تلميذًا فى امتحان مادة الرياضيات هى كالآتى:

43	32	50	12	8	51	30	31	11	7
41	18	44	17	28	39	9	48	22	49
39	27	40	42	13	35	52	25	34	26
39	59	38	23	55	24	42	37	41	34

فمثِّل هذه البيانات بالمدرج التكرارى.

4 إذا كانت الرياضية المفضلة لدى 80 طالبًا من طلاب الصف الأول الإعدادى موضحة فى الجدول التالى:

الرياضة	كرة القدم	كرة اليد	التنس	السباحة
التكرار	48	8	8	16

فمثِّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

اختبار 1

المجموعة الأولى اختر الإجابة الصحيحة:

1 $\{7, 2, 3, 4\}$ .... $\{3, 4\}$ (القاهرة 2025)

(أ) $\in$ (ب) $\notin$ (ج) $\subset$ (د) $\not\subset$

2 إذا كان: $\frac{1}{3} = \frac{2}{x+1}$ فإن: $x =$ .... (الشرقية 2025)

(أ) 6 (ب) 3 (ج) 5 (د) 4

3 $-7 - (-8) =$ .... (كفر الشيخ 2025)

(أ) 1 (ب) -1 (ج) -15 (د) 15

4 باقى طرح 2a من $(-3a) =$ .... (الدقهلية 2025)

(أ) 5a (ب) $-5a$ (ج) a (د) $-a$

5 إذا كان الطول فى الرسم 4 سم والطول الحقيقى 2 متر، فإن مقياس الرسم هو .... (الدقهلية 2025)

(أ) 1 : 5,000 (ب) 1 : 500 (ج) 1 : 50 (د) 1 : 50,000

المجموعة الثانية أجب عما يأتى:

1 باستخدام خاصية التوزيع أوجد ناتج المقدار: $2 \times \frac{7}{13} + 6 \times \frac{7}{13} + 5 \times \frac{7}{13}$ (القاهرة 2025)

2 اشترك عُمر فى خدمة الإنترنت المنزلى بمبلغ 520 جنيهًا شهريًّا مضافًا إليه معدل ضريبة 14% من سعر الخدمة، فما قيمة المبلغ المدفوع شهريًّا؟ (القاهرة 2025)

3 إذا كانت A مجموعة أرقام العدد 3456 ، B مجموعة أرقام العدد 3354
فأوجد كلًّا من: A ، B ، $A \cap B$ ، $A \cup B$ (القاهرة 2025)

4 يريد رجل تقسيم 6,000 جنيه على أبنائه الثلاثة بنسبة 1 : 2 : 5 أوجد نصيب كل منهم. (المنوفية 2025)

5 باستخدام خواص الجمع. أوجد ناتج: (الإسماعيلية 2025)

$$\frac{7}{5} + \left(\frac{-2}{3}\right) + \frac{3}{5} + \left(\frac{-1}{3}\right)$$

اختبار 2

المجموعة الأولى اختر الإجابة الصحيحة:

1 عددان مجموعهما 264 والنسبة بينهما 4 : 7 فإن أكبرهما = ... (القليوبية 2025)

(أ) 132 (ب) 96 (ج) 168 (د) 100

2 $0.\overline{2} =$ .... (الدقهلية 2025)

(أ) $\frac{2}{10}$ (ب) $\frac{2}{9}$ (ج) $\frac{2}{100}$ (د) $\frac{1}{10}$

3 ترغب مريم فى شراء مكنسة كهربائية ثمنها 6,800 جنيه، فإذا كان معدل الخصم 12%
فأوجد ما ستدفعه مريم لشراء المكنسة .... (الشرقية 2025)

(أ) 5,894 (ب) 5,984 (ج) 816 (د) 7,616

4 إذا كان: $\{7, 3x\} = \{6, y + 3\}$ فما قيمة المقدار $x + y$ ؟ .... (القاهرة 2025)

(أ) 4 (ب) 5 (ج) 6 (د) 13

5 إذا كان: $\frac{12}{15} = \frac{2x}{5}$ فإن: $3x =$ .... (الجيزة 2025)

(أ) 5 (ب) 4 (ج) 3 (د) 6

المجموعة الثانية أجب عما يأتى:

1 اجمع المقدارين: $7 + 3y - 2x$ ، $x + 3y + 2$ (الجيزة 2025)

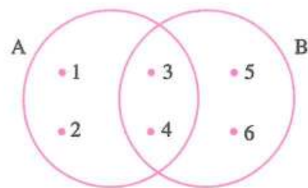
2 تستخدم سيارة 8 لترات من البنزين لقطع مسافة 64 كم. ما كمية البنزين التى تحتاج السيارة إليها لقطع مسافة 240 كم، إذا سارت بنفس المعدل؟ (الدقهلية 2025)

3 إذا كان: $a = 10$ ، $b = -40$ فأوجد كلًّا من: (المنوفية 2025)

(أ) $a + b$ (ب) $a \times b$ (ج) $a - b$

4 إذا كان مقياس الرسم على الخريطة 1 : 10,000,000 وكانت المسافة بين مدينتين على الخريطة تساوى 12سم، فأوجد المسافة الحقيقية بين المدينتين. (القاهرة 2025)

5 من شكل ڤن المقابل:
أوجد: A ، $A \cap B$ ، $A \cup B$ (الشرقية 2025)



اختبار 3

المجموعة الأولى اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كانت الأعداد 8 , x , 4 , 6 متناسبة فإن: $x =$ .... (القليوبية 2025)

(أ) 3 (ب) 2 (جـ) 4 (د) 12

2 عدد المجموعات الجزئية للمجموعة $A = \{2, 5\}$ هو .... (المنوفية 2025)

(أ) 5 (ب) 4 (جـ) 3 (د) 2

3 30% من 70 جنيهًا يساوى 15% من .... جنيهًا. (الدقهلية 2025)

(أ) 21 (ب) 140 (جـ) 35 (د) 350

4 إذا كانت: $\frac{-6}{7} - a = 0$ فإن: a تساوى .... (القاهرة 2025)

(أ) $\frac{6}{7}$ (ب) $\frac{-6}{7}$ (جـ) $\frac{7}{6}$ (د) $\frac{-7}{6}$

5 ناتج جمع المقدارين: $-4x + 6$ ، $2x - 2$ هو .... (المنوفية 2025)

(أ) $-6x + 4$ (ب) $2x - 4$ (جـ) $4 - 2x$ (د) $2x + 4$

المجموعة الثانية أجب عما يأتى:

1 اشترك ثلاثة أشخاص فى مشروع تجارى فكانت النسبة بين المبالغ التى دفعها كل منهم هى $2 : 5 : 3$ ، فإذا كان نصيب الثالث من الأرباح 2,100 جنيه، **فأوجد نصيب كل من الأول والثانى من الأرباح.** (القاهرة 2025)

2 استخدم خواص الضرب لإيجاد قيمة: $25 \times (-13) \times 4$ (المنوفية 2025)

3 إذا كان سعر جهاز تليفون 12,600 جنيه بعد تخفيض سعره بنسبة 16% ،

فما سعر الجهاز قبل التخفيض؟ (الدقهلية 2025)

4 **احسب** مقياس الرسم إذا كان الطول فى الرسم 6 سم، الطول الحقيقى 18 مترًا. (الجيزة 2025)

5 **اطرح المقدار:** $a - 2b$ من $3a - 2b$ (القاهرة 2025)

اختبار 1

المجموعة الأولى اختر الإجابة الصحيحة:

1 القطران فى .... متساويان فى الطول وغير متعامدين. (المنوفية 2025)

(أ) المربع (ب) المعين (جـ) المستطيل (د) متوازى الأضلاع

2 الزاوية التى قياسها 50° تكمل زاوية قياسها .... (دمياط 2025)

(أ) 40° (ب) 150° (جـ) 130° (د) 50°

3 فى مثلث متساوى الساقين إذا كان طولا ضلعين فيه 4 سم، 8 سم ، فإن طول الضلع الثالث = ... سم. (الدقهلية 2025)

(أ) 4 (ب) 8 (جـ) 5 (د) 6

4 المضلع المقعر هو مضلع إحدى زواياه الداخلة .... (الدقهلية 2025)

(أ) منفرجة (ب) حادة (جـ) منعكسة (د) قائمة

5 إذا كان: $\frac{2}{5}x = 1$ فإن: $\frac{4}{5}x =$ .... (الدقهلية 2025)

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) 2 (جـ) 4 (د) $\frac{1}{5}$

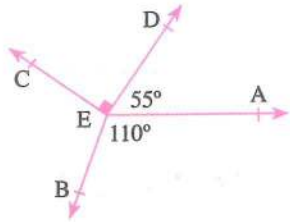
المجموعة الثانية أجب عما يأتى:

1 **فى الشكل المقابل:** (الإسماعيلية 2025)

$m(\angle DEA) = 55°$ ، $m(\angle BEA) = 110°$

$m(\angle CED) = 90°$

أوجد بالبرهان: $m(\angle CEB)$

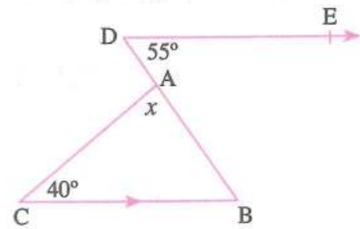


2 **فى الشكل المقابل:** (القاهرة 2025)

$\overline{CB} // \overrightarrow{DE}$ ، $m(\angle D) = 55°$

$m(\angle C) = 40°$

أوجد بالبرهان: قيمة x



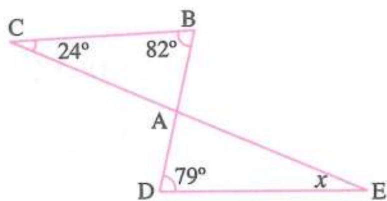
3 **فى الشكل المقابل:** (كفر الشيخ 2025)

أوجد بالبرهان قيمة x



4 **فى الشكل المقابل:** (القاهرة 2025)

أوجد قيمة x



5 **أوجد مجموعة الحل فى Q للمعادلة:** $5x - 3 = 3x + 1$ (الدقهلية 2025)

اختبـــار 2

المجمـوعة الأولـى اختر الإجابة الصحيحة:

(القاهرة 2025)

1 مجموعة حل المعادلة: $x - 8 = 9$ في Z هي ....

(أ) $\{-1\}$ (ب) $\{1\}$ (جـ) $\{17\}$ (د) $\{-17\}$

(الشرقية 2025)

2 إذا كان قياس زاوية هو $(3x)°$ وقياس الزاوية المنعكسة لها $= 240°$ فإن: $x =$ ....

(أ) $240°$ (ب) $120°$ (جـ) $60°$ (د) $40°$

(دمياط 2025)

3 مثلث ABC فيه طول $\overline{AB}$ هو 5 سم، وطول $\overline{BC}$ هو 7 سم ، فإن أصغر قيمة صحيحة يمكن أن يأخذها طول $\overline{AC}$ هي ....

(أ) 2 سم (ب) 3 سم (جـ) 11 سم (د) 12 سم

(المنوفية 2025)

4 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخلتين وفي جهة واحدة من القاطع ....

(أ) متتامتان (ب) متكاملتان (جـ) متجاورتان (د) متساويتان في القياس

(الإسماعيلية 2025)

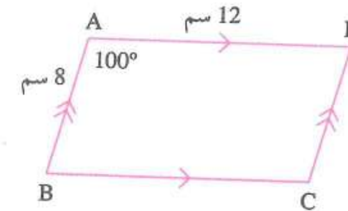
5 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل السداسي = ...

(أ) $360°$ (ب) $540°$ (جـ) $720°$ (د) $180°$

المجمـوعة الثانية أجب عما يأتي:

(القاهرة 2025)

1 في الشكل المقابل:



ABCD متوازي أضلاع فيه: طول $\overline{AD}$ يساوي 12 سم ،

طول $\overline{AB}$ يساوي 8 سم، $m(\angle A) = 100°$

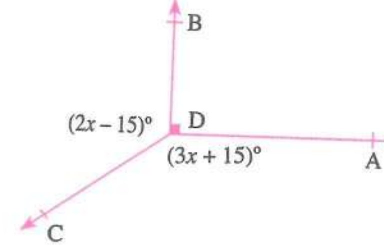
أوجـد: طول $\overline{DC}$ ، طول $\overline{BC}$ ، $m(\angle C)$ ، $m(\angle B)$

(القليوبية 2025)

2 أوجد مجموعة حل المعادلة: $2(x+1) = 16$ في Q

(الفيوم 2025)

3 في الشكل المقابل:

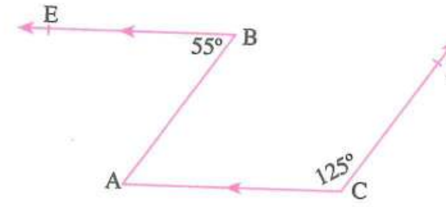


$m(\angle BDC) = (2x - 15)°$ ، $m(\angle ADC) = (3x + 15)°$

أوجد بالخطوات قيمة: x

(دمياط 2025)

4 في الشكل المقابل:

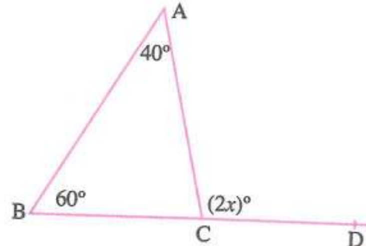


$\overrightarrow{AC} // \overrightarrow{BE}$

أثبت أن: $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$

(المنوفية 2025)

5 في الشكل المقابل:



إذا كان: $m(\angle B) = 60°$ ، $m(\angle A) = 40°$ ، فأوجد:

1 $m(\angle ACD)$ **2** قيمة x

اختبـــار 3

المجمـوعة الأولـى اختر الإجابة الصحيحة:

(القاهرة 2025)

1 متممة الزاوية القائمة هي زاوية ....

(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) صفرية (د) مستقيمة

2 مثلث أطوال أضلاعه أعداد صحيحة وطولا ضلعين فيه 9 سم ، 5 سم ، فإن أكبر محيط للمثلث هو .... سم .

(الدقهلية 2025)

(أ) 19 (ب) 27 (جـ) 17 (د) 14

(القاهرة 2025)

3 المستطيل الذي فيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول هو ....

(أ) معين (ب) شبه منحرف (جـ) مربع (د) متوازي أضلاع

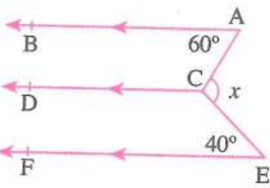
(المنوفية 2025)

4 مجموعة حل المعادلة: $x + 5 = 2$ في N تساوي ....

(أ) $\{-3\}$ (ب) $\{3\}$ (جـ) $\varnothing$ (د) $\{7\}$

(القليوبية 2025)

5 في الشكل المقابل:



إذا كان: $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD} // \overrightarrow{EF}$ ، فإن قيمة x تساوي ....

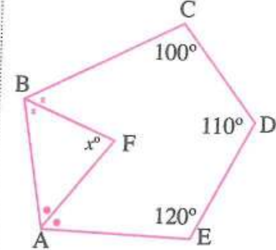
(أ) $120°$ (ب) $140°$ (جـ) $260°$ (د) $100°$

المجمـوعة الثانية أجب عما يأتي:

(القليوبية 2025)

1 أوجد مجموعة الحل في Z : $5(x+2) = 15$

2 في الشكل المقابل:



أوجد بالبرهان قيمة x

(الدقهلية 2025)

3 في الشكل المقابل:

$B \in \overleftrightarrow{AC}$ ،

$m(\angle EBD) = 68°$

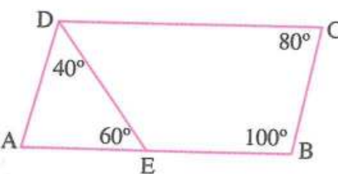
أوجد: قيمة x

(E، D، $68°$، $(2x - 6)°$، $(3x - 12)°$، A، B، C)

(الجيزة 2025)

4 باستخدام المعلومات على الشكل التالي:

أثبت أن: الشكل ABCD متوازي أضلاع



(دمياط 2025)

5 في الشكل التالي:

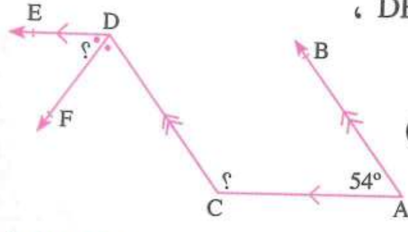
$\overrightarrow{DE} // \overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$ ،

$m(\angle A) = 54°$ ،

$\overrightarrow{DF}$ ينصف $(\angle EDC)$

أوجد بالبرهان:

$m(\angle FDE)$ ، $m(\angle C)$



(القاهرة 2025)



رقم الإيداع: 2025/8242

خدمة العملاء: 16766

الأضواء

الرياضيات

الصف الأول الإعدادي

الفصل الدراسي الأول

1

2026

المراجعة النهائية والامتحانات

معاك الكتاب معاك الـ APP




نزّل تطبيق الأضواء

استمتع برحلة تعليمية تفاعلية


1 **شاهد فيديوهات**
لفهم دروسك بشكل مُبسط وسهل كل ما عليك هو مسح رمز الـQR الموجود بجوار «ذاكر» فى بداية كل درس.


2 **التدريبات والاختبارات الإلكترونية**
لحل تدريبات واختبارات أكثر على كل درس.. امسح رمز الـQR الموجود بجوار «تدرب» ببداية تدريبات كل درس.


3 **100% إجابات**
راجع إجاباتك من خلال مسح الـQR الخاص بـ«100% إجابات» الموجود بالصفحة الأولى.



مجانًا مع الكتاب

- المراجعة النهائية والامتحانات
- الإجابات النموذجية
- كودك الشخصى

احرص على اقتناء الأضواء في:

- اللغة العربية
- العلوم
- الدراسات الاجتماعية
- التربية الإسلامية

ALADWAA «GEM» in:

- Connect (اللغة الإنجليزية)



16766



المحتويات

أولًا: المراجعة النهائية



ثانيًا: الامتحانات النهائـــية



أولًا المراجعـة النهائـية

المحتـــويـــات

ملخص الوحدات

الوحدة الأولى الأعداد والعمليات عليها

النسبة

• هى إحدى طرق المقارنة بين كميتين من نفس النوع.

• ويمكن التعبير عن النسبة بين الكمية a والكمية b بإحدى الطرق a إلى b (أو) a : b (أو) $\frac{a}{b}$

المعدل

• هو المقارنة بين كميتين مختلفتين فى النوع والوحدة.

التناسب

• هو تساوى نسبتين أو معدلين على الأقل.

فمثلًا $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ «تساوى نسبتين» $\frac{\text{40 كم}}{\text{1 ساعة}} = \frac{\text{200 كم}}{\text{5 ساعات}}$ «تساوى معدلين»

• إذا كانت الكميات: a ، b ، c ، d كميات متناسبة، فإن: a : b = c : d (الطرفان: a ، d - الوسطان: b ، c)

• يسمى a الأول المتناسب ، b الثانى المتناسب، c الثالث المتناسب ، d الرابع المتناسب.

• يسمى كل من a ، d بالطرفين، b ، c بالوسطين.

• إذا كـان: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن: $a \times d = b \times c$ «حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين»

«والعكس صحيح»

• عند حل التناسب أو إيجاد قيمة المجهول فى التناسب نستخدم خاصية الضرب التبادلى.

فمثلًا $\frac{2}{5} = \frac{x}{20} \Rightarrow 5 \times x = 2 \times 20 \Rightarrow x = \frac{40}{5} = 8$

تطبيقات النسبة والتناسب

أولا مقياس الرسم

هو نسبة تقارن بين البُعد فى الرسم (أو النموذج) إلى البُعد الحقيقى.

مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}}$

فمثلًا إذا كان الطول فى الرسم 2 سم، والطول الحقيقى 6 م، فإن مقياس الرسم يساوى $\frac{2}{6 \times 100} = \frac{1}{300}$ أو 1 : 300

• يمثل مقياس الرسم أساسًا فى فهم ورسم الخرائط، ويعتبر أداة أساسية وفعالة فى الرسم الهندسى، وبناء النماذج.

• إذا كان مقياس الرسم < 1 ، فإنه يدل على التصغير.

• إذا كان مقياس الرسم > 1 ، فإنه يدل على التكبير.

• يمكن استخدام الآلة الحاسبة لإجراء حساب التحويلات بين وحدات القياس المترية.

لاحظ أن

1 كيلومتر = 1,000 متر
1 متر = 10 ديسيمتر
= 100 سنتيمتر
1 سنتيمتر = 10 ملليمتر

ثانيا التقسيم التناسبى

• هو تقسيم شىء مثل (مال أو أرض أو وزن أو ....) إلى جزأين أو أكثر بنسبة معلومة.

• يستخدم التقسيم التناسبى فى العديد من التطبيقات الحياتية، منها تقسيم الأرباح وتقسيم الميراث وغيرهما.

فمثلًا إذا قسمت قطعة أرض مساحتها 36 فدانًا بين شخصين بنسبة 7 : 2 فيكون:

• مجموع الأجزاء = 7 + 2 = 9 ، • قيمة الجزء الواحد = $\frac{36}{9}$ = 4 أفدنة.

• فيكون نصيب الشخص الأول = (4 × 7) = 28 فدانًا.

ونصيب الشخص الثانى = (4 × 2) = 8 أفدنة.

ثالثا تطبيقات النسبة المئوية

حساب التخفيض (الخصم): عند تخفيض سعر سلعة بنسبة d % ، فإن:

• قيمة التخفيض = سعر السلعة × d % = سعر السلعة × $\frac{d}{100}$

• سعر السلعة بعد التخفيض = السعر الأصلى للسلعة – قيمة التخفيض.

حساب الإضافة (الزيادة): عند زيادة سعر سلعة نتيجة إضافة ضريبة أو عمولة أو ربح بنسبة t %، فإن:

• قيمة الزيادة = سعر السلعة × t % = سعر السلعة × $\frac{t}{100}$

• سعر السلعة بعد الزيادة = السعر الأصلى للسلعة + قيمة الزيادة.

المجموعات

المجموعة: هى تجمع من الأشياء المعروفة والمحددة تحديدًا تامًا.

• الأشياء التى تشتمل عليها المجموعة تسمى عناصر المجموعة.

• تكتب عناصر المجموعة داخل القوسين { } دون تكرار، وتكتب فاصلة (،) بين كل عنصر والآخر.

- يمكن التعبير عن المجموعة بإحدى الطرق: طريقة السرد (القائمة) أو طريقة الصفة المميزة أو شكل فن.

فمثلًا إذا كانت A مجموعة حروف كلمة محمود، فإنه يمكن التعبير عن المجموعة A كالآتى:

طريقة السرد (القائمة)	طريقة الصفة المميزة
A = {د , و , ح , م}	A = {x : x حرف من حروف كلمة محمود}



- ترتيب العناصر داخل المجموعة ليس مهمًّا، ولا يمكن تكرار أى عنصر فى المجموعة.
- تستخدم الحروف الكبيرة للتعبير عن المجموعات **مثل** A , B , C , ...
- تستخدم الحروف الصغيرة للتعبير عن العناصر **مثل** a , b , c , ...

أنواع المجموعات

المجموعة المنتهية	المجموعة غير المنتهية	المجموعة الخالية
هى مجموعة تحتوى على عدد مُنتهٍ من العناصر «يمكن حصر عدد عناصرها» **فمثلًا** X = { 2 , 5 } مجموعة منتهية وعدد عناصرها 2	هى مجموعة تحتوى على عدد غير مُنتهٍ من العناصر «لا يمكن حصر عدد عناصرها» **فمثلًا** مجموعة الأعداد الطبيعية الأكبر من أو تساوى 3 Y = { 3 , 4 , 5 , ... } مجموعة غير منتهية لا يمكن حصر عدد عناصرها.	هى مجموعة لا تحتوى على أى عنصر «ويرمز لها بالرمز ∅ أو { }» **فمثلًا** مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين 2 : 1 هى ∅ لأنه لا توجد أعداد طبيعية محصورة بين العددين 2 و 1

لاحظ أن

- المجموعة الخالية مجموعة منتهية، عدد عناصرها يساوى صفرًا ويرمز لها بالرمز ∅ أو { }
- {0} هى مجموعة غير خالية، وعدد عناصرها يساوى واحدًا وهو الرقم 0.
- {∅} هى مجموعة غير خالية، وعدد عناصرها يساوى واحدًا وهو الحرف ∅، حيث ∅ هنا حرف مثل a , b , c .

الانتماء وعدم الانتماء

- يقال لعنصر ما إنه ينتمى إلى مجموعة ما إذا كان هذا العنصر موجودًا ضمن عناصر هذه المجموعة، ونرمز للانتماء بالرمز ∈ ويقرأ: ينتمى إلى.
- يقال لعنصر ما إنه لا ينتمى إلى مجموعة ما إذا كان هذا العنصر غير موجود ضمن عناصر هذه المجموعة، ونرمز لعدم الانتماء بالرمز ∉ ويقرأ: لا ينتمى إلى.

فمثلًا إذا كانت: X = { 1 , 5 , 9 } فإن: 6 ∉ X ، 9 ∈ X

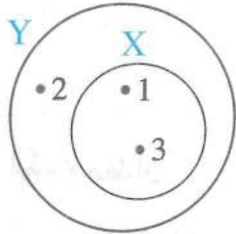
الاحتواء «المجموعة الجزئية»

- يقال لمجموعة X إنها مجموعة جزئية من المجموعة Y إذا كان كل عنصر من عناصر المجموعة X ينتمى إلى المجموعة Y.

فمثلًا إذا كانت: Y = {1 , 2 , 3} ، X = { 1 , 3 } فنجد أن: 1 ∈ Y , 3 ∈ Y

أى أن: كل عنصر من عناصر المجموعة X ينتمى إلى المجموعة Y

- لذلك نقول: إن المجموعة X مجموعة جزئية من المجموعة Y وتكتب رمزيًّا X ⊂ Y وتقرأ X مجموعة جزئية من Y أو المجموعة Y تحوى المجموعة X وتمثل بشكل فن كما هو موضح.



- عدد المجموعات الجزئية من مجموعة عدد عناصرها n يساوى 2^n
- عدد المجموعات الجزئية الفعلية من مجموعة عدد عناصرها n يساوى $2^n - 2$
- عدد المجموعات الجزئية غير الفعلية من أى مجموعة عدد عناصرها n يساوى 2

العمليات على المجموعات

أولًا: اتحاد مجموعتين

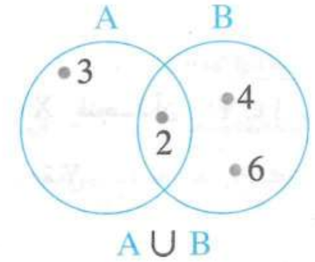
- اتحاد المجموعتين B ، A هو مجموعة العناصر التى تنتمى إلى المجموعة A أو المجموعة B أو كليهما معًا.

يرمز له: A ∪ B وتقرأ A اتحاد B

▸ $A \cup B = \{x : x \in A$ أو $x \in B\}$

فمثلًا إذا كانت: $A = \{2, 3\}$ ، $B = \{2, 4, 6\}$

فإن: $A \cup B = \{2, 3, 4, 6\}$



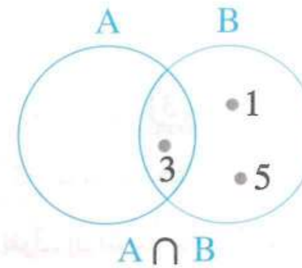
ثانيًا: تقاطع مجموعتين

- تقاطع المجموعتين B ، A يساوى مجموعة العناصر المشتركة فقط بين المجموعتين B و A، يرمز له A ∩ B وتقرأ A تقاطع B

▸ $A \cap B = \{x : x \in A$ و $x \in B\}$

فمثلًا إذا كانت: $A = \{3\}$ ، $B = \{1, 3, 5\}$

فإن: $A \cap B = \{3\}$



لاحظ أن

- إذا كانت: $B \cap A = \varnothing$

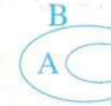
فإن: المجموعتين A ، B يكوّنان مجموعتين متباعدتين «منفصلتين».



- إذا كان: $A \subset B$

فإن: ▸ $A \cap B = A$ ، $A \cup B = B$

▸ $A \cup \varnothing = A$ ، $A \cap \varnothing = \varnothing$



- تتساوى المجموعتان A ، B إذا كان كل عنصر فى A ينتمى إلى B وكل عنصر فى B ينتمى إلى A فإن: $A = B$ ويكون:

▸ $A \cup B = A = B$

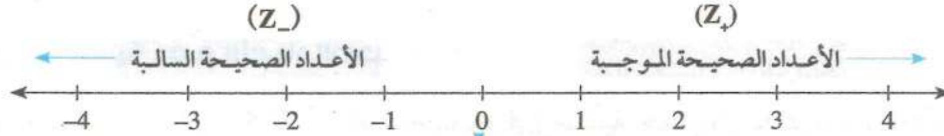
▸ $A \cap B = A = B$



مجموعة الأعداد الصحيحة (Z)

- تتكون مجموعة الأعداد الصحيحة من الأعداد الصحيحة الموجبة ، والصفر ، والأعداد الصحيحة السالبة؛ ويرمز لها بالرمز (Z) = {.......... , 3 , 2 , 1 , 0 , 1- , 2- , 3- , ...}

وتمثل على خط الأعداد كالآتى:



- مجموعة الأعداد الصحيحة: هى مجموعة مرتبة على خط الأعداد

تصاعديًا من اليسار إلى اليمين وتنازليًا من اليمين إلى اليسار

أى أنه: تزداد قيمة العدد كلما اتجهنا إلى اليمين ، وتقل كلما اتجهنا لليسار

فمثلًا $2 > -3$ ، $0 > -2$ ، $-1 > -5$

▸ $Z_+ \cap Z_- = \varnothing$ ، $Z = Z_+ \cup Z_- \cup \{0\}$

العمليات على الأعداد الصحيحة

أولًا عملية جمع الأعداد الصحيحة

- توجد عدة استراتيجيات لجمع الأعداد الصحيحة:

1 استراتيجية خط الأعداد وفيها: نبدأ دائمًا من العدد 0

- نتحرك لليمين لإضافة عدد صحيح موجب.
- أو لليسار لإضافة عدد صحيح سالب.

2 استراتيجية القيمة المطلقة:

فى حالة إذا كان العددان لهما نفس الإشارة

- نجمع القيم المطلقة للعددين، ويكون الناتج له نفس إشارتهما.

فمثلًا ▸ $-15 + (-5) = -(15 + 5) = -20$

حيث: ▸ $|-5| = 5$ ، ▸ $|-15| = 15$

فى حالة إذا كان العددان مختلفين فى الإشارة

- نوجد الفرق بين القيم المطلقة للعددين، ويكون الناتج له إشارة العدد الذى قيمته المطلقة أكبر.

فمثلًا ▸ $-15 + 8 = -[15 - 8] = -7$

حيث: ▸ $|-15| > |8|$

خواص عملية جمع الأعداد الصحيحة:

إذا كانت c , b , a ثلاثة أعداد صحيحة، فإن عملية جمع الأعداد الصحيحة لها الخواص التالية:

1 **الانغلاق:** مجموع أى عددين صحيحين هو عدد صحيح.

فمثلًا ▸ $5 + 3 = 8$ حيث إن: $8 \in Z$ ، $3 \in Z$ ، $5 \in Z$

2 **الإبدال:** ▸ $a + b = b + a$

فمثلًا ▸ $5 + 3 = 3 + 5 = 8$

3 **الدمج:** ▸ $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$

فمثلًا ▸ $5 + 3 + 6 = (5 + 3) + 6 = 8 + 6 = 14$

أو ▸ $5 + 3 + 6 = 5 + (3 + 6) = 5 + 9 = 14$

4 **المحايد الجمعى:** العنصر المحايد الجمعى هو العدد 0

أى أن: ▸ $a + 0 = 0 + a = a$

فمثلًا ▸ $5 + 0 = 0 + 5 = 5$ ، ▸ $(-3) + 0 = 0 + (-3) = -3$

5 **المعكوس الجمعى:**

لكل عدد صحيح (a) يقابله على خط الأعداد عدد صحيح (-a) بحيث يكون ناتج مجموعهما يساوى 0 ويقال: كلٌّ منهما معكوس جمعى للآخر.

▸ $a + (-a) = (-a) + a = 0$ (المحايد الجمعى)

فمثلًا المعكوس الجمعى للعدد 4 هو (-4) ، ▸ $4 + (-4) = (-4) + 4 = 0$

المعكوس الجمعى للعدد صفر هو نفسه، لأن صفر + صفر = صفر (المحايد الجمعى)

ثانيًا عملية طرح الأعداد الصحيحة

- عملية طرح b من a هى نفسها عملية جمع العدد a مع المعكوس الجمعى للعدد b

أى أن: ▸ $a - b = a + (-b)$

فمثلًا ▸ $(-2) - (-3) = (-2) + 3 = 1$

- عملية الطرح مغلقة فى مجموعة الأعداد الصحيحة (Z) ولكن ليست إبدالية وليست دامجة.
- لا يوجد عدد محايد بالنسبة لعملية الطرح فى (Z).
- لا توجد معكوسات للأعداد بالنسبة لعملية الطرح فى (Z).

ثالثًا عملية ضرب الأعداد الصحيحة

- عملية الضرب هى عملية جمع متكرر.

فمثلًا ▸ $2 \times (-4) = (-4) + (-4) = -8$

قاعدة الإشارات عند الضرب:

▸ $\oplus \times \oplus = \oplus$

▸ $\ominus \times \ominus = \oplus$

▸ $\ominus \times \oplus = \ominus$

▸ $\oplus \times \ominus = \ominus$

خواص عملية ضرب الأعداد الصحيحة:

إذا كانت c, b, a ثلاثة أعداد صحيحة، فإن عملية ضرب الأعداد الصحيحة لها الخواص التالية:

1 **الانغلاق:** حاصل ضرب أى عددين صحيحين هو عدد صحيح.

فمثلًا ▸ $5 \times 7 = 35$ حيث إن: $35 \in Z$ ، $7 \in Z$ ، $5 \in Z$

2 **الإبدال:** ▸ $a \times b = b \times a$

فمثلًا ▸ $5 \times 6 = 6 \times 5 = 30$

3 **الدمج:** ▸ $a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

فمثلًا ▸ $2 \times 3 \times 5 = (2 \times 3) \times 5 = 6 \times 5 = 30$

أو $= 2 \times (3 \times 5) = 2 \times 15 = 30$

4 **المحايد الضربى:** العنصر المحايد الضربى هو العدد (1) أى أن: ▸ $a \times 1 = 1 \times a = a$

فمثلًا ▸ $5 \times 1 = 1 \times 5 = 5$

5 **خاصية توزيع الضرب على الجمع والطرح:** ▸ $a \times (b \pm c) = (a \times b) \pm (a \times c)$

فمثلًا ▸ $2 \times (3 + 4) = (2 \times 3) + (2 \times 4) = 6 + 8 = 14$

▸ $2 \times (5 - 2) = (2 \times 5) - (2 \times 2) = 10 - 4 = 6$

رابعًا عملية قسمة الأعداد الصحيحة

لإيجاد خارج قسمة عددين صحيحين نستخدم قاعدة قسمة الإشارات كالآتى:

1 خارج قسمة عددين صحيحين لهما نفس الإشارة هو عدد موجب.

فمثلًا ▸ $8 \div 2 = 4$ ، ▸ $(-9) \div (-3) = 3$

2 خارج قسمة عددين صحيحين مختلفين فى الإشارة هو عدد سالب.

فمثلًا ▸ $32 \div (-4) = -8$ ، ▸ $(-28) \div 7 = -4$

الإشارات عند القسمة

▸ $\oplus \div \oplus = \oplus$
▸ $\ominus \div \ominus = \oplus$
▸ $\ominus \div \oplus = \ominus$
▸ $\oplus \div \ominus = \ominus$

3 قسمة أى عدد على الصفر غير ممكنة، وقسمة الصفر على أى عدد خلاف الصفر يساوى صفرًا.

4 عملية القسمة فى مجموعة الأعداد الصحيحة ليست مغلقة وليست إبدالية وليست دامجة.

5 لا يوجد عدد محايد بالنسبة لعملية القسمة فى (Z) وبالتالى لا توجد معكوسات للأعداد لعملية القسمة فى Z.

مجموعة الأعداد النسبية (Q)

• هى مجموعة جميع الأعداد التى يمكن كتابتها على صورة $\frac{a}{b}$. حيث a , b عددان صحيحان ، $b \neq 0$

أى أن: $Q = \{\frac{a}{b} : a \in Z , b \in Z , b \neq 0\}$

من التعريف نجد ما يلى:

• مجموعة أعداد العد، ومجموعة الأعداد الطبيعية، ومجموعة الأعداد الصحيحة جميعها مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد النسبية.



الصور المختلفة للعدد النسبى:

1 كتابة العدد النسبى $\frac{a}{b}$ فى صورة نسبة مئوية

نضرب العدد النسبى فى 100% فيكون ▸ $\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \times 100\%$

2 كتابة العدد النسبى فى صورة كسر عشرى أو عدد عشرى منتهٍ. مثل: ▸ $\frac{1}{2} = 0.5$

3 كتابة العدد النسبى فى صورة عدد عشرى غير منتهٍ (دائر). مثل: ▸ $\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$

العمليات على الأعداد النسبية

أولًا عملية جمع الأعداد النسبية

1 جمع عددين نسبيين مقاماهما متساويان

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{b}$ عددين نسبيين فإن:

▸ $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$

2 جمع عددين نسبيين مقاماهما مختلفان

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن:

▸ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$

خواص عملية جمع الأعداد النسبية:

1 الانغلاق: مجموع أى عددين نسبيين هو عدد نسبى.

2 الإبدال. 3 الدمج.

4 المحايد الجمعى: هو الصفر.

5 المعكوس الجمعى: للعدد $\frac{a}{b}$ هو $\frac{-a}{b}$ حيث $\frac{a}{b}$ هو عدد نسبى.

ثانيًا عملية طرح الأعداد النسبية

• عملية طرح $\frac{c}{d}$ من $\frac{a}{b}$ هى نفسها عملية جمع العدد $\frac{a}{b}$ مع المعكوس الجمعى للعدد $\frac{c}{d}$،

فإذا كان: $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين. فإن: ▸ $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(\frac{-c}{d}\right) = \frac{ad-bc}{bd}$

• عملية الطرح مغلقة فى مجموعة الأعداد النسبية ولكن ليست إبدالية وليست دامجة.

ثالثًا عملية ضرب الأعداد النسبية

• إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن: ▸ $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

خواص عملية ضرب الأعداد النسبية:

1 الانغلاق: حاصل ضرب أى عددين نسبيين هو عدد نسبى.

2 الإبدال 3 الدمج 4 المحايد الضربى هو الواحد الصحيح.

5 المعكوس الضربى: المعكوس الضربى للعدد $\frac{a}{b}$ هو $\frac{b}{a}$ حيث $\frac{a}{b}$ هو عدد نسبى لا يساوى 0 (حيث $\frac{a}{b} \neq 0$)

6 توزيع الضرب على الجمع والطرح ▸ $\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \pm \frac{f}{g}\right) = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \pm \left(\frac{a}{b} \times \frac{f}{g}\right)$

رابعًا عملية قسمة الأعداد النسبية

• تعرف عملية قسمة الأعداد النسبية على أنها الضرب فى المعكوس الضربى للمقسوم عليه،

فإذا كان: $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين حيث $\frac{c}{d} \neq 0$ ، فإن: ▸ $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$



بنك أسئلة الوحدة الأولى

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كانت الكميات 3 ، x ، 15 ، 10 متناسبة فإن: .... = x (القاهرة 2025)

(أ) 3 (ب) 2 (جـ) 1 (د) 5

2 إذا كان $\frac{x}{20} = \frac{3}{4}$ فما قيمة x ؟ .... (أسيوط 2025)

(أ) 5 (ب) 15 (جـ) 60 (د) 80

3 إذا كان $\frac{25}{x} = \frac{5}{8}$ فإن: .... = x (بني سويف 2025)

(أ) 40 (ب) 41 (جـ) 42 (د) 43

4 إذا كان $x : 36 = 25 : 20$ فما قيمة x ؟ (البحيرة 2025)

(أ) 14 (ب) 28.8 (جـ) 45 (د) 60

5 إذا كان $\frac{2}{3} = \frac{4}{x+1}$ فإن .... = x (أسيوط 2025)

(أ) 9 (ب) 7 (جـ) 5 (د) 3

6 إذا كان $\frac{12}{8} = \frac{x}{4}$ فإن .... = $2x$ (البحيرة 2025)

(أ) 3 (ب) 6 (جـ) 12 (د) 18

7 إذا كان $\frac{x}{10} = \frac{5}{y}$ فإن .... = xy (الإسماعيلية 2025)

(أ) 5 (ب) 50 (جـ) -5 (د) 15

8 أي من مقاييس الرسم الآتية يعبر عن تصغير؟ (الشرقية 2025)

(أ) 70 : 1 (ب) 1 : 7,000 (جـ) 500 : 1 (د) 7,000 : 1

9 إذا كان الطول في الرسم 2 سم والطول الحقيقي 6 أمتار، فإن مقياس الرسم هو .... (الفيوم 2025)

(أ) 1 : 3 (ب) 1 : 30 (جـ) 1 : 300 (د) 1 : 30,000

10 إذا كان الطول في الرسم 5 سم ومقياس الرسم 200 : 1 فما الطول الحقيقي بالمتر؟ (الجيزة 2025)

(أ) 25 (ب) 1 (جـ) 10 (د) 1,000

11 إذا كان مقياس الرسم 1 : 1,000 والطول في الرسم 2.5 سم فإن الطول الحقيقي .... متر (الدقهلية 2025)

(أ) 25 (ب) 0.25 (جـ) 2.5 (د) 250

12 إذا كان طول حشرة 0.4 مم وطولها بعد التكبير 6 سم فإن نسبة التكبير = ... (بني سويف 2025)

(أ) 1 : 15 (ب) 15 : 1 (جـ) 1 : 150 (د) 150 : 1

13 قسمت قطعة أرض مساحتها 72 فدانًا بين شخصين بنسبة 2 : 7 أي مما يأتي يمكن أن يكون نصيبًا لأحد الشخصين؟ (قنا 2025)

(أ) 4 أفدنة (ب) 16 فدانًا (جـ) 18 فدانًا (د) 28 فدانًا

14 اشترى أحمد تليفزيون بمبلغ 18,000 جنيه وكان عليه خصم 10% فإن السعر قبل الخصم هو .... جنيه. (الشرقية 2025)

(أ) 19,000 (ب) 17,000 (جـ) 20,000 (د) 1,000

15 النسبة المئوية هي نسبة يكون حدها الثاني = ... (قنا 2025)

(أ) 50 (ب) 200 (جـ) 100 (د) 75

16 $5 \ldots\ldots \{2,3,7\}$ (الفيوم 2025)

(أ) $\in$ (ب) $\notin$ (جـ) $\subset$ (د) $\not\subset$

17 إذا كانت $x \in \{2,5,7\}$ فإن x لا يمكن أن تساوي .... (البحيرة 2025)

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 5 (د) 7

18 إذا كانت $x \notin \{7,3,9\}$ فإن القيمة التي يمكن أن تساويها x هي .... (الإسماعيلية 2025)

(أ) 3 (ب) 4 (جـ) 7 (د) 9

19 $\varnothing \ldots\ldots \{0\}$ (الفيوم 2025)

(أ) $\in$ (ب) $\notin$ (جـ) $\subset$ (د) $\not\subset$

20 عدد المجموعات الجزئية من مجموعة تحتوي على 5 عناصر .... (الجيزة 2025)

(أ) 32 (ب) 27 (جـ) 10 (د) 5

21 عدد المجموعات الجزئية للمجموعة $A = \{x , y\}$ هو .... (المنوفية 2025)

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

22 إذا كانت $\{8 , 3x\} = \{9 , 8\}$ فإن .... $= x$ (القليوبية 2025)

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 6 (د) 8

23 إذا كانت $\{3 , 8 , 5\} = \{2x , 3 , 5\}$ فإن .... $= x$ (الفيوم 2025)

(أ) 3 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 8

24 إذا كانت $\{7 , 5\} \subset \{5 , x-1\}$ فما قيمة x ؟ (الدقهلية 2025)

(أ) 5 (ب) 6 (جـ) 7 (د) 8

25 إذا كانت $A = \{2 , 3\}$ ، $B = \{2 , 5\}$ فإن .... $= A \cap B$ (القليوبية 2025)

(أ) $\{5\}$ (ب) $\{3\}$ (جـ) $\{2\}$ (د) $\{5 , 3\}$

26 أى مما يلى يساوى -5 ؟

(أ) $0 \div (-5)$ (ب) $1 \div (-5)$ (جـ) $-25 \div (-5)$ (د) $-25 \div 5$

27 .... $= -3 - (-4)$ (أسيوط 2025)

(أ) -7 (ب) -1 (جـ) 1 (د) 7

28 ناتج جمع: .... $= -18 + 8 + 18 + 8$ (قنا 2025)

(أ) 36 (ب) 16 (جـ) 8 (د) 18

29 .... $= 0.\overline{5}$ (الشرقية 2025)

(أ) 5 % (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) $\frac{5}{9}$ (د) $\frac{4}{9}$

30 المعكوس الجمعى للعدد $\frac{-7}{3}$ هو .... (بنى سويف 2025)

(أ) $\frac{-7}{3}$ (ب) $\frac{-3}{7}$ (جـ) $\frac{7}{3}$ (د) $\frac{3}{7}$

31 المعكوس الضربى للعدد $\left|\frac{3}{4}\right|$ هو .... (المنوفية 2025)

(أ) $-\frac{4}{3}$ (ب) $\frac{3}{4}$ (جـ) $\frac{4}{3}$ (د) $\frac{-3}{4}$

32 المعكوس الضربى للعدد $1\frac{2}{3}$ هو .... (الجيزة 2025)

(أ) $\frac{-5}{3}$ (ب) $\frac{5}{3}$ (جـ) $1\frac{3}{2}$ (د) $\frac{3}{5}$

33 لا يوجد معكوس ضربى للعدد .... (القاهرة 2025)

(أ) 0 (ب) -1 (جـ) 1 (د) 10

34 قيمة المقدار $(2n - 3)$ عندما $n = 4$ يساوى .... (الفيوم 2025)

(أ) 0 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

35 قيمة المقدار $(3k - m)$ عندما $k = 2$, $m = -3$ يساوى .... (بنى سويف 2025)

(أ) 6 (ب) 7 (جـ) 9 (د) 11

36 إذا كان $(x - 1)$ معكوسًا ضربيًا للعدد $\frac{1}{5}$ فإن: .... $= x$ (قنا 2025)

(أ) $1\frac{1}{5}$ (ب) 4 (جـ) 5 (د) 6

2 أكمل ما يأتى:

1 إذا كان $\frac{2}{5} = \frac{x}{15}$ فإن قيمة x تساوى ....

2 فى حالة التكبير يكون الطول فى الرسم .... الطول الحقيقى

3 قسم مبلغ 120 جنيهًا بين شخصين بنسبة 3 : 2 فإن نصيب الأصغر = ... جنيه.

4 إذا ارتفع سعر تذكرة المترو من 8 جنيهات إلى 10 جنيهات فإن نسبة الزيادة = ...

5 إذا كانت نسبة الخسارة 20 % فإن نسبة البيع تساوى % ....

6 إذا كان $\{x , 5\} = \{5 , 7\}$ فإن .... $= x$

7 إذا كانت $\{2 , 1 , x\} = \{4 , y , 2\}$ فإن قيمة $x + y$ تساوى ....

8 $75\% = \frac{.....}{4}$

9 .... $= (-1) \times (-1)$

10 .... $= \frac{2}{3} + (\frac{-1}{3})$

11 المعكوس الضربى للعدد $-2\frac{1}{3}$ هو ....

12 ناتج طرح $1\frac{3}{5}$ من $4\frac{7}{10}$ يساوى ....

13 زيادة 0.36 على $\frac{2}{25}$ يساوى ....

3 أجب عما يأتى:

1 إذا كان طول حشرة فى الصورة 5سم وطولها الحقيقى 2 مم، فأوجد مقياس الرسم. (الفيوم 2025)

2 إذا كان الطول الحقيقى 40 مترًا ومقياس الرسم 1 : 1,000 فما الطول فى الرسم بالسنتيمتر؟ (الشرقية 2025)

3 نموذج لطائرة مصنوع بمقياس رسم 1 : 50 فإذا كان طول الطائرة فى النموذج 20 سم، فأوجد الطول الحقيقى. (الفيوم 2025)

4 قسم مبلغ 420 جنيهًا بين شخصين بنسبة 2 : 5، أوجد نصيب كل منهما. (الإسماعيلية 2025)

5 اشترك ثلاثة أشخاص فى مشروع رأس ماله 270,000 جنيه بنسبة 2 : 4 : 3، احسب ما دفعه كل شخص من رأس المال. (القليوبية 2025)

6 اشترك صديقان فى مشروع تجارى بنسبة 2 : 5 فإذا كان النصيب الأكبر من الأرباح 20,000 جنيه، فما مجموع الأرباح؟ (البحيرة 2025)

7 عددان، النسبة بينهما 5 : 4 فإذا كان العدد الأصغر 48، فما هو العدد الأكبر؟ (الشرقية 2025)

8 إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا المثلث كنسبة 4 : 3 : 2، فأوجد قياس كل زاوية من زواياه. (المنوفية 2025)

9 قسم مبلغ 3,600 جنيه على ثلاثة أشخاص بنسبة 5 : 4 : 3، أوجد نصيب كل منهم. (سوهاج 2025)

10 سلعة فى محل ملابس ثمنها 240 جنيهًا، فإذا كان عليها خصم 40% ، فما ثمنها بعد الخصم؟ (موقع الوزارة)

11 يعرض أحد المتاجر خصم 20% على المبيعات، فإذا كان سعر القميص قبل الخصم 600 جنيه، فأوجد سعر شراء القميص بعد الخصم. (سوهاج 2025)

12 حصل أحمد على خصم 30% من ثمن دراجة من أحد الأسواق، فإذا دفع محمد 8,400 جنيه، فما السعر الأصلى للدراجة؟ . (الشرقية 2025)

13 اشترى شخص هاتفًا بمبلغ 10,200 جنيه بعد الخصم 15%، أوجد مقدار الخصم وثمن الهاتف قبل الخصم. (الغربية 2025)

14 اشترى أحمد سيارة بمبلغ 200,000 جنيه، ثم باعها بمكسب 20%، فما ثمن البيع؟ (الدقهلية 2025)

15 إذا كان عدد طلاب مدرسة 900 طالب وكانت النسبة بين عدد البنين إلى عدد البنات 5 : 4، فاحسب الزيادة فى عدد البنات عن عدد البنين. (موقع الوزارة)

16 تبلغ تكلفة وجبة 150 جنيهًا ويضاف إليها 18 % من سعر التكلفة ربحًا على الوجبة. فما سعر بيع الوجبة؟ (الشرقية 2025)

17 إذا كانت $\{1, 3, x\} = \{7, y, 1\}$، فما قيمة $x - y$ ؟

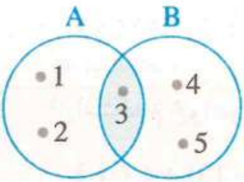
18 إذا كانت $X = \{2, 9, 3, 5\}$، فأى من المجموعات التالية جزئية من المجموعة X؟

(أ) $A = \{1, 5, 9\}$ (ب) $B = \{2, 5\}$

19 إذا كانت $A = \{3, 4, 6\}$ ، $B = \{2, 3, 6\}$، فأوجد: (الشرقية 2025)

(أ) $A \cap B$ (ب) $A \cup B$

20 بالاستعانة بشكل فن المقابل: اكتب بطريقة السرد كلًّا من: (سوهاج 2025)



(أ) A , B

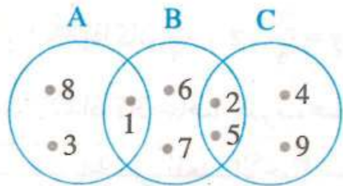
(ب) $A \cup B$

(جـ) $A \cap B$

21 إذا كانت $7 \in \{5, 3, 1+x\}$، فأوجد قيمة x (موقع الوزارة)

22 إذا كانت $Y = \{3, 5, 7\}$ ، $X = \{1, 3, 5\}$، فأوجد: $X \cup Y$ ، $X \cap Y$ (القاهرة 2025)

23 باستخدام شكل فن المقابل: أوجد ما يأتى:



(أ) $A \cap B$ (ب) $B \cup C$

(جـ) $A \cup (B \cap C)$ (د) $A \cap B \cap C$

24 أوجد ناتج كل مما يأتى:

(أ) $|-4| + |-8|$ (ب) $(-3) - 8$

(جـ) $4 + (-4)$ (د) $(-17) - (-24)$

(هـ) $25\% - 0.1\overline{6}$ (و) $(-3\frac{3}{4}) \div (-2\frac{1}{2})$ (أسيوط 2025)

(ز) $\frac{5}{8} \div (\frac{-3}{4})$ (أسيوط 2025) (ح) $[\frac{1}{5} + (\frac{-2}{5})] \div \frac{4}{10}$ (السويس 2025)

(ط) $[(\frac{-5}{12}) - (\frac{-7}{6})] \div \frac{3}{4}$ (قنا 2025)

25 استخدم خاصية التوزيع لإيجاد ناتج كل مما يأتى:

(ا) $5 \times 112 - 16 \times 112 + 112$ (الشرقية 2025)

(ب) $17 \times 2 - 17 \times 8 + 17$ (سوهاج 2025)

(جـ) $\frac{5}{7} \times 4 + \frac{5}{7} \times 3$ (بنى سويف 2025)

(د) $\frac{3}{5} \times 11 + \frac{3}{5} \times 8 + \frac{3}{5}$ (الشرقية 2025)

(هـ) $\frac{5}{17} \times 20 - \frac{5}{17} \times 7 + \frac{5}{17} \times 21$

(و) $\frac{5}{14} \times 10 - \frac{5}{14} \times 7 + \frac{5}{14} \times 11$ (البحيرة 2025)

(ز) $\frac{6}{37} \times 7 + \frac{6}{37} \times 5 + \frac{6}{37} \times (-11)$ (البحيرة 2025)

26 استخدم خواص الجمع أو الضرب لإيجاد ناتج كل مما يأتى:

(ا) $-6 + (-13) + 6$ (ب) $-4 \times (-19) \times 25$

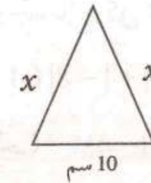
(جـ) $\frac{2}{9} + \frac{1}{4} + \frac{7}{9} + (\frac{-1}{4})$ (الفيوم 2025) (د) $\frac{-7}{8} + \frac{3}{5} + (\frac{-1}{8}) + \frac{7}{5}$ (القليوبية 2025)

27 إذا كانت $b = -5$ ، $a = 15$ ، فأوجد ناتج $a - (-b)$ (دمياط 2025)

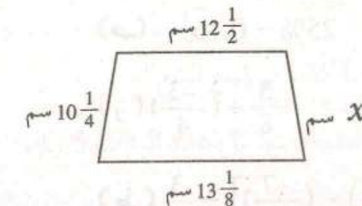
28 إذا كان $z = \frac{1}{8}$ ، $y = \frac{3}{8}$ ، $x = \frac{-5}{8}$ ، فأوجد $(x + y) \div z$ فى أبسط صورة. (موقع الوزارة)

29 إذا كان حاصل ضرب عددين نسبيين هو $\frac{15}{49}$ وكان أحد العددين هو $\frac{-3}{7}$، فما هو المعكوس الجمعى للعدد الآخر؟ (موقع الوزارة)

30 إذا كان محيط المثلث المقابل 34 سم، فأوجد قيمة x



31 إذا كان محيط الشكل المقابل 45 سم، فأوجد قيمة x



التعبيــر الرياضى

هو جملة أو صيغة رياضية تحتوى على أعداد أو رموز وعمليات رياضيــة (+ ، − ، × ، ÷)

1 تعبيــر رياضى عــددى: مثل: $4 + 8$ أو $4 \times (6 - 3)$ أو $13 - 4 \times (2 - 8)$

2 تعبيــر رياضى جبــرى «مقــدار جبــرى»: مثل: ab أو $2 \times C$ أو $\frac{x}{4}$ أو $y^2 - 7y + 2$

بعض الكلمات الدالة على العمليات الحسابية

الجمع (+)	الطرح (−)	الضرب (×)	القسمة (÷)
• المجموع • الإجمالى • معًا	• الفــرق • مطروحًـا منه • مقدار الزيـادة	• ضعـف • أمثـال • مضروبًا	• خارج قسمة • مقسومًا على • نسبة

المعــادلة: تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما علامة التساوى (=)

مثل: $3x = 6$ أو $\frac{x}{4} = 2$ أو $5y + 2 = 9$

المتبــاينــة: تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما إحدى علامات التباين ($<$ أو $>$ أو $\leqslant$ أو $\geqslant$)

مثل: $x < -8$ أو $x - 2 \leqslant 3$ أو $2x + 4 \geqslant 3$

الصيغة الرياضيــة: هى حقيقة أو قاعدة أو مبدأ يعبر عنه بصورة رياضية

مثل: المعادلة أو المتباينة أو صورة رياضية أخرى

فمثلًا: مساحة المربع (A) = طول الضلع (s) × نفسه ◄ $A = s \times s = s^2$

مساحة المستطيل (A) = الطول (l) × العرض (w) ◄ $A = l \times w = lw$

الحـد الجبــرى

هو ما نتجَ من حاصل ضرب عدد لا يساوى الصفر ومتغير واحد على الأقل، ويسمى هذا العدد معامل الحد الجبرى.

مثل: متغيــر ← $5x$ ← معــامــل (حد جبــرى) أو متغيــر ← $-3xy$ ← معــامــل (حد جبــرى)

أولًا حدود جبرية متشابهة

• هى حــدود لهـا نفس المتغيـر أو نفس المتغيرات حتى لو اختلفـت معاملاتهـا.

مثل: $-3x^2$, $5x^2$ أو $2xy$, $-5yx$, $4xy$

ثانيا حدود جبرية غير متشابهة

• هى حدود تحتوى على متغيرات مختلفة.

مثل: $4x$, $7y$ ← (حدان غير متشابهين لاختلاف المتغير)

أو $2x^2y$, $-3xy$ ← (حدان غير متشابهين لاختلاف أس المتغير x)

لاحظ أن

• عند جمع الحدود المتشابهة نطبق عكس خاصية التوزيع.

مثل: $6x + x + 4x + 2x = (6 + 1 + 4 + 2)\,x = 13x$

المقدار الجبرى

هو كل ما تكون من حد جبرى أو عدة حدود جبرية، ويفصل بين كل حدين من حدود المقدار بعملية جمع (+) أو بعملية طرح (−) مثل: $5x + 4y$ أو $2ab + 3a - 5$

وبملاحظة المقدار الجبرى المقابل، نجد أن:

معامل متغير ، معامل متغير ، معامل متغيران ، ثابت

$5x - 8y + 3xy - 2$

حد جبرى ، حد جبرى ، حد جبرى ، حد ثابت

• المقدار يتكون من 4 حدود هى: $5x$, $-8y$, $3xy$, -2

• الحد الثابت (الحد المطلق) هو: -2

• معامل xy هو: 3 • المتغير الذى معامله -8 هو: y

تبسيط المقدار الجبرى

• يكون المقدار الجبرى فى أبسط صورة عندما لا يحتوى على حدود متشابهة.

• **يمكن وضع المقدار الجبرى فى أبسط صورة من خلال الآتى:**

1 إزالة الأقواس (إن وجدت) باستخدام خاصية التوزيع.

2 جمع الحدود المتشابهة باستخدام عكس خاصية التوزيع.

حل المعادلة

• **مجموعة التعويض:** هى المجموعة التى تنتمى إليها القيم المحتملة للمجهول فى المعادلة.

• **مجموعة حل المعادلة:** هى مجموعة القيم التى ينتمى كل منها لمجموعة التعويض وتحقق تساوى طرفى المعادلة، وهى مجموعة جزئية من مجموعة التعويض.



بنك أسئلة الوحدة الثانية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى مما يلى يعتبر تعبيرًا عدديًا؟ ....

(ا) $x - 4$ (ب) $3x + 4$ (جـ) $2 \times 3 - 5$ (د) $25 - x$

2 التعبير الرياضى الذى يعبر عن ضعف العدد x مضافًا إليه 3 هو .... (السويس 2025)

(ا) $2x - 1$ (ب) $2x + 3$ (جـ) $2x$ (د) $2x - 3$

3 التعبير الرياضى الذى يكافئ طرح (2-) من x هو .... (الأزهر)

(ا) $x - 2$ (ب) $2 - x$ (جـ) $-2-x$ (د) $x + 2$

4 أى من المعادلات الآتية تكافئ المعادلة $3m - 1 = 8$ ؟ ....

(ا) $m = 3$ (ب) $3m = 18$ (جـ) $m = 9$ (د) $3m = 6$

5 أى من المعادلات التالية ليس لها حل فى Z؟ ....

(ا) $7x = 7$ (ب) $7x = 1$ (جـ) $7x = 14$ (د) $7x = 35$

6 أى مما يلى حدان جبريان متشابهان؟ .... (القاهرة 2025)

(ا) $3x^3 , -7x^2$ (ب) $5x , x^2$ (جـ) $5x , x$ (د) $7a^2 , a$

7 إذا كان عمر أسماء الآن x سنة، فإن عُمرها منذ 4 سنوات كان .... (الإسماعيلية 2025)

(ا) $x \div 4$ (ب) $x + 4$ (جـ) $x - 4$ (د) $4x$

8 ما المتباينة الرياضية التى تعبر عن أن الطول n سنتيمتر هو المناسب لاختيار شخص لممارسة إحدى الألعاب الرياضية بحيث طوله لا يقل عن 180 سنتيمترًا؟ ....

(ا) $n < 180$ (ب) $n > 180$ (جـ) $n \leqslant 180$ (د) $n \geqslant 180$

2 أكمل الجدول التالى كما بالمثال:

المقدار الجبرى	حدود المقدار وعددها	الحد الثابت	المتغير الذى له أصغر معامل	معامل x
مثال: $3x - 4y + 5xy - 8$	$3x , -4y , 5xy , -8$ عدد الحدود 4 حدود	-8	y	3
1 $y + y^2 - 3x$	....	لا يوجد	....	....
2 $x^2 + (-2)^2 x - 7$	....	....	....	....
3 $-8y - x + 6 + xy$	....	....	....	....

3 أجب عما يأتى:

1 عبر رياضيًا عن كل مما يأتى:

(أ) عمر محمد بعد 6 سنوات إذا كان عمره الآن x سنة.

(ب) عند إضافة (-4) إلى ضعف عدد ما كان الناتج (-5) .

(جـ) حاصل جمع 3 أمثال عدد ما مع 4 يساوى 13

(د) صيغة حجم المكعب (V) الذى طول حرفه (L).

(هـ) وزن سمير y نيوتن تقل عن x نيوتن بمقدار 18 نيوتن.

(و) باسم يملك عدد x ورقة نقود فئة جنيه واحد، وعدد y ورقة نقود فئة 5 جنيهات، وعدد z ورقة نقود فئة 10 جنيهات.

2 اختصر المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

(أ) $7m - 2n - 7m + 1$ (ب) $2x + 4y + x - 7y$

(جـ) $5a + 2a - b + 3b$ (د) $13x - 7 + 8x + 19$

(هـ) $-2n + 3(n - 1)$ (و) $3(2x - 5) - 4(x - 6)$

3 اكتب فى أبسط صورة المقدار الجبرى: $2(n - 3m) - 3(2n - 1)$

ثم أوجد قيمة المقدار عندما: $n = 2 , m = -2$

4 أوجد قيمة كل من التعبيرات الآتية إذا علمت أن: $a = 2 , b = -3 , c = 6 , d = -1$

(أ) $b - d$ (ب) $\frac{-c}{a}$ (جـ) $2c - b^2$

(د) $|5 - 2d|$ (هـ) $-3c + d$ (و) $ac - 3b$

5 اجمع المقادير الجبرية الآتية:

(أ) $3m - 3n + 10$ ، $2m + 5n - 7$ (القاهرة 2025)

(ب) $5x - 3 - 2y$ ، $3x - 2y + 1$ (الشرقية 2025)

(جـ) $a - b + 3$ ، $a - 3 + b$ (الشرقية 2025)

6 اطرح المقدار: $3x - 2y$ من $4x - 2y$ (القاهرة 2025)

7 ما باقى طرح: $5a - 3b - 7$ من $2b - 5a + 1$؟ (القاهرة 2025)

8 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية:

(أ) $\frac{x}{4} = 3$ إذا كانت مجموعة التعويض $\{0 , 8 , 12\}$

(ب) $2x - 2 = -2$ إذا كانت مجموعة التعويض $\{0 , 2 , 4\}$

(جـ) $3 - 2x = 9$ إذا كانت مجموعة التعويض $\{-3 , -1 , 1 , 3\}$

(د) $6(x + 2) = -6$ إذا كانت مجموعة التعويض $\{-2 , 1 , 2 , 3\}$

9 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى N :

(أ) $3x + 4 = 10$ (الجيزة 2025)   (ب) $2x - 2 = 16$ (الشرقية 2025)

(جـ) $3(x - 1) + 4 = 3$ (د) $4(x - 3) = 2(x + 4)$

10 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى Z :

(أ) $2x + 5 = 7$ (القاهرة 2025)   (ب) $3(x - 1) = 9$ (القليوبية 2025)

(جـ) $3 - 2x = 15$ (كفر الشيخ 2025)   (د) $3(x + 3) = 17 + 5x$

11 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى Q :

(أ) $2x - 3 = 6$ (سوهاج 2025)   (ب) $3x + 2 = -7$ (القاهرة 2025)

(جـ) $3(x + 5) = 12$ (القليوبية 2025)   (د) $4(x - 3) = 7(x + 4)$

12 يمثل المقدار الجبرى $110 + \frac{a}{2}$ قياس ضغط الدم للشخص تقريبًا، حيث a تمثل عمر الشخص. قدر قياس ضغط الدم لشخص عمره 16 سنة.

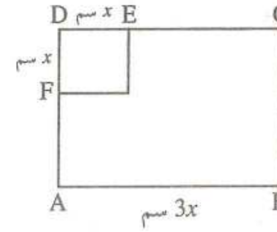
13 مدرسة بها عدد $(8x + 15)$ بنتًا ، $(7x - 10)$ ولدًا.

اكتب تعبيرًا رياضيًّا يوضح مقدار زيادة عدد البنات عن عدد الأولاد فى هذه المدرسة.

14 الشكل المقابل:

يعبر عن ورقة على شكل مستطيل مقطوع منها مربع،

اكتب التعبير الرياضى الذى يعبر عن طول $\overline{EC}$

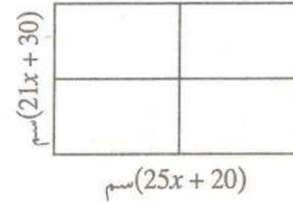


15 الشكل المقابل:

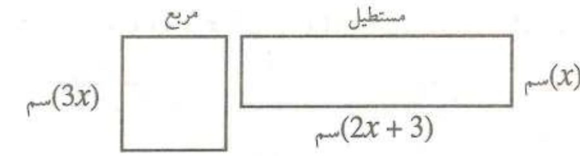
يوضح طاولة لعبة تنس الطاولة على شكل مستطيل.

اكتب تعبيرًا رياضيًّا فى أبسط صورة يعبر عن محيط الطاولة،

ثم أوجد قيمة المحيط عند $x = 10$



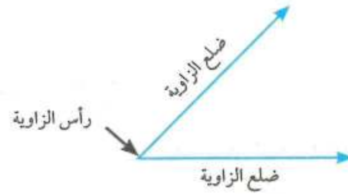
16 أوجد قيمة x التى تجعل محيطى الشكلين الآتيين متساويين.



أنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا

- مفهــوم الزاويــة: هى اتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية.
- وحـدات قيـاس الزاويـة: هى الدرجة والدقيقة والثانية حيث:

- الدرجة تساوى 60دقيقة $(1° = 60')$
- الدقيقة تساوى 60ثانية $(1' = 60'')$



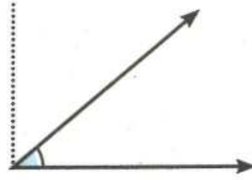
أنواع الزوايا:

1 الزاويــة الصفــرية:



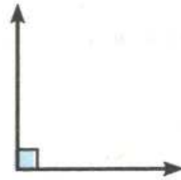
- زاوية قياسها $0°$
- ضلعاها منطبقان

2 الزاويــة الحــادة:



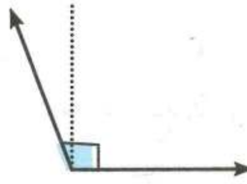
- زاوية قياسها أكبر من $0°$ وأصغر من $90°$

3 الزاويــة القائــمة:



- زاوية قياسها $90°$

4 الزاويــة المنفرجة:



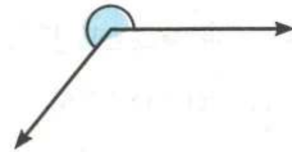
- زاوية قياسها أكبر من $90°$ وأصغر من $180°$

5 الزاويــة المستقيــمة:



- زاوية قياسها $180°$
- ضلعاها فى اتجاهين متضادين على استقامة واحدة.

6 الزاويــة المنعكــسة:



- زاوية قياسها أكبر من $180°$ وأصغر من $360°$

العلاقات بين الزوايا:

1 الزاويتان المتجاورتان: هما زاويتان تقعان فى نفس المستوى، ولهما رأس مشترك ويقع الضلعان الآخران فى جهتين مختلفتين من الضلع المشترك.

2 الزاويتان المتتامتان: هما زاويتان مجموع قياسيهما $90°$

3 **الزاويتان المتكاملتان:** هما زاويتان مجموع قياسيهما 180°

4 **الزاويتان المتقابلتان بالرأس:** هما زاويتان غير متجاورتين ناتجتان من تقاطع مستقيمين، وهما متساويتان فى القياس.

5 **الزوايا المتجمعة حول نقطة:** مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى 360°

التـــوازى

المستقيمـان المتعـــامدان	المستقيمـان المتوازيـان
همـا مستقيمـان ينتـج من تقاطعهـما 4 زوايـا قائمة	همـا مستقيمـان لا يتقاطعـان أبـدًا
$m \perp n$	$p \parallel q$

العلاقات بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإن:

1 كل زاويتين متناظرتين متساويتان في القياس.

$m(\angle 1) = m(\angle 5)$ ، $m(\angle 2) = m(\angle 6)$

$m(\angle 4) = m(\angle 8)$ ، $m(\angle 3) = m(\angle 7)$

2 كل زاويتين متبادلتين متساويتان في القياس.

(أ) متبادلتين داخليًا	(ب) متبادلتين خارجيًا
$m(\angle 4) = m(\angle 6)$	$m(\angle 1) = m(\angle 7)$
$m(\angle 3) = m(\angle 5)$	$m(\angle 2) = m(\angle 8)$

3 كل زاويتين داخلتين وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان:

$m(\angle 3) + m(\angle 6) = 180°$ ، $m(\angle 4) + m(\angle 5) = 180°$

إثبـات تـوازى مستقيمـين

- يتوازى المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت إحدى الحالات الآتية:

1 زاويتان متناظرتان متساويتان فى القياس .

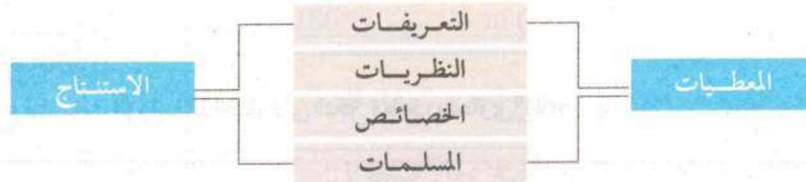
2 زاويتان متبادلتان (داخليًا أو خارجيًا) متساويتان فى القياس.

3 زاويتان داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

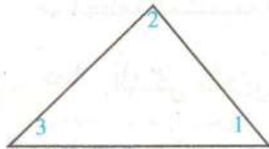
كيف تكتب البرهان فى الهندسة؟

لكتابة البرهان فى الهندسة تتبع الخطوات التالية:

قراءة المسألة بعناية. ◄ حدد المعطيات وهى المعلومات المعطاة ◄ حدد المطلوب وهو السؤال المراد الإجابة عنه ◄ فكر فى خطة البرهان ◄ استخدام خطتك فى كتابة البرهان للوصول إلى المطلوب ◄ تحقق من إجابتك



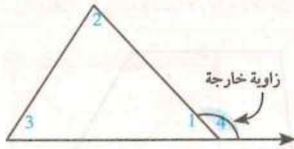
المثلـث



قاعـدة

مجمـوع قياسـات الزوايـا الداخـلة لأى مثلـث يسـاوى 180°

► $m(\angle 1) + m(\angle 2) + m(\angle 3) = 180°$



قاعـدة

قياس الزاويـة الخارجـة لأى مثلث يساوى مجموع قياس الزاويتين الداخلتين عدا المجـاورة لهـا.

► $m(\angle 4) = m(\angle 2) + m(\angle 3)$

قاعدة

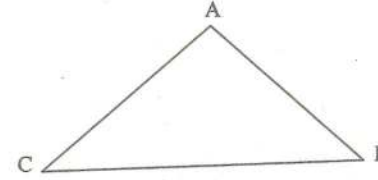
مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث أكبر من طول الضلع الثالث

فى المثلث ABC يكون:

$AB + BC > AC$

$AB + AC > BC$

$AC + BC > AB$



لاحظ أن

طول أى ضلع فى المثلث أكبر من الفرق بين طولى الضلعين الآخرين وأقل من مجموعهما

الأشكال الرباعية

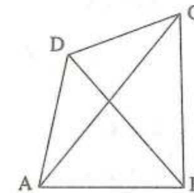
قاعدة

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأى شكل رباعى يساوى 360°

$m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) + m(\angle D) = 360°$

- قطر الشكل الرباعى:

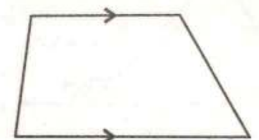
هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتاليين.



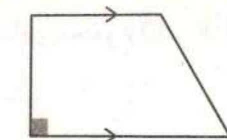
فمثلا: الشكل المقابل ABCD له قطران هما $\overline{AC}$ ، $\overline{BD}$

الأشكال الرباعية الخاصة

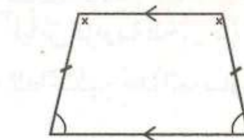
(1) شبه المنحرف هو شكل رباعى فيه ضلعان فقط متوازيان.



شبه منحرف

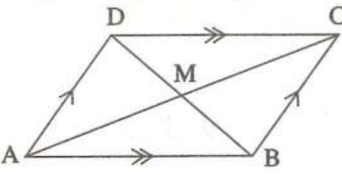


شبه منحرف قائم الزاوية



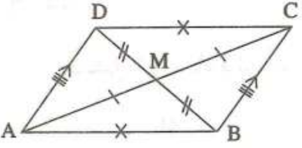
شبه منحرف متساوى الساقين

(2) متوازى الأضلاع هو شكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.



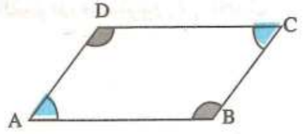
فمثلا: فى الشكل المقابل: $\overline{AD} // \overline{BC}$ ، $\overline{AB} // \overline{DC}$

خواص متوازى الأضلاع:



1 كل ضلعين متقابلين متساويان فى الطول $AB = DC$ ، $AD = BC$

2 القطران ينصف كل منهما الآخر $BM = DM$ ، $AM = CM$



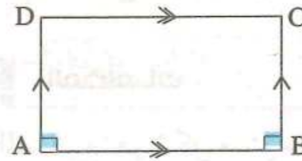
3 كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس

$m(\angle B) = m(\angle D)$ ، $m(\angle A) = m(\angle C)$

4 كل زاويتين متتاليتين متكاملتان

$m(\angle B) + m(\angle C) = 180°$ ، $m(\angle A) + m(\angle B) = 180°$

$m(\angle D) + m(\angle A) = 180°$ ، $m(\angle C) + m(\angle D) = 180°$

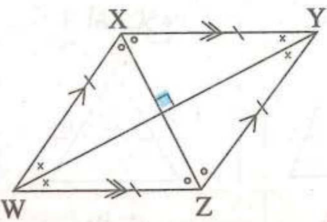


(3) المستطيل هو متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة

- المستطيل له جميع خواص متوازى الأضلاع بالإضافة إلى:

1 جميع زواياه الداخلة قوائم. 2 قطراه متساويان فى الطول.

(4) المعين هو متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.

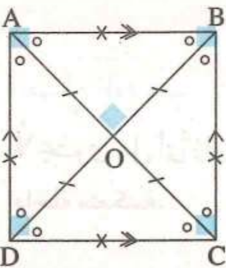


- المعين له جميع خواص متوازى الأضلاع بالإضافة إلى:

1 جميع أضلاعه متساوية فى الطول.

2 القطران متعامدان وينصفان زواياه الداخلة

(5) المربع هو متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة، وفيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.



- المربع له جميع خواص متوازى الأضلاع بالإضافة إلى:

1 جميع أضلاعه متساوية فى الطول. 2 جميع زواياه الداخلة قوائم.

3 قطراه متساويان فى الطول ومتعامدان وينصفان زواياه الداخلة، وقياس كل منها = 45°

متى يكون متوازى الأضلاع مستطيلاً أو معينًا أو مربعًا؟

يكون متوازى الأضلاع

1 مستطيلًا	2 معينًا	3 مربعًا
إذا كان: إحدى زواياه قائمة. **أو** القطران متساويين فى الطول.	إذا كان: فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول. **أو** القطران متعامدين.	إذا كان: إحدى زواياه قائمة، وفيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول. **أو** إحدى زواياه قائمة، وقطراه متعامدين. **أو** القطران متساويين فى الطول ومتعامدين. **أو** فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول، وقطراه متساويين فى الطول.

لاحظ أن

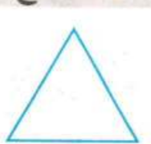
المربع هو مستطيل ومعين فى نفس الوقت.

المضلعات

المضلع: هو شكل مستوٍ مغلق يتكون من اتحاد ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر، حيث:

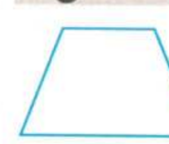
- القطع المستقيمة تسمى أضلاع المضلع.
- تتقاطع القطع المستقيمة عند الأطراف فقط فى نقط تسمى رءوس المضلع.

3 أضلاع



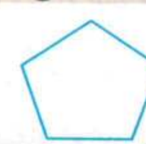
مثلث

4 أضلاع



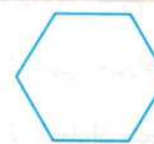
شكل رباعى

5 أضلاع



شكل خماسى

6 أضلاع



شكل سداسى

المضلع المحدب والمضلع المقعر

المضلع المحدب: لا يحتوى على أى زاوية داخلة منعكسة.



المضلع المقعر: يحتوى على زاوية واحدة منعكسة على الأقل من زواياه الداخلة.



مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع:

- لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع المحدب نرسم كل الأقطار الممكنة من أحد رءوسه فينقسم كل مضلع إلى مجموعة من المثلثات.
- عدد المثلثات لأى مضلع = عدد الأضلاع مطروحًا منه 2

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع عدد أضلاع n

= عدد المثلثات الناتجة × $180°$

$(n-2) \times 180°$

المضلع المنتظم

المضلع المنتظم: تتحقق فيه الخاصيتان الآتيتان:

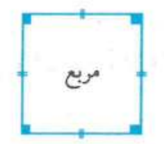
1 جميع أضلاعه متساوية فى الطول.

2 جميع زواياه الداخلة متساوية فى القياس.

ثلاثى منتظم



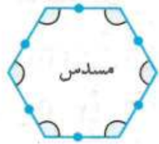
رباعى منتظم



خماسى منتظم



سداسى منتظم



لاحظ أن

قياس كل زاوية داخلة من زوايا المضلع المنتظم = $\frac{\text{مجموع قياسات زواياه الداخلة}}{\text{عدد هذه الزوايا}} = \frac{(n-2) \times 180°}{n}$

محاور التماثل فى المضلعات

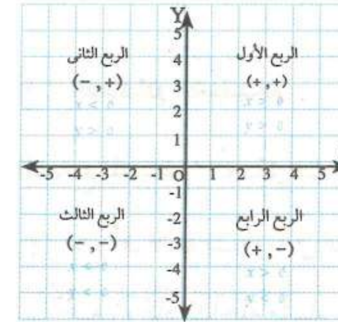
- **محور التماثل:** هو مستقيم يقسم الشكل إلى جزأين متماثلين، وعند طى الشكل على طول محور التماثل ينطبق الجزآن تمامًا.
- **محور تماثل المضلع المنتظم:** هو مستقيم يمر بمركز المضلع ويقسمه إلى مضلعين متماثلين

عدد محاور التماثل للمضلع المنتظم يساوى عدد أضلاع المضلع

الإحداثيات

المستوى الإحداثى:

- هو مستوى ثنائى الأبعاد يتكون من تقاطع خط أعداد أفقى (محور x) وخط أعداد رأسى (المحور y) ، نقطة الأصل O (0 , 0) هى نقطة تقاطع المحور X والمحور Y والزوج المرتب (x , y) يحدد موضع النقطة فى المستوى الإحداثى.



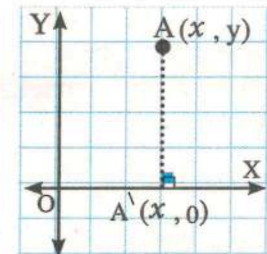
- يقسم المحوران X ، Y المستوى الإحداثى إلى 4 أجزاء (4 أرباع) ويمكن تحديد الربع الذى يوجد فيه الزوج المرتب تبعًا لإشارة الإحداثيات X ، Y كما بالرسم:

لاحظ أن

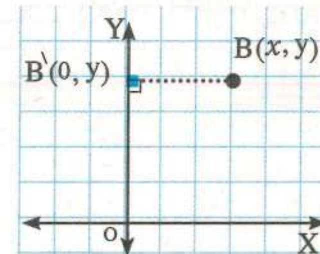
- إذا كانت النقطة تقع على محور X ، فإن إحداثى y لها يساوى 0 وتكون على الصورة $(x , 0)$ مثل: $(3 , 0)$ أو $(-2 , 0)$
- إذا كانت النقطة تقع على محور Y، فإن إحداثى x لها يساوى 0 وتكون على الصورة $(0 , y)$ مثل: $(0 , 4)$ أو $(0 , -3)$

مسقط نقطة على محورى الإحداثيات:

- مسقط نقطة على محور هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة إلى هذا المحور.



$A (x , y) \xrightarrow[\text{محور } X]{\text{مسقطها على}} A' (x , 0)$



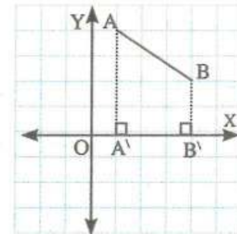
$B (x , y) \xrightarrow[\text{محور } Y]{\text{مسقطها على}} B' (0 , y)$

مسقط قطعة مستقيمة على محورى الإحداثيات:

- مسقط قطعة مستقيمة على محور هو القطعة المستقيمة التى طرفاها هما مسقطا طرفى القطعة الأصلية على هذا المحور.

أولًا: مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور X:

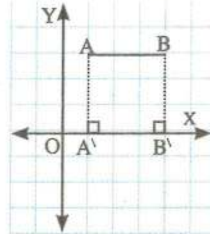
1



$\overline{A'B'}$ هى مسقط $\overline{AB}$

$A'B' < AB$

2

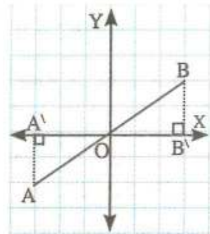


$\overline{A'B'}$ هى مسقط $\overline{AB}$

$A'B' = AB$

لأن $\overline{AB}$ توازى محور X

3

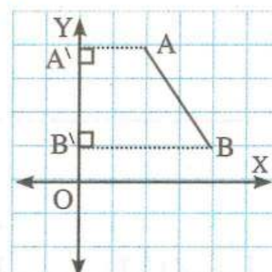


$\overline{A'B'}$ هى مسقط $\overline{AB}$

$A'B' < AB$

ثانيًا: مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور Y:

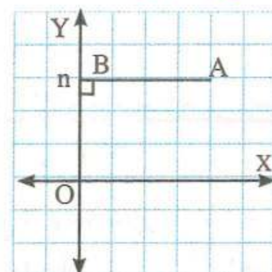
1



$\overline{A'B'}$ هى مسقط $\overline{AB}$ على محور Y

$A'B' < AB$

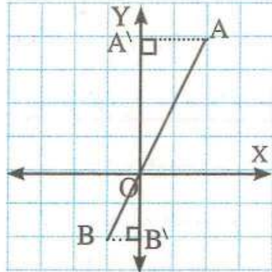
2



المسقط هو n لأن

$\overline{AB}$ عمودية على محور Y

3



$\overline{A'B'}$ هى مسقط $\overline{AB}$ على محور Y

$A'B' < AB$

نقطة منتصف قطعة مستقيمة

- نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ هى نقطة تنتمى للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ وتكون على بعدين متساويين من نهايتيها.
- إذا كانت M هى نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، حيث $A (x_1 , y_1)$ ، $B (x_2 , y_2)$ فإن :

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2} , \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$



بنك أسئلة الوحدة الثالثة

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 ما نوع الزاوية المكملة لزاوية مستقيمة؟ .... (القاهرة 2025)

(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) صفرية (د) منعكسة

2 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين .... (الشرقية - العاشر من رمضان 2025)

(أ) قائمتان (ب) متساويتان فى القياس

(جـ) متتامتان (د) متكاملتان

3 مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث .... طول الضلع الثالث. (قنا 2025)

(أ) أصغر من (ب) أكبر من (جـ) يساوى (د) ضعف

4 إذا كان قياسا زاويتين فى مثلث هما $80°$ ، $30°$ ، فأى مما يلى لا يمكن أن يكون قياسًا لزاوية من الزوايا الخارجة عن هذا المثلث؟ .... (القليوبية 2025)

(أ) $150°$ (ب) $100°$ (جـ) $120°$ (د) $110°$

5 متوازى الأضلاع الذى جميع أضلاعه متساوية فى الطول، يكون .... (الجيزة 2025)

(أ) مستطيلًا (ب) مربعًا (جـ) معينًا (د) شبه منحرف

6 المضلع المحدب هو مضلع لا توجد به زوايا داخلة نوعها ....

(أ) منفرجة (ب) حادة (جـ) قائمة (د) منعكسة

7 أى من الأشكال الآتية ليس له محور تماثل؟ ....

(أ) المعين (ب) المستطيل (جـ) المربع (د) متوازى الأضلاع

8 مسقط النقطة $(2 , 4)$ على محور X هو .... (المنوفية 2025)

(أ) $(0 , 2)$ (ب) $(4 , 0)$ (جـ) $(4 , -2)$ (د) $(2 , 4)$

9 إذا كانت $x < 0$ ، $y > 0$ ، فى أى ربع تقع النقطة $(x , -y)$؟ ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

10 إذا كانت $m(\angle A) = 130°$ ، فإن $m(\angle A)$ المنعكسة = ... (الإسماعيلية 2025)

(أ) $230°$ (ب) $130°$ (جـ) $50°$ (د) $360°$

11 إذا كانت النقطة $(3 , k - 2)$ تقع على محور X فإن قيمة $k =$ ....

(أ) -3 (ب) -2 (جـ) 2 (د) 3

2 أكمل ما يأتى:

1 قياس الزاوية الداخلة للشكل الثمانى المنتظم يساوى ....

2 إذا كانت $A(5 , 2)$ ، $B(5 , -2)$ ، فإن نقطة منتصف $\overline{AB}$ هى .... (بنى سويف 2025)

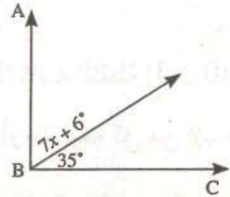
3 القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتاليين من رءوس المضلع تسمى ....

4 إذا كانت النقطة $C(2, 5)$ هى منتصف $\overline{AB}$ ، حيث $A(4, 1)$ فإن $B(.... , ...)$ (سوهاج 2025)

5 قياس الزاوية الخارجة لأى مثلث يساوى ....

6 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين داخلتين وفى جهة واحدة من القاطع تكونان ....

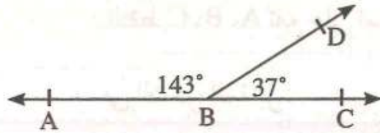
7 فى الشكل المقابل: (المنيا 2025)



$\overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{BC}$ فإن قيمة x تساوى ....

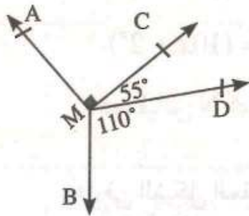
3 أجب عما يأتى:

1 فى الشكل المقابل:



أثبت أن النقاط A, B, C على استقامة واحدة

2 فى الشكل المقابل: (القليوبية 2025)

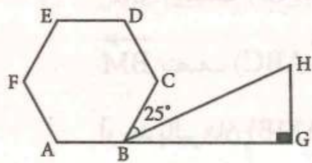


$\overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MC}$ ، $m(\angle CMD) = 55°$

، $m(\angle BMD) = 110°$

أوجد بالبرهان: $m(\angle AMB)$

3 فى الشكل المقابل: (قنا 2025)

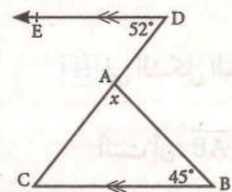


ABCDEF سداسى منتظم

، $B \in \overline{AG}$ ، $m(\angle CBH) = 25°$

أوجد بالبرهان: $m(\angle H)$

4 فى الشكل المقابل: (الإسماعيلية 2025)

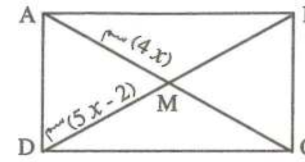


أوجد بالبرهان: قيمة x

5 في الشكل المقابل:

إذا كان ABCD مستطيلًا

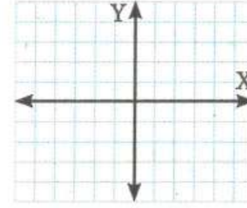
فأوجد بالبرهان طول $\overline{DB}$



6 حدد النقاط التالية على المستوى الإحداثي: (المنيا 2025)

$C(3 , -1)$ ، $B(-2 , -1)$ ، $A(1 , 3)$

أوجد مساحة الشكل الناتج.



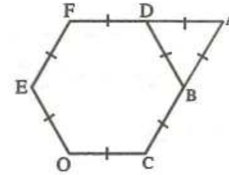
7 إذا كانت النقطة $A(0 , -3)$ تقع في منتصف المسافة بين النقطتين $B(x , -10)$ ، $C(7 , y)$

فأوجد قيمة كلٍّ من x , y

(المنوفية 2025)

8 في الشكل المقابل أثبت أن: (الدقهلية 2025)

النقط A، B، C تقع على استقامة واحدة



9 في الشكل المقابل:

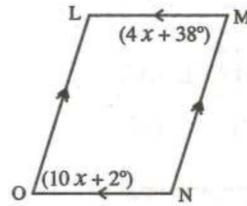
إذا كان LMNO متوازي أضلاع حيث

(الغربية 2025)

$m(\angle M) = (4x + 38°)$

$m(\angle O) = (10x + 2°)$

فما قياس $\angle N$ ؟

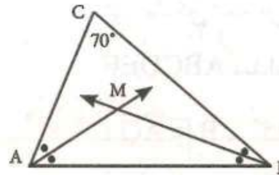


10 في الشكل المقابل: (بني سويف 2025)

$\overrightarrow{AM}$ ينصف $(\angle BAC)$

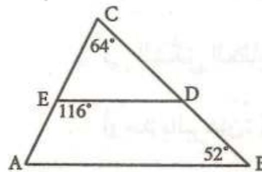
$\overrightarrow{BM}$ ينصف $(\angle ABC)$ ، $m(\angle C) = 70°$

أوجد بالبرهان $m(\angle AMB)$



11 في الشكل المقابل:

أثبت أن: $\overline{ED} \,//\, \overline{AB}$



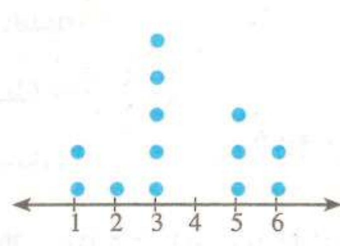
الإحصاء

هو علم جمع وتنظيم وعرض وتحليل وتفسير البيانات لاتخاذ القرارات، وهو فرع من فروع الرياضيات، وله تطبيقات في مجالات متنوعة، مثل: الطب والاقتصاد والعلوم الاجتماعية .. وهكذا.

بعض أنواع المخططات البيانية

[1] التمثيل بالنقاط

فمثلًا:



- يظهر القيم الحقيقية للبيانات.

[2] الأعمدة البيانية

فمثلًا:



- يظهر القيم الحقيقية للبيانات.

[3] المدرج التكراري

فمثلًا:



- لا يظهر القيم الحقيقية للبيانات

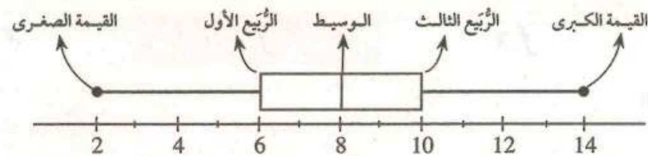
[4] الساق والأوراق

فمثلًا:

الأوراق	الساق
5 7	1
0 3 4	2
1 1 8	3
7	4
23 تمثل 2|3	المفتاح

- يظهر القيم الحقيقية للبيانات وتكون مرتبة.

[5] المخطط الصندقي



- لا يظهر القيم الحقيقية للبيانات ولكنه أسهل في إيجاد الوسيط والرُّبيع الأول والرُّبيع الثالث.

• تكـون الرسـوم البيـانيـة مضـللة:

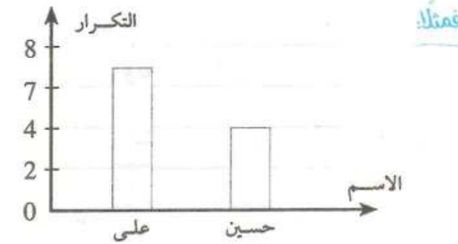
1 إذا كان المحور الرأسى لا يبدأ من الصفر.

فمثلًا:



2 إذا استخدم مقياس رسم غير متساوٍ على المحور الرأسى.

فمثلًا:



مقاييس النزعة المركزية لمجموعة من القيم

1 الوسط الحسابى لمجموعة من القيم (المتوسط) = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

فمثلًا: الوسط الحسابى للقيم: 5، 1، 4، 9، 6 يساوى $\frac{6+9+4+1+5}{5} = 5$

2 الوسيط: هو القيمة التى تتوسط مجموعة من القيم بعد ترتيبها تصاعديًا أو تنازليًا.

فمثلًا: لمجموعة القيم: 9، 6، 4، 3، 2 — الوسيط = 4

لمجموعة القيم: 11، 9، 8، 4، 2، 2 — الوسيط $= \frac{4+8}{2} = 6$

3 المنوال: هو القيمة الأكثر شيوعًا أو الأكثر تكرارًا.

فمثلًا: لمجموعة القيم: ③، 7، ③، 4، ③، 7 — المنوال = 3

لمجموعة القيم: ⑥، ④، ④، 1، ⑥ — يوجد منوالان هما 4، 6 (ثنائى المنوال)

لمجموعة القيم: 1، 6، 0، 4، 3

ليس لها منوال

الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى $\overline{x}$

• حيث $\sum f$ هو مجموع التكرارات، $\sum(f.x)$ هو مجموع حواصل ضرب f فى x

x	f	$f.x$
....	....	....
....	....	....
....	....	....
المجموع	$\sum f$	$\sum (f.x)$

الوسط الحسابى $\overline{x}$ حيث:

$$\overline{x} = \frac{\sum (f.x)}{\sum f}$$

البيانات الإحصائية المضللة

• استخدام الوسط الحسابى دون النظر إلى التوزيع العام للبيانات، يمكن أن يكون مضللًا، فإذا كانت هناك بعض القيم المتطرفة (الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا) يمكن أن يؤثر ذلك بشكل كبير على الوسط الحسابى، ولذلك من الأفضل فى هذه الحالة استخدام الوسيط أو المنوال.

مخطط القطاعات الدائرية

• هو دائرة مقسمة إلى قطاعات حسب نسبة التكرارات فى كل مجموعة من مجموعات التوزيع، وهو طريقة بيانية مبسطة لإظهار علاقة الأجزاء بالكل من خلال مقارنة مساحات الأشكال بشكل مرئى.



• مجموع النسب فى القطاعات الدائرية = 100%

لحساب قياس الزاوية المركزية

- $\frac{\text{التكرار}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360^\circ$
- النسبة المئوية $\times 360^\circ$

خطوات الرسم:

1 نرسم دائرة مناسبة بالفرجار.

2 نرسم نصف قطر فى الدائرة.

3 نرسم زاوية مركزية تمثل القطاع الأول.

4 نستخدم نصف القطر الجديد لرسم الزاوية المركزية للقطاع التالى.



بنك أسئلة الوحدة الرابعة

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 من التمثيل البيانى المقابل:



عدد العمال الذين يعملون 4 ساعات .... عامل.

(أ) 2 (ب) 5 (جـ) 4 (د) 10

2 من مخطط الساق والأوراق المقابل قيمة الوسيط = ...

الساق	الأوراق
1	0 2 3 7 9
2	2 4 7 9

المفتاح: 0 | 1 تعنى 10

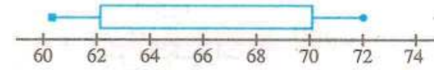
(أ) 8 (ب) 17

(جـ) 19 (د) 32

3 يُظهر مخطط .... القيم الحقيقية للبيانات وبطريقة مرتبة.

(أ) الصندوقى (ب) المدرج التكرارى (جـ) الساق والأوراق (د) غير ذلك

4 من المخطط الصندوقى المقابل قيمة الرُّبيع الثالث ....



(أ) 60 (ب) 64 (جـ) 68 (د) 70 (المنيا 2024)

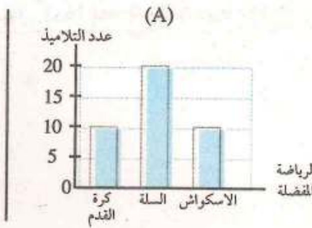
5 الوسيط الحسابى لمجموعة القيم 7 ، 8 ، 9 ، 4 ، 6 ، 2 يساوى .... (القاهرة 2025)

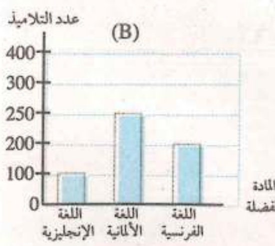
(أ) 6 (ب) 6.5 (جـ) 7 (د) 7.5

6 الوسيط لمجموعة القيم: 30 ، 17 ، 18 ، 7 ، 15 ، 25 هو .... (المنيا 2025)

(أ) 17 (ب) 19 (جـ) 17.5 (د) 35

7 أى من المخططين المقابلين مضلل؟ ....





(أ) المخطط A مضلل.

(ب) المخطط B مضلل.

(جـ) A ، B مضللان.

(د) ليس أى منهما مضللًا.

8 لمجموعة بيانات، إذا كان $\sum f = 5$ ، $\sum(f.x) = 45$ فإن قيمة $\bar{x}$ تساوى ....

(أ) 5 (ب) 4 (جـ) 9 (د) 40

9 مجموع النسب فى القطاعات الدائرية = ... (الشرقية 2025)

(أ) 10% (ب) 30% (جـ) 100% (د) 80%

10 إذا كان الوسط الحسابى لمجموعة القيم: 8 ، 12 ، x ، 10 ، 8 يساوى 9 فإن قيمة x = ...

(أ) 7 (ب) 12 (جـ) 9 (د) 10

11 عند تمثيل البيانات الموضحة بالجدول المقابل بالقطاعات الدائرية، فإن القياس الستينى لزاوية القطاع الدائرى، الخاص بالفاكهة يساوى ....

نوع الغداء	التكلفة
الفاكهة	500
اللحوم	1,000
الخضراوات	500

(أ) 90° (ب) 25°

(جـ) 100° (د) 75°

12 إذا كان الوسط الحسابى لخمس قيم هو 4 فإن مجموع هذه القيم = ... (دمياط 2025)

(أ) 20 (ب) 9 (جـ) 16 (د) 50

13 الرُّبيع الثالث للقيم 23 ، 12 ، 18 ، 14 ، 10 ، 15 هو .... (الدقهلية 2025)

(أ) 12 (ب) 18 (جـ) 14 (د) 15

14 إذا كانت القيمة المنوالية للقيم 9 ، 7 ، $x + 1$ ، 5 ، 2 هو 7 فإن: x =............ (المنوفية 2025)

(أ) 9 (ب) 8 (جـ) 7 (د) 6

15 إذا كان الوسط الحسابى لخمسة أعداد صحيحة هو 14 وكان الوسيط 15 والمنوال 11 فإن أكبر هذه الأعداد هو .... (القليوبية 2025)

(أ) 17 (ب) 16 (جـ) 14 (د) 18

16 قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائرى الذى يمثل 30% من الدائرة °............ (كفر الشيخ 2025)

(أ) 108 (ب) 30 (جـ) 360 (د) 130

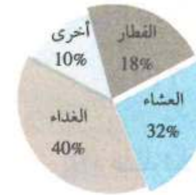
17 القطاع المقابل يمثل الدرجة الكلية لبعض المواد الدراسية فإن قياس الزاوية المركزية التي تمثل مادة الرياضيات = ...° (الشرقية 2025)



(أ) 120 (ب) 200

(جـ) 216 (د) 160

18 الشكل المقابل يوضح عدد السعرات الحرارية للطالبة سالى، فإذا كانت سالى تحتاج إلى 2,500 سُعر حرارى فى اليوم، فما عدد السُّعرات التى تحتاجها سالى فى وجبة الغداء؟ (القاهرة 2025)



(أ) 450 (ب) 250

(جـ) 800 (د) 1,000

2 أجب عما يأتى:

1 تقدم وزارة الصحة تطعيمات إجبارية للأطفال حديثى الولادة، رصدت إحدى الوحدات الصحية أعداد الأطفال الذين تناولوا الجرعات كما بالجدول المقابل، مثِّل تلك البيانات باستخدام الأعمدة.

نوع التطعيم	عدد الأطفال
الالتهاب الفيروسى	550
شلل الأطفال	500
التطعيم الخماسى	350
التطعيم السداسى	200

2 إذا كانت درجات 40 تلميذًا فى امتحان مادة الرياضيات هى كالآتى:

7	11	31	30	51	8	12	50	32	43
49	22	48	9	39	28	17	44	18	41
26	34	25	52	35	13	42	40	27	39
34	41	37	42	24	55	23	38	59	39

مثِّل هذه البيانات بالمدرج التكرارى.

3 تمثل البيانات التالية دجات الحرارة المسجلة فى إحدى المدن خلال ثلاثة أسابيع، ارسم مخطط الساق والأوراق ثم استنتج منه الوسيط والمنوال، ثم ارسم المخطط الصندوقى واستنتج منه الرُّبَيع الأول والرُّبَيع الثالث. (دمياط 2025)

24	41	42	26	25	25	43
21	25	19	18	41	17	40
38	33	32	29	33	28	34

4 إذا كان الوسط الحسابى للأعداد: $2x+2$ ، 20 ، $3x+1$ ، $3x-5$ هو 14.5 **فأوجد الوسيط** لهذه الأعداد.

5 الجدول التكرارى يعرض عدد ساعات العمل لمجموعة من الموظفين، احسب متوسط عدد ساعات العمل. (الشرقية 2025)

عدد الساعات (x)	5	6	7	8	9	10
عدد الموظفين (f)	12	10	30	39	16	9

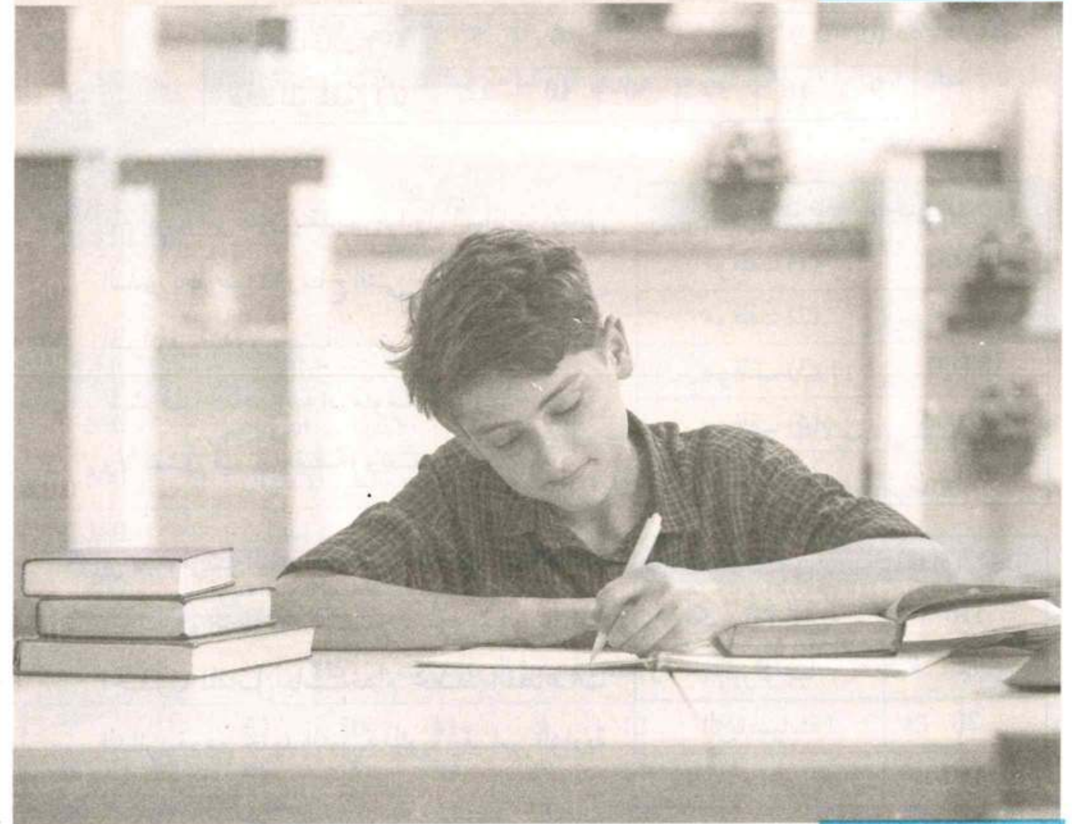
6 قام أحد الموظفين بتقديم جدول البيانات المقابل الذى يعرض الأرباح التى حققها كل فرد من أفراد فريقه، وبحساب متوسط الأرباح كتب المشرف الخاص به أن متوسط الأرباح مضلل ولا يمثل قيمة حقيقية، وضح ذلك.

أرباح الموظفين بالجنيهات	
موظف (1)	10,000
موظف (2)	25,500
موظف (3)	18,000
موظف (4)	100,000
موظف (5)	35,000

7 يرصد مركز البحوث العلمية سنويًّا أعداد 360 باحثًا فى التخصصات المختلفة، مثِّل بيانات الجدول المقابل باستخدام مخطط القطاعات الدائرية، مع تحديد النسبة المئوية وقياس الزاوية المركزية لكل قطاع.

التخصص	أعداد الباحثين
الكيمياء الحيوية	110
الجيولوجيا	80
الرياضيات	20
العلوم الحيوية	150

ثانيًا الامتحانات النهائيــــة



المحتـويـات

تقييم كتاب الوزارة



1 اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة:

1 إذا كان: $\frac{9}{k+1} = \frac{3}{5}$ فما قيمة k؟

(أ) 13 (ب) 14 (جـ) 15 (د) 16

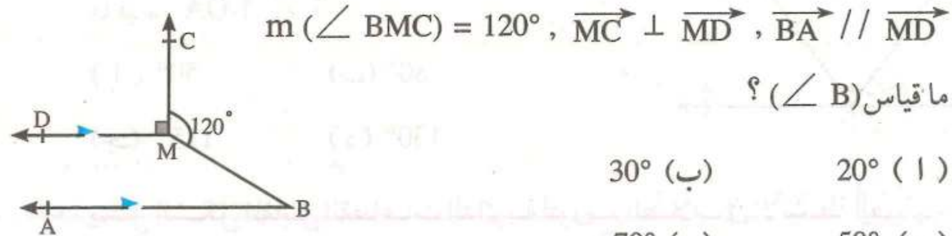
2 ما مجموعة حل المعادلة: $4\ (2x + 7) = 12$ في N ؟ ....

(أ) {2} (ب) {-2} (جـ) {-4} (د) $\varnothing$

3 في الشكل المقابل:

$m(\angle BMC) = 120°\ ,\ \overrightarrow{MC} \perp \overrightarrow{MD}\ ,\ \overrightarrow{BA} // \overrightarrow{MD}$

ما قياس ($\angle$ B) ؟



(أ) 20° (ب) 30°

(جـ) 50° (د) 70°

4 إذا كان مقياس الرسم لخريطة هو 200,000 : 1 وكانت المسافة بين نقطتين على الخريطة تساوى 3.5 سم. فما المسافة الحقيقية بين النقطتين بالكيلو مترات؟

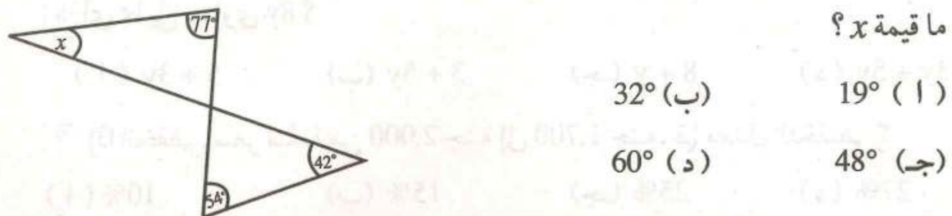
(أ) 3.5 (ب) 7 (جـ) 8.5 (د) 700

5 $-3 - (-2) =$ ....

(أ) -5 (ب) -1 (جـ) 1 (د) 5

6 في الشكل المقابل:

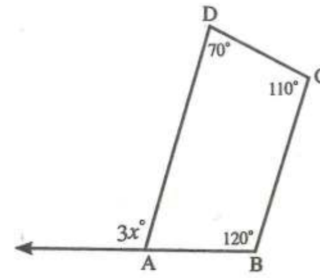
ما قيمة x ؟



(أ) 19° (ب) 32°

(جـ) 48° (د) 60°

7 فى الشكل المقابل:



ABCD شكل رباعى، فما قيمة x؟

(أ) $40°$ (ب) $50°$

(جـ) $60°$ (د) $70°$

2 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 أى المعادلات الآتية لا تكافئ المعادلة: $4x + 5 = 9$؟

(أ) $3x = 3$ (ب) $4x + 1 = 5$ (جـ) $x - 1 = 5$ (د) $x + 1 = 2$

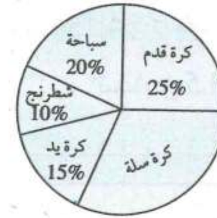
2 فى الشكل المقابل:

ما قياس $\angle$ DOA ؟

(أ) $50°$ (ب) $80°$

(جـ) $115°$ (د) $130°$

3 يمثل الشكل المقابل القطاعات الدائرية لتوزيع الطلاب فى الأنشطة الصيفية حسب رغباتهم، فإذا كان عدد الطلاب المشتركين فى الأنشطة 200 طالب، فما عدد الطلاب الذين اختاروا كرة السلة ؟



(أ) 30 (ب) 50

(جـ) 60 (د) 70

4 ما عدد محاور تماثل الشكل السداسى المنتظم؟

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 6

5 إذا كانت النقطة M (4 , 3) هى منتصف $\overline{AB}$ حيث A (x,5) ، B (2 ، y) فما قيمة (x+y) ؟

(أ) 3 (ب) 5 (جـ) 7 (د) 9

6 أى مما يلى يساوى 8y ؟

(أ) 5 + 3y (ب) 3 + 5y (جـ) 8 + y (د) 3y + 5y

7 إذا انخفض سعر سلعة من 2,000 جنيه إلى 1,700 جنيه، فما معدل التخفيض؟

(أ) 10% (ب) 15% (جـ) 25% (د) 27%

3 أجب عن الأسئلة الآتية:

1 اكتب فى أبسط صورة المقدار: 3 (a – 2b) – 2 (a + b) ،

ثم أوجد قيمة المقدار عندما a = 5 , b = – 1

2 اشترك ثلاثة أشخاص فى مشروع رأس ماله 750,000 جنيه بنسبة 3 : 5 : 4

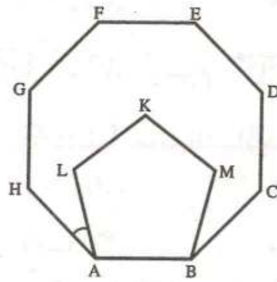
احسب ما دفعه كل شخص فى رأس المال.

3 إذا كانت كتل مجموعة من الطلاب بالمدرسة بالكيلو جرام يمثلها الجدول التالى:

الكتلة (كجم)	72	73	75	76	77	78
التكرار	1	3	5	3	6	2

فاحسب الوسط الحسابى لكتل هؤلاء الطلاب.

4 فى الشكل المقابل:

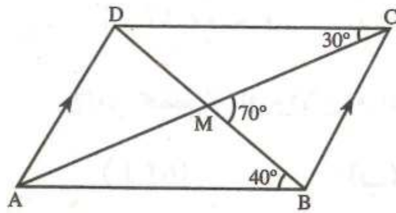


ABCDEFGH ثمانى منتظم ،

ABMKL خماسى منتظم

أوجد مع البرهان: m (∠ HAL)

5 فى الشكل المقابل:



$\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{M\}$

أثبت أن الشكل ABCD متوازى أضلاع.

امتحانات المحافظات والإدارات 2024/ 2025م

1 محافظة القاهرة
إدارة بدر التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان $\frac{2}{y+6} = \frac{1}{4}$ فإن .... = y

(أ) 3 (ب) 2 (جـ) 6 (د) 8

2 إذا كان الطول فى الرسم 4 سم والطول الحقيقى 2 متر، فإن مقياس الرسم يساوى ....

(أ) 1 : 2 (ب) 1 : 500 (جـ) 1 : 50 (د) 1 : 10

3 أى مما يلى يساوى 9a؟ ....

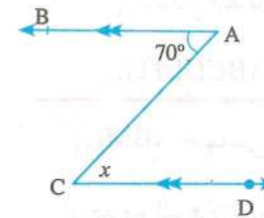
(أ) 4 + 5 (ب) 4 + 5a (جـ) 4a + 5 (د) 4a + 5a

4 مكملة الزاوية الحادة هى زاوية ....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) صفرية

5 فى الشكل المرسوم: $\overrightarrow{CD}$ // $\overrightarrow{AB}$ ، $m(\angle A) = 70°$

$m(\angle C) = x°$ ، فإن قيمة x تساوى ° ....



(أ) 110 (ب) 70

(جـ) 20 (د) 28

6 إذا كان ABCD متوازى أضلاع فيه $m(\angle A) = 90°$ ، فإن الشكل ABCD يكون ....

(أ) شبه منحرف (ب) معينًا (جـ) مستطيلًا (د) مثلثًا

7 من مخطط الساق والأوراق المقابل الوسيط = ...

الساق	الأوراق
2	5 4 9
3	0 2 2 2 3 4 5 6 6
4	0 1 1 5 7 8 9
5	1 2
المفتاح	1 | 6 تعنى 16

(أ) 16 (ب) 26

(جـ) 36 (د) 14

8 المنوال للقيم: 6 , 1 , 6 , 5 , 4 , 3 , 2 يساوى ....

(أ) 5 (ب) 6 (جـ) 8 (د) ليس لها منوال

9 مجموع النسب فى القطاعات الدائرية = ...

(أ) 50% (ب) 100% (جـ) 80% (د) 75%

2 أجب عن الأسئلة الآتية:

1 إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث هى 9 : 5 : 4 ، **فأوجد** قياس الزاوية الصغرى.

2 إذا كان: $A = \{3 , 7 , 1\}$ ، $B = \{7 , 2 , 1\}$

فأوجد: (أ) $A \cap B$ (ب) $A \cup B$

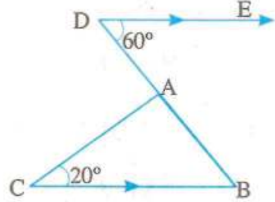
3 **أوجد** مجموعة حل المعادلة: $4x + 3 = 11$ (حيث $x \in Z$)

4 **أوجد** إحداثيى نقطة منتصف $\overline{AB}$ حيث : $A(3 , 3)$ ، $B(5 , 5)$

5 فى الشكل المرسوم: $\overrightarrow{DE}$ // $\overrightarrow{CB}$

$m(\angle C) = 20° , m(\angle D) = 60°$

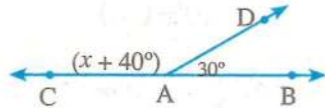
$m(\angle BAC) = (x + 50°)$ **أوجد** بالبرهان قيمة x



6 فى الشكل المرسوم: $A \in \overleftrightarrow{CB}$

$m(\angle BAD) = 30°$

$m(\angle DAC) = (x + 40)°$ **أوجد** بالبرهان قيمة x



7 الجدول الآتى يوضح المصروف اليومى لطالب خلال أسبوع واحد:

المصروف بالجنيه (x)	18	30	25	30
عدد الأيام (f)	2	3	1	1

أوجد متوسط المصروف اليومى لهذا الطالب.

2 محافظة القاهرة
إدارة المرج التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان الطول فى الرسم 2 سم والطول فى الحقيقة 6 أمتار، فإن مقياس الرسم يساوى ....

(أ) 1 : 3 (ب) 1 : 30 (جـ) 1 : 300 (د) 1 : 3,000

2 الزاوية المكملة لزاوية منفرجة هى زاوية ....

(أ) قائمة (ب) حادة (جـ) مستقيمة (د) منعكسة

3 قياس الزاوية الداخلة فى الشكل السداسى المنتظم تساوى ° ....

(أ) 108 (ب) 120 (جـ) 135 (د) 145

4 إذا كان عمر سوزان الآن x فإن عمرها منذ 5 سنوات هو ....

(أ) $x + 5$ (ب) $x - 5$ (جـ) $2x + 5$ (د) $5x$

5 إذا كانت النقطة $(3 , k - 2)$ تقع على محور x فإن قيمة k = ...

(أ) -2 (ب) 2 (جـ) -3 (د) 3

6 مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه 4 سم، 8 سم، فإن طول الضلع الثالث يساوى ....

(أ) 4 سم (ب) 8 سم (جـ) 12 سم (د) 3 سم

7 إذا كان الوسط الحسابى للأعداد: $3 , 4 , 8 , x + 2 , x$ هو 15 فإن قيمة x تساوى ....

(أ) 9 (ب) 18 (جـ) 29 (د) 58

8 إذا كان لمجموعة من البيانات: $\sum (f . x) = 63$ ، $\sum f = 9$ فإن قيمة: $\bar{x} =$ ....

(أ) 9 (ب) 18 (جـ) 27 (د) 7

9 إذا انخفض سعر سلعة من 1500 جنيه إلى 1200 جنيه، فإن معدل التخفيض هو ....

(أ) 10% (ب) 20% (جـ) 30% (د) 5%

2 أجب عما يلى، مع التوضيح بخطوات الحل:

1 قُسِّم مبلغ قدره 36,000 جنيه على ثلاثة أشخاص بنسبة 2 : 3 : 4 **فما نصيب** كل واحد منهم؟

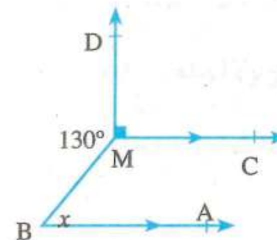
2 باستخدام خاصية التوزيع **أوجد** ناتج ما يلى فى أبسط صورة:

$$10 \times \frac{3}{7} + 6 \times \frac{3}{7} - 2 \times \frac{3}{7}$$

3 فى الشكل المقابل:

إذا كان $\overrightarrow{MC} \perp \overrightarrow{MD}$ ، $m(\angle DMB) = 130°$

$\overrightarrow{MC} \,//\, \overrightarrow{BA}$ **فأوجد قيمة** x



4 **أوجد مجموعة حل المعادلة:** $5x - 2 = 13$ فى Q

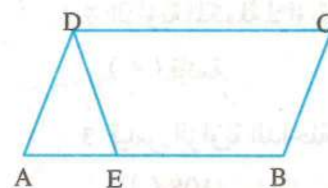
5 **أوجد ناتج جمع المقدارين:** $2y - 3x - 3$ ، $5x + 3y + 8$

6 فى الشكل المرسوم: إذا كان $m(\angle B) = 110°$

، $m(\angle C) = 70°$

$m(\angle ADE) = 50°$ ، $m(\angle DEA) = 60°$

فأثبت أن: الشكل ABCD متوازى أضلاع.



7 يبين الجدول التالى توزيع درجات 30 طالبًا بأحد الاختبارات:

الدرجة	6	9	12	15	17	المجموع
عدد الطلاب	4	7	8	5	6	30

أوجد الوسط الحسابى لهذه الدرجات.

3 محافظة الجيزة

إدارة أبو النمرس التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 الثالث المتناسب للقيم: 2 , ... , 5 , 15 هو ....

(أ) 6 (ب) 30 (جـ) 25 (د) 45

2 الحد الجبرى $3x^2y^n$ من الدرجة الخامسة عندما n = ...

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 0

3 إذا كان: $3a + 2 = 2$ فإن: $1 + a =$ ....

(أ) 2 (ب) 1 (جـ) -3 (د) 4

4 الزوج المرتب $(-3 , 1)$ يقع فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

5 مسقط النقطة $(2 , 3)$ على محور X هى ....

(أ) $(0 , 2)$ (ب) $(-3 , -2)$ (جـ) $(3 , 0)$ (د) $(3 , 2)$

6 ناتج طرح 3a من a هو ....

(أ) $-2a$ (ب) $2a$ (جـ) a^2 (د) $4a$

7 يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه 5 , 6 , ... من السنتيمترات.

(أ) 15 (ب) 4 (جـ) 1 (د) 11

8 إذا كان $\{a , b - a\} = \{2 , 4\}$ فإن $a + b =$ ....

(أ) 1 (ب) 8 (جـ) 4 (د) 6

9 مستخدمًا المخطط يكون الوسيط = ...

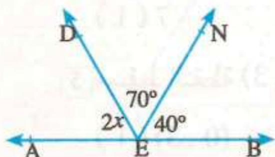


(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

2

1 فى الشكل المقابل:

أوجد قيمة x



2 فى الشكل المقابل:

ABCD مستطيل

أوجد كلًّا من m(∠ ACB) ، طول $\overline{BC}$

3 أوجد مجموعة حل المعادلة : فى Q $7x - 5 = 9$

4 فى الشكل المقابل: إذا كان $\overline{BC} // \overline{AR}$

فأوجد قياسات زوايا Δ ABC

5 أوجد فى أبسط صورة: $\frac{3}{2} \div \frac{9}{10}$

6 يمثل مخطط القطاعات الدائرية المقابل مصروفات إحدى الأسر التى دخلها الشهرى 10,000 جنيه.

احسب ما تصرفه الأسرة على المأكل فى الشهر.

7 إذا كان مقياس الرسم على الخريطة 1 : 700,000 ، فاحسب الطول الحقيقى لطريق طوله فى الرسم 5 سم.

4 محافظة الجيزة

إدارة البدرشين التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 متوازى الأضلاع الذى قطراه متعامدان يكون ....

(أ) مربعًا (ب) مستطيلًا (جـ) متوازى أضلاع (د) معينًا

2 إذا كان 3 أمثال عدد هو 12 فإن ضعف العدد هو ....

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 8

3 إذا كان طول حشرة 3 مم وطولها بعد التكبير 4.5 سم فإن نسبة التكبير = ...

(أ) 1 : 15 (ب) 15 : 1 (جـ) 1 : 150 (د) 150 : 1

4 الوسط الحسابى لمجموعة القيم: 8 , 12 , 13 , 10 , 7 يساوى ....

(أ) 7 (ب) 12 (جـ) 9 (د) 10

5 مسقط النقطة B(5 , 3) على محور X هى ....

(أ) (0 , 3) (ب) (5 , 0) (جـ) (5 , -3) (د) (3 , 5)

6 إذا كان: $\frac{12}{15} = \frac{x-1}{5}$ فإن $x =$ ....

(أ) 5 (ب) 4 (جـ) 3 (د) 6

2 (أ) اختر الإجابة الصحيحة:

1 المعكوس الجمعى للعدد $0.\overline{6}$ هو ....

(أ) $\frac{-3}{5}$ (ب) $\frac{5}{3}$ (جـ) $\frac{-2}{3}$ (د) $\frac{3}{2}$

2 الوسيط لمجموعة القيم: 2 , 0 , 1 , 10 , 7 هو ....

(أ) 7 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 0

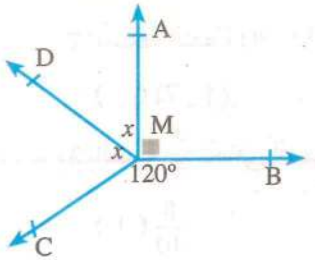
3 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة تساوى ....

(أ) 90° (ب) 180° (جـ) 306° (د) 360°

(ب) اجمع: 7 + 3 y − 2x ، x − 3 y − 2

3 (أ) فى الشكل المقابل:

أوجد بالبرهان قيمة x

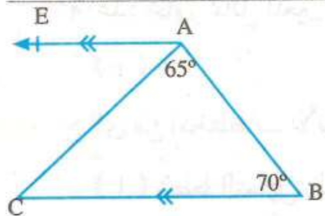


(ب) باستخدام خاصية التوزيع،

أوجد قيمة: $5 \times \frac{5}{11} + 7 \times \frac{5}{11} - \frac{5}{11}$

4 (أ) فى الشكل المقابل:

أوجد بالبرهان m(∠ EAC)



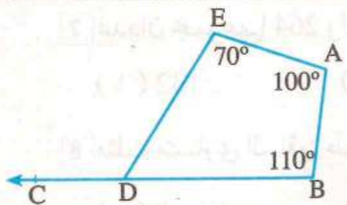
(ب) إذا كان سعر فستان 2,400 جنيه

وكان عليه تخفيضات وصلت إلى 35%،

فما سعر الفستان بعد التخفيض؟

5 (أ) فى الشكل المقابل: أوجد

بالبرهان m(∠ EDC)



(ب) مخطط الساق والأوراق المقابل

يمثل أطوال الأشجار بالمتر فى حديقة المدرسة:

1 أوجد الطول المنوالى.

2 أوجد الوسيط والربيع الأول والربيع الثالث.

3 أوجد المدى.

الساق	الأوراق
1	9
2	2 8
3	1 4 4 9
4	5 8
5	1 2
المفتاح	1|9 تمثل 1.9 متر

5 محافظة القليوبية

إدارة شبين القناطر التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى الزوايا الآتية يجب أن تكون إحدى زوايا المضلع الداخلة ليكون المضلع مقعرًا؟ ....

(أ) الحادة (ب) القائمة (جـ) المنفرجة (د) المنعكسة

2 مسقط النقطة $A(3, 4)$ على محور X هى ....

(أ) $(4, 7)$ (ب) $(-2, 6)$ (جـ) $(3, 0)$ (د) $(1, -3)$

3 النسبة $\frac{4}{5}$ تكافئ النسبة ....

(أ) $\frac{8}{10}$ (ب) $\frac{5}{8}$ (جـ) $\frac{14}{15}$ (د) $\frac{9}{12}$

4 عدد محاور تماثل المعين = ...

(أ) 4 (ب) 3 (جـ) 2 (د) 1

5 أى من المخططات الآتية لا يظهر البيانات الحقيقية؟ ....

(أ) مخطط التمثيل بالنقاط (ب) المدرج التكرارى

(جـ) التمثيل بالأعمدة (د) مخطط الساق والأوراق

6 إذا كانت المجموعتان A ، B متباعدتين فإن $A \cap B$ يساوى ....

(أ) A (ب) B (جـ) $\varnothing$ (د) غير ذلك

7 عددان مجموعهما 264 والنسبة بينهما 7 : 4 فإن أكبرهما يساوى ....

(أ) 132 (ب) 96 (جـ) 168 (د) 100

8 مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه 4 سم ، 9 سم، فإن طول الضلع الثالث = ... سم.

(أ) 5 (ب) 9 (جـ) 8 (د) 10

9 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول مركز الدائرة = ...°

(أ) 180 (ب) 90 (جـ) 270 (د) 360

2 يبين الجدول التالى توزيع درجات 22 طالبًا بأحد الاختبارات:

الدرجة	6	9	15	17	المجموع
عدد الطلاب	4	7	5	6	**22**

أوجد الوسط الحسابى لهذه الدرجات.

3 اختصر لأبسط صورة: $5a + 2a - 7a + 2a$

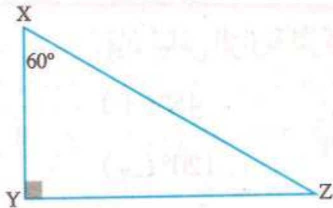
4 تستخدم سيارة 5 لترات من البنزين لقطع مسافة 25كم، ما كمية البنزين التى تحتاج إليها السيارة لتقطع مسافة 100 كم؟

5 أوجد فى N مجموعة حل المعادلة: $2x - 3 = x - 1$

6 فى الشكل المقابل:

المثلث XYZ فيه $m(\angle Y) = 90°$ ، $m(\angle X) = 60°$

أوجد: $m(\angle Z)$

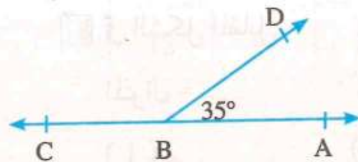


7 استخدم خواص الجمع فى إيجاد ناتج: $7 + (-15) + 7 -$

8 فى الشكل المقابل:

إذا كان: $m(\angle ABD) = 35°$

فأوجد بالبرهان: $m(\angle CBD)$



6 محافظة القليوبية

إدارة كفر شكر التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كانت الأعداد 30 , 20 , 6 , x متناسبة فإن $x =$ ....

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 8

2 إذا كان الوسط الحسابى لخمسة أعداد صحيحة هو 14 وكان الوسيط 15 والمنوال 11، فإن أكبر هذه الأعداد هو ....

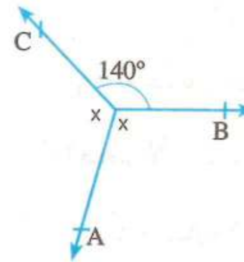
(أ) 14 (ب) 16 (جـ) 17 (د) 18

3 المقدار $2x + 3y$ يزيد على المقدار $3y - 2x$ بمقدار ....

(أ) $-6y$ (ب) $-4x$ (جـ) $4x$ (د) $6y$

4 فى الشكل المقابل:

$x =$ ....



(أ) 220° (ب) 120° (جـ) 110° (د) 100°

5 قياس زاوية السداسى المنتظم تساوى ....

(أ) 220° (ب) 120° (جـ) 135° (د) 145°

6 عند تمثيل الجدول المقابل بالقطاعات الدائرية، فإن قياس الزاوية المركزية التى تقابل قطاع اللحوم تساوى ....

نوع الوجبة المفضلة	اللحوم	الأسماك	الخضراوات
عدد الأشخاص	200	250	150

(أ) 45° (ب) 90° (جـ) 120° (د) 150°

7 مسقط النقطة (5 , 3 -) على محور Y هو ....

(أ) (0 , 5) (ب) (-3 , 0) (جـ) (3 , -5) (د) (-3 , -5)

8 فى الشكل المقابل:

المنوال = ...

الساق	الأوراق
1	0 1
2	0 2 2 3 9
3	4 5 5 5 7 8
المفتاح	3 | 4 تعنى 34

(أ) 2 (ب) 5 (جـ) 22 (د) 35

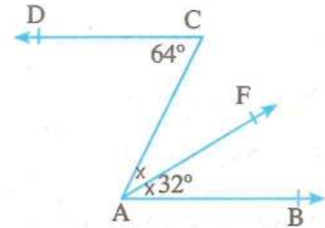
9 إذا كانت: $x \in \{7, 2, 5\}$، فأى مما يلى لا يمكن أن يساوى x ؟ ....

(أ) 2 (ب) 5 (جـ) 7 (د) 8

2 | 1 اشترى عمر تليفونًا محمولًا بسعر 6,750 جنيهًا وباعه بسعر 7,776 جنيهًا، أوجد النسبة المئوية لمكسب عمر.

2 فى الشكل المقابل:

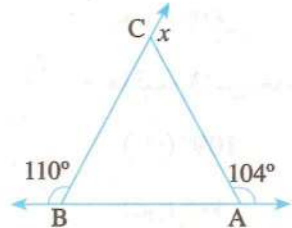
أثبت أن $\overrightarrow{AB} \,//\, \overrightarrow{CD}$



3 أوجد فى Z مجموعة حل المعادلة: $4 - 3x = 19$

4 فى الشكل المقابل:

أوجد قيمة x بالبرهان.

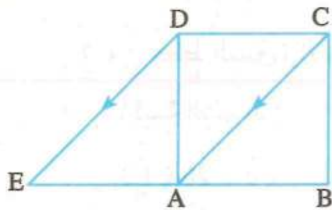


5 إذا كان مقياس الرسم على الخريطة 1:600,000 وكانت المسافة بين نقطتين على الخريطة 4.5 سم فأوجد المسافة الحقيقية بين النقطتين بالكيلو متر.

6 في الشكل المقابل:

ABCD مربع، $\overrightarrow{AC} \,//\, \overrightarrow{ED}$ ، $E \in \overrightarrow{BA}$

أثبت أن: AE = AB



7 يبين الجدول الآتى عدد ساعات العمل لمجموعة من العمال:

عدد الساعات (x)	5	6	7	8	9	10
عدد العمال (f)	8	12	30	15	17	18

أوجد الوسط الحسابى لعدد ساعات العمل.

7 محافظة المنوفية

إدارة تلا التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 المعكوس الضربى للعدد $-3\frac{1}{2}$ هو ....

(أ) $-\frac{7}{2}$ (ب) $-2\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{-2}{7}$ (د) $\frac{2}{7}$

2 أى مقاييس الرسم التالية يكافىء أن كل 1 سم في الرسم يمثل 6.5 كم فى الحقيقة؟ ....

(أ) 1 : 6,500,000 (ب) 1 : 65

(جـ) 1 : 650,000 (د) 1 : 6,500

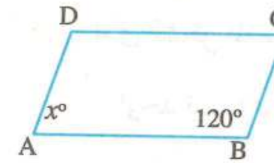
3 ناتج جمع المقدارين $-3x+5$ ، $2x-3$ هو ....

(أ) $-5x+2$ (ب) $2-x$ (جـ) $2+x$ (د) $x-2$

4 إذا كانت الزاويتان B, A متتامتين، وكان $m(\angle A) = 60°$ ، فإن $m(\angle B) =$ ....

(أ) 60° (ب) 30° (جـ) 90° (د) 130°

5 ما قيمة x التى تجعل الشكل المقابل ABCD متوازى أضلاع؟



(أ) 109° (ب) 120°

(جـ) 80° (د) 60°

6 مسقط النقطة A(3 , 5) على محور X هو ....

(أ) (0 , 5) (ب) (3 , 0) (جـ) (0 , 0) (د) (3 , 5)

7 من مخطط الساق والأوراق المقابل، ما قيمة الوسيط؟

الأوراق	الساق
2 6 6 9	2
0 1	3
3 5 6	5
0 2 3	6
3 | 0 تمثل 30	المفتاح

(أ) 26 (ب) 24

(جـ) 42 (د) 2

8 حصل يوسف على الدرجات 48 , 47 , 46 , 48 , 45 فى خمسة اختبارات لمادة الرياضيات إذا حذف المعلم الدرجة الصغرى، فأى مما يأتى صحيح؟

(أ) المنوال يزداد (ب) الوسيط يقل

(جـ) المتوسط يزداد (د) الوسيط لم يتغير

9 يمثل الشكل المقابل القطاعات الدائرية لمصروفات أسرة دخلها الشهرى 10,000 جنيه، فإن مقدار المصروفات الشهرية على العلاج .... جنيه.



(أ) 1,500 (ب) 2,000

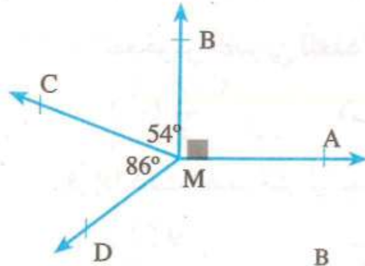
(جـ) 2,500 (د) 3,000

2 1 قسم مبلغ 7,200 جنيه على ثلاثة أشخاص بنسبة 5 : 4 : 3 ، فما نصيب كل واحد منهم؟

2 أوجد فى Z مجموعة حل المعادلة $2x - 5 = -17$

3 فى الشكل المقابل:

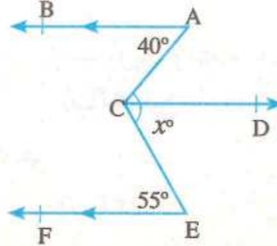
أوجد بالبرهان $m(\angle AMD)$؟



4 فى الشكل المقابل:

إذا كان $m(\angle ACE) = x°$ ،

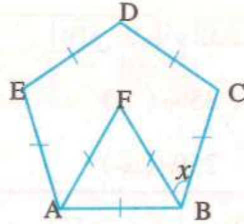
فأوجد بالبرهان قيمة $x°$



5 فى الشكل المقابل:

إذا كان $m(\angle FBC) = x$ ،

فأوجد بالبرهان قيمة x



6 استخدم خاصية التوزيع فى إيجاد ناتج ما يأتى: $(-\frac{4}{9}) \times 8 + 9 \times (-\frac{4}{9}) + (-\frac{4}{9})$

7 يبين الجدول التالى عدد الدقائق التى يقضيها مجموعة من الأشخاص فى المحادثات التليفونية.

عدد الدقائق	2	3	4	5	6
التكرار	12	20	36	20	12

احسب متوسط ما يقضيه الشخص فى المحادثة التليفونية.

8 محافظة المنوفية

إدارة أشمون التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 عدد المجموعات الجزئية للمجموعة {2 , 1} يساوى ....

(أ) 5 (ب) 4 (جـ) 3 (د) 2

2 إذا كانت النقطة (k + 3 , 5) على محور Y فإن k تساوى ....

(أ) -5 (ب) 5 (جـ) -3 (د) 3

3 الزاويتان المتقابلتان بالرأس والمتتامتان قياس كل منهما = ...°

(أ) 180 (ب) 90 (جـ) 50 (د) 45

4 المعكوس الضربى للعدد $\left|-\frac{4}{3}\right|$ هو ....

(أ) $-\frac{4}{3}$ (ب) $\frac{3}{4}$ (جـ) $\frac{4}{3}$ (د) $-\frac{3}{4}$

5 إذا كانت القيمة المنوالية للقيم: $9 , 7 , x + 1 , 5 , 2$ هى 7 فإن $x =$ ....

(أ) 9 (ب) 8 (جـ) 7 (د) 6

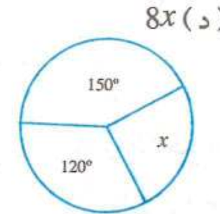
6 القطران فى .... متساويان ومتعامدان.

(أ) المربع (ب) المعين (جـ) المستطيل (د) متوازى الأضلاع

7 ناتج جمع $3x$, $-5x$ هو ....

(أ) $-2x$ (ب) $2x$ (جـ) $-8x$ (د) $8x$

8 فى القطاع الدائرى، النسبة المئوية للقطاع x هى ....



(أ) 35% (ب) 30%

(جـ) 25% (د) 20%

9 الوسيط فى مخطط الساق والأوراق هو ....

الساق	الأوراق
2	1 1 3
3	2 7
4	3 5
المفتاح	3 | 4 تعنى 43

(أ) 37 (ب) 32

(جـ) 23 (د) 21

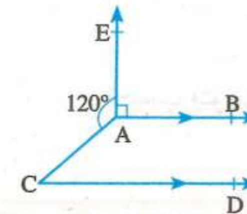
2

1 استخدم خواص الضرب لإيجاد قيمة $25 \times (-19) \times -4$

2 فى الشكل المقابل:

$\overrightarrow{CD} \mathbin{//} \overrightarrow{AB}$

أوجد قياسات الزوايا $(\angle ACD)$ ، $(\angle CAB)$

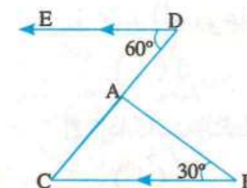


3 أوجد باقى طرح $2 + 7x - 3y$ من $5x + 2y + 3$

4 فى الشكل المقابل:

$\overrightarrow{CB} \mathbin{//} \overrightarrow{DE}$

أوجد $m(\angle C)$ ، $m(\angle CAB)$



5 أوجد إحداثى نقطة منتصف $\overline{AB}$ حيث $A(9 , -3)$ ، $B(-3 , 5)$

6 إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاع مثلث محيطه 150 سم هى 3 : 5 : 7 **فأوجد أطوال أضلاعه.**

7 يُظهر الجدول التالى المصروف اليومى لأحد الطلاب خلال الأسبوع.

المصروف (x)	16	20	25	30	المجموع
عدد الأيام (f)	2	3	1	1	7

احسب الوسط الحسابى.

9 محافظة الدقهلية

إدارة دكرنس التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان $\frac{x+2}{35} = \frac{2}{7}$ فإن $x =$ ....

(أ) 12 (ب) 8 (جـ) 5 (د) 10

2 الشكل المقابل متوازى أضلاع، فإن قيمة: $x =$ ....



(أ) 40 (ب) 120

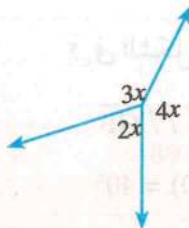
(جـ) 76 (د) 80

3 عدد محاور تماثل المستطيل يساوى ....

(أ) 4 (ب) 3 (جـ) 2 (د) 1

4 فى الشكل المقابل:

$x =$ ....°



(أ) 50 (ب) 40

(جـ) 30 (د) 20

5 إذا انخفض سعر سلعة من 2,000 جنيه إلى 1,600 جنيه، فإن النسبة المئوية للتخفيض هى ....

(أ) 40% (ب) 25% (جـ) 20% (د) 10%

6 إذا كان $3x - 2 = 10$ فإن $\frac{1}{4}x =$ ....

(أ) 1 (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) 16 (د) 4

7 إذا كان الوسط الحسابى للقيم: 3 , 8 , 6 , $x + 6$ هو 7 فإن .... = x

(أ) 6 (ب) 16 (جـ) 4 (د) 10

8 من مخطط الساق والأوراق المقابل المنوال هو ....

الساق	الأوراق
2	3 5
3	2 4 4
5	5
المفتاح	1 | 3 تمثل 31

(أ) 35 (ب) 34

(جـ) 44 (د) 55

9 الوسيط للقيم: 5 , 2 , 4 , 3 هو...........

(أ) 4 (ب) 3.5 (جـ) 3 (د) 2

2 1 إذا كان مقياس رسم خريطة 1:300,000، **فأوجد:**

(أ) الطول الحقيقى إذا كان الطول فى الرسم 2.5 سم

(ب) الطول فى الرسم إذا كان الطول الحقيقى 12 كيلو مترًا.

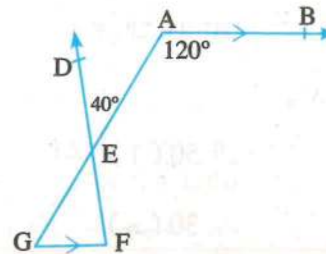
2 إذا كانت النقطة $A(x , 1)$ منتصف $\overline{BC}$ حيث $B(3 , -2)$ ، $C(5 , y)$ **فأوجد قيمة** x ، y موضحًا الخطوات، **ثم أوجد** مسقط النقطة A على محور السينات.

3 اشترك ثلاثة أشخاص فى مشروع رأس ماله 96,000 جنيه بنسبة 5 : 3 : 4 ، **أوجد ما دفعه** كل شخص فى رأس المال.

4 **أوجد مجموع المقدارين:** $a - 2b + 5c$ ، $4b - 3a + c$

ثم أوجد قيمة الناتج عندما $a = 2$ ، $b = 3$ ، $c = -2$

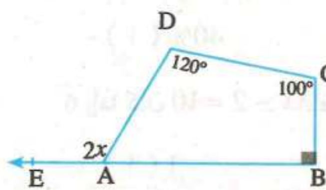
5 فى الشكل المقابل:



$m(\angle A) = 120°$ ، $\overrightarrow{AB} \,//\, \overrightarrow{GF}$

$m(\angle AED) = 40°$ **أوجد** قياسات زوايا المثلث EGF

6 فى الشكل المقابل:



أوجد قيمة x

7 الجدول الآتى يبين درجات مجموعة من الطلاب فى أحد الامتحانات.

الدرجة	5	6	8	9	10
عدد الطلاب	3	5	6	4	2

أوجد الوسط الحسابى لهذه الدرجات.

10 محافظة الدقهلية

إدارة منية النصر التعليمية

1 (أ) اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كانت 10% من x تساوى 20 فإن .... = x

(أ) 200 (ب) 20 (جـ) 40 (د) 80

2 إذا كان $|A| = 2$ فإن .... = A

(أ) 4 (ب) ±4 (جـ) ±2 (د) 2

3 مجموعة حل المعادلة $2x + 1 = 5$ فى N هى ....

(أ) 2 (ب) {-1} (جـ) {2} (د) {1}

(ب) تستخدم سيارة 5 لترات من البنزين لقطع مسافة 40 كم، ما كمية البنزين التى تحتاج إليها السيارة لتقطع مسافة 128 كم إذا سارت بنفس المعدل؟

2 (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

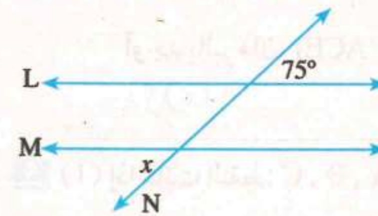
1 مضلع سداسى منتظم يكون عدد محاور التماثل له هو ....

(أ) 4 (ب) 6 (جـ) 5 (د) 7

2 زاويتان متكاملتان النسبة بين قياسيهما 5 : 4 فإن قياس أصغرهما هو °..........

(أ) 100 (ب) 45 (جـ) 90 (د) 80

3 (أ) فى الشكل المقابل:



إذا كان المستقيم L // المستقيم M

، المستقيم N قاطع لهما.

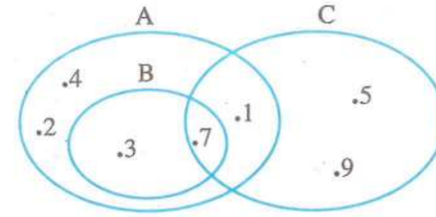
فإن m (∠ x) = ...°

(أ) 57 (ب) 105 (جـ) 75 (د) 180

(ب) من الشكل المقابل:

أوجد: (1) $A \cap B \cap C$

(2) $A \cap (B \cup C)$



3 (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 إذا كانت النقطة $M(2, -1)$ هى منتصف $\overline{AB}$ حيث $A(x, 2)$ ، $B(3, -4)$

فإن قيمة $x =$ ....

(أ) 3 (ب) -5 (جـ) (1 , 4) (د) 1

2 **إذا كانت النقطة $A(4m , m-3)$ تقع على محور X فإن** m = ...

(أ) 3 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 6

3 قياس الزاوية الداخلة للمضلع المنتظم الذى عدد أضلاعه 10 أضلاع هى ° ....

(أ) 1,800 (ب) 144 (جـ) 360 (د) 540

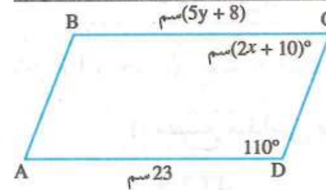
(ب) ما نقص المقدار $6a - 3b + 7$ عن المقدار $2b - 5a + 1$ ؟

ثم احسب القيمة العددية للناتج عندما: $a = 1$ ، $b = 2$

4 (أ) فى الشكل المقابل:

إذا كان ABCD متوازى أضلاع

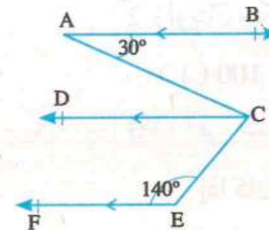
فأوجد بالبرهان قيمة x ، y



(ب) فى الشكل المقابل:

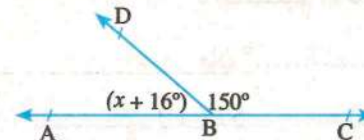
$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{EF}$

أوجد بالبرهان $m(\angle ACE)$



5 (أ) إذا كانت النقط: A , B , C تقع على استقامة واحدة

فأوجد بالبرهان قيمة x



(ب) من مخطط الساق والأوراق المقابل:

أوجد: (1) الوسيط

(2) المنوال

الساق	الأوراق
2	1 1 2
3	2 3
4	2 2 2
5	1 3 5
المفتاح	3 | 2 تعنى 32

11 محافظة الشرقية

إدارة بلبيس التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان $\frac{x}{4} = \frac{3}{2}$ فإن $x =$ ....

(أ) 20 (ب) 2 (جـ) 6 (د) 4

2 أى مقاييس الرسم الآتية يعبر عن تصغير؟ ....

(أ) 70 : 1 (ب) 1 : 7,000 (جـ) 500 : 1 (د) 7,000 : 1

3 ناتج طرح 7y من 12y هو ....

(أ) −19y (ب) −5y (جـ) 5y (د) 19y

4 الأطوال 7 , 3 , x سم أطوال أضلاع مثلث متساوى الساقين إذا كانت $x =$ ....

(أ) 3 (ب) 8 (جـ) 7 (د) 5

5 مضلع منتظم عدد أضلاعه 5 ، فإن قياس زاويته الداخلة ....

(أ) 120° (ب) 108° (جـ) 180° (د) 135°

6 إذا كانت A (5 , 1) ، B (3 , −5) فإن إحداثيى نقطة منتصف $\overline{AB}$ هى ....

(أ) (4 , −2) (ب) (−4 , 2) (جـ) (−4 , −2) (د) (5 , 3)

7 الوسط الحسابى للقيم 8 , 5 , 7 , 4 , 6 هو ....

(أ) 5 (ب) 7 (جـ) 8 (د) 6

8 المدى للقيم 5 , 20 , 12 , 3 هو ....

(أ) 20 (ب) 3 (جـ) 17 (د) 7

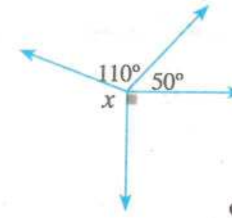
9 ما قياس الزاوية المركزية التى تقابل قطاع كرة الطائرة؟ ....

(أ) 45° (ب) 90° (جـ) 162° (د) 54°



2 أجب عن الأسئلة الآتية:

1 فى الشكل المقابل أوجد: قيمة x

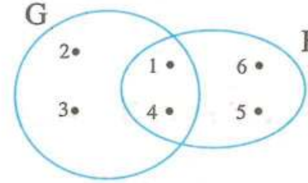


2 اجمع المقادير: $3x - 5y + 1$ ، $2x + 4 - 5y$

3 عددان النسبة بينهما 5 : 4 إذا كان العدد الأصغر 48، فما العدد الأكبر؟

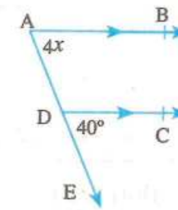
4 من شكل فن، أوجد كلًّا من:

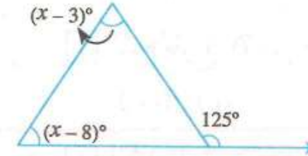
$F \cap G$ ، $F \cup G$



5 فى الشكل المقابل أوجد: قيمة x

إذا كان $\overrightarrow{AB} \;//\; \overrightarrow{DC}$





6 فى الشكل المقابل أوجد: قيمة x

7 تمثل البيانات التالية درجات الحرارة لمدة 2 أسبوع، ارسم مخطط الساق والأوراق، واستنتج الوسيط: 43 , 25 , 25 , 26 , 42 , 41 , 21 , 34 , 34 , 28 , 33 , 29 , 32 , 33 , 38

12 محافظة الشرقية

إدارة غرب الزقازيق التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 إذا كان $\frac{x}{10} = \frac{6}{5}$ فإن .... = x

(أ) 12 (ب) 15 (جـ) 18 (د) 16

2 $\{5 , 4 , 7\}$ 7

(أ) $\subset$ (ب) $\notin$ (جـ) $\not\subset$ (د) $\in$

3 الحد الجبرى $9x$ يزيد عن الحد الجبرى $4x$ بمقدار ....

(أ) $5x$ (ب) $3x$ (جـ) $-5x$ (د) $13x$

4 الزاوية التى قياسها 80° تكمل زاوية قياسها ....

(أ) 20° (ب) 10° (جـ) 100° (د) 280°

5 مسقط النقطة (2 ,5) على محور X هى النقطة ....

(أ) (5 ,2) (ب) (2 ,0) (جـ) (0 ,5) (د) (5 ,0)

6 المنوال للأعداد: 7 , 5 , 3 , 7 , 9 , 2 هو ....

(أ) 9 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 7

7 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى يساوى ....

(أ) 360° (ب) 720° (جـ) 54° (د) 180°

8 إذا كان لمجموعة من البيانات $\sum f = 10$ ، $\sum (f.x) = 50$ فإن .... = $\bar{x}$

(أ) 500 (ب) 5 (جـ) 40 (د) 15

9 الوسيط للأعداد التالية: 7 , 5 , 4 , 3 , 2 هو ....

(أ) 7 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

2 أجب عن الأسئلة الآتية:

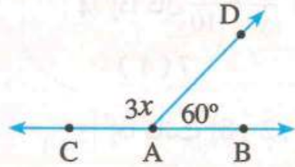
1 استخدم خاصية التوزيع فى إيجاد ناتج ما يلى: $15 \times 65 + 15 \times 35$

2 أوجد مجموعة حل المعادلة التالية فى Z : $2x + 3 = 9$

3 قُسِّم مبلغ 180 جنيهًا بين ثلاثة أشخاص بنسبة 4 : 2 : 3 ، أوجد نصيب كل منهم.

4 فى الشكل المقابل: $A \in \overleftrightarrow{CB}$ ، $m(\angle BAD) = 60°$

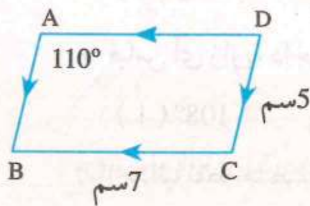
أوجد بالبرهان قيمة x



5 فى الشكل المقابل: ABCD متوازى أضلاع، $m(\angle A) = 110°$ ،

(1) احسب محيط متوازى الأضلاع ABCD

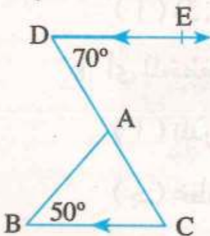
(2) أوجد: $m(\angle D)$



6 فى الشكل المقابل: $\overrightarrow{DE} \;//\; \overline{BC}$ ، $m(\angle EDC) = 70°$ ،

$m(\angle ABC) = 50°$ ،

أوجد بالبرهان $m(\angle BAC)$



7 يبين الجدول التالى توزيع درجات 30 طالبًا بأحد الاختبارات:

الدرجة (x)	6	9	12	15	17	المجموع
التكرار (f)	4	7	8	5	6	30

أوجد الوسط الحسابى لهذه الدرجات.

13 محافظة الإسماعيلية

إدارة القصاصين التعليمية (1)

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 قياس الزاوية المركزية لقطاع دائرى يمثل 25% من الدائرة = ...

(ا) $360°$ (ب) $25°$ (جـ) $90°$ (د) $180°$

2 إذا كان $m(\angle A) = 110°$ ، فإن: المنعكسة $m(\angle A)$ تساوى ....

(ا) $250°$ (ب) $100°$ (جـ) $70°$ (د) $360°$

3 المنوال للقيم 7 , 3 , 5 , 7 , 9 هو ....

(ا) 3 (ب) 5 (جـ) 9 (د) 7

4 إذا كان $\frac{x}{10} = \frac{3}{y}$ فإن $x\,y =$ ....

(ا) 7 (ب) 30 (جـ) -7 (د) 13

5 إذا كانت $x \notin \{5 , 2 , 8\}$ فإن القيمة التى يمكن أن تساويها x هى ....

(ا) 2 (ب) 3 (جـ) 8 (د) 5

6 قياس أى زاوية داخلة لمضلع رباعى منتظم = ...

(ا) $108°$ (ب) $135°$ (جـ) $90°$ (د) $60°$

7 إحداثيا نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، حيث $A(2, 5), B(4, 3)$ هما ....

(ا) $(4,3)$ (ب) $(3,4)$ (جـ) $(6,8)$ (د) $(7,7)$

8 أى المخططات الآتية لا يظهر البيانات الحقيقية ....

(ا) المدرج التكرارى (ب) التمثيل بالأعمدة

(جـ) مخطط الساق والأوراق (د) مخطط التمثيل بالنقاط

9 عُمر سالى الآن x سنة فإن عُمرها منذ 5 سنوات يساوى ....

(ا) $x \div 5$ (ب) $x - 5$ (جـ) $x + 5$ (د) $5x$

2 أجب عن الأسئلة الآتية:

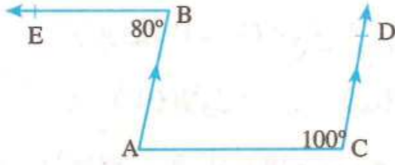
10 قسم مبلغ 720 جنيهًا بين شخصين بنسبة 5 : 4 ، **أوجد** نصيب كلٍّ منهما.

11 فى الشكل المقابل: $\overrightarrow{CD} // \overline{AB}$ ،

$m(\angle B) = 80°$ ، $m(\angle C) = 100°$

أوجد: (ا) $m(\angle A)$

(ب) أثبت أن: $\overline{AC} // \overrightarrow{BE}$

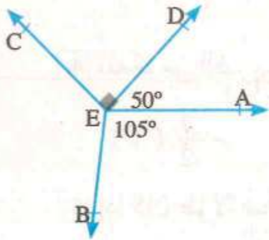


12 **أوجد** مجموعة حل المعادلة الآتية فى Q: $3x - 5 = 11$

13 فى الشكل المقابل: $m(\angle BEA) = 105°$ ،

$m(\angle CED) = 90°$ ، $m(\angle DEA) = 50°$

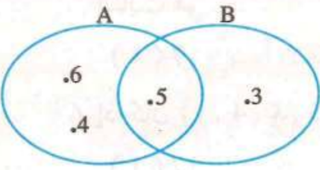
أوجد بالبرهان: $m(\angle CEB)$



14 مستعينًا بشكل ڤن المقابل أوجد:

(ا) $A \cap B$

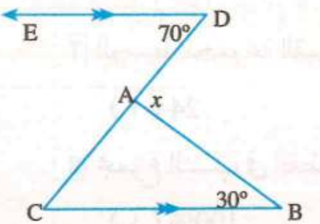
(ب) $A \cup B$



15 فى الشكل المقابل: $\overrightarrow{DE} // \overline{CB}$ ،

$m(\angle D) = 70°$ ، $m(\angle B) = 30°$

أوجد بالبرهان: قيمة x



16 سُئلت مجموعة من طلاب الصف الأول الإعدادى عن عدد ساعات ممارسة الرياضة فى الأسبوع، وكانت الإجابة كما بالجدول التالى:

عدد الساعات (x)	8	9	10	11	12	المجموع
التكرار (f)	6	8	14	8	4	40

احسب المتوسط الحسابى لعدد ساعات ممارسة الرياضة لهؤلاء الطلاب.

14 محافظة السويس

مديرية التربية والتعليم (1)

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى .... °.

(أ) 360 (ب) 180 (جـ) 90 (د) 60

2 النقطة (4- , 3) تقع فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

3 التعبير الرياضى الذى يعبر عن ضعف العدد x مضافًا إليه 5 هو ....

(أ) $2x - 5$ (ب) $2x + 5$ (جـ) $2x$ (د) $2x + 10$

4 المعكوس الضربى للعدد $3\frac{1}{2}$ هو ....

(أ) $-\frac{7}{2}$ (ب) $-2\frac{1}{2}$ (جـ) $\frac{-2}{7}$ (د) $\frac{2}{7}$

5 إذا كان طولا ضلعين فى مثلث 5 سم، 8 سم، فإن أكبر عدد صحيح يمكن أن يمثل الضلع الثالث هو ....

(أ) 7 (ب) 12 (جـ) 3 (د) 13

6 إذا كان $\{4 , 5 , 7\} \subset \{3 , x , 4 , y\}$ فإن $x + y =$ ....

(أ) 12 (ب) 8 (جـ) 7 (د) 5

7 الوسيط لمجموعة القيم: 9 , 6 , 4 , 3 , 2 هو ....

(أ) 24 (ب) 5 (جـ) 20 (د) 4

8 مجموع النسب فى القطاعات الدائرية تساوى ....

(أ) 100% (ب) 90% (جـ) 60% (د) 50%

9 المنوال للقيم: 8 , 7 , 3 , 7 , 6 هو ....

(أ) 6 (ب) 7 (جـ) 3 (د) 8

2

1 أوجد ناتج: $[\frac{3}{5} + (\frac{-1}{5})] \div \frac{4}{10}$

2 إذا كان الطول فى الرسم 2 سم والطول الحقيقى 6 أمتار، فما هو مقياس الرسم؟

3 الشكل المقابل:

ABCD متوازى أضلاع،

أوجد: (أ) $m(\angle B)$ ، $m(\angle C)$

(ب) محيط متوازى الأضلاع.

4 أوجد: مجموعة حل المعادلة الآتية فى Q: $5x + 4 = 9$

5 من الشكل المقابل:

أوجد قيمة x

6 من الشكل المقابل:

أوجد قيمة x

7 يوضح الجدول التكرارى الآتى المصروف اليومى لطالب خلال أسبوع واحد:

المصروف بالجنيه (x)	16	20	25	30	المجموع
عدد الأيام (f)	2	3	1	1	7

أوجد الوسط الحسابى للمصروف اليومى لهذا الطالب.

15 محافظة المنيا

إدارة ديرمواس التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 عددان النسبة بينهما 4 : 1 إذا كان العدد الأكبر 20 فإن العدد الأصغر يساوى ....

(أ) 4 (ب) 5 (جـ) 6 (د) 8

2 العدد المحايد الضربى فى Q هو ....

(أ) 1 (ب) 0 (جـ) 2 (د) 3

3 معامل الحد الجبرى x^2 يساوى ....

(أ) 0 (ب) 1 (جـ) 2 (د) 3

4 الزاوية التى قياسها 30° تتمم زاوية قياسها ° ....

(أ) 30 (ب) 180 (جـ) 90 (د) 60

5 مسقط النقطة (1 , 3) على محور X هى ....

(أ) (1 , 0) (ب) (0 , 1) (جـ) (3 , 0) (د) (0 , 3)

6 قياس كل زاوية داخلة من زوايا السداسى المنتظم = ...

(أ) 108° (ب) 90° (جـ) 120° (د) 135°

7 إذا كان متوسط القيم: 2 , 1 , x يساوى 2 فإن: .... = x

(أ) 0 (ب) 1 (جـ) 2 (د) 3

8 الربيع الأول للأعداد: 5 , 3 , 6 , 5 , 1 , 7 , 1 يساوى ....

(أ) 1 (ب) 3 (جـ) 5 (د) 6

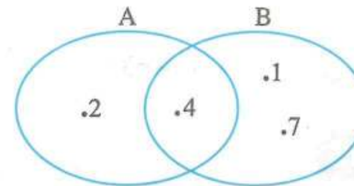
9 إذا كان: $\sum f = 10$ ، $\sum (f \cdot x) = 100$ فإن: .... = $\bar{x}$

(أ) 5 (ب) 10 (جـ) 15 (د) 20

2 أجب عما يأتى:

1 وزع رجل مبلغ 70,000 جنيه على ثلاثة من أبنائه بنسبة 4 : 1 : 2 ، احسب نصيب كل منهم.

2 باستخدام شكل ڤن المقابل:



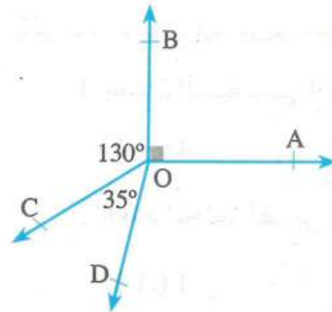
اكتب بطريقة السرد كلًا من:

$A \cup B$ ، $A \cap B$

3 أوجد فى Q مجموعة الحل للمعادلة: $5x - 9 = 1$

4 فى الشكل المقابل: $(\angle AOB)$ قائمة، $m(\angle COB) = 130°$

، $m(\angle DOC) = 35°$ احسب $m(\angle AOD)$

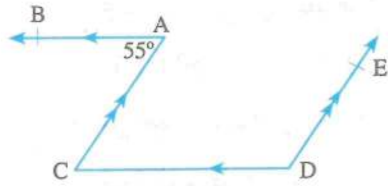


5 الجدول التالى يوضح عدد المشتركين فى الأنشطة بالمدرسة:

النشاط	رياضى	فنى	زراعى	صناعى	المجموع
عدد الطلاب	50	60	40	50	**200**

والمطلوب تمثيل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

6 من الشكل المقابل:



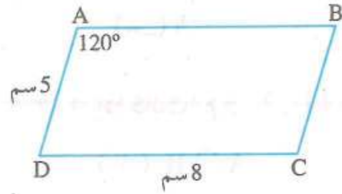
$\overrightarrow{AB} \;//\; \overline{CD}$

، $m(\angle A) = 55°$, $\overline{AC} \;//\; \overleftarrow{ED}$

أوجد: $m(\angle C)$ ، $m(\angle D)$

7 الشكل المقابل: ABCD متوازى أضلاع،

احسب محيطه، $m(\angle D)$



16 محافظة المنيا

إدارة سمالوط التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان: $5x = 3y$ فإن: .... = $\frac{x}{y}$

(أ) 5 : 3 (ب) 3 : 5 (جـ) 1 : 15 (د) 15 : 1

2 إذا كان الطول فى الرسم 6 سم والطول الحقيقى 18 مترًا فإن مقياس الرسم يساوى ....

(أ) 300 : 1 (ب) 1 : 300 (جـ) 30 : 1 (د) 1 : 30

3 أبسط صورة للمقدار: 5 + 3 y + 2 - y هو ....

(أ) 4y + 7 (ب) 2y + 7 (جـ) 2y - 7 (د) 4y - 7

4 الزاوية التى قياسها 30° تتمم زاوية قياسها ° ....

(أ) 150 (ب) 330 (جـ) 60 (د) 90

5 متوازى الأضلاع الذى قطراه متساويان يسمى ....

(أ) مستطيلًا (ب) مربعًا (جـ) معينًا (د) متوازى أضلاع

6 إذا كانت النقطة $A(k - 3 , 2k + 8)$ تقع على محور X، فإن: .... $= k$

(أ) 3 (ب) -4 (جـ) -3 (د) 4

7 إذا كان الوسط الحسابى للقيم: 4 , n , 3 هو 3 فإن: .... $= n$

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

8 مجموع النسب فى القطاعات الدائرية % ....

(أ) 50 (ب) 90 (جـ) 100 (د) 6

9 من مخطط الساق والأوراق المقابل:

قيمة الوسيط = ...

الساق	الأوراق
0	3 5 6
1	0 2 2 3
المفتاح	3 | 0 تعنى 3 درجات

(أ) 0 (ب) 10 (جـ) 5 (د) 2

2

1 إذا كانت: $A = \{1 , 2 , 3\}$ ، $B = \{4 , 3\}$ فأوجد:

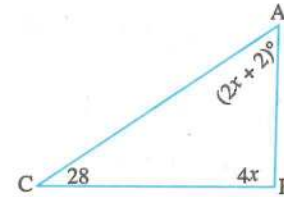
(أ) $A \cap B$ (ب) $A \cup B$ (جـ) مثل المجموعات بشكل ڤن

2 **استخدم** خاصية التوزيع فى إيجاد ناتج: $\frac{3}{17}\times 6+\frac{3}{17}\times 10+\frac{3}{17}$

3 **أوجد** مجموعة حل المعادلة فى Q: $2(x - 3) = 8$

4 فى الشكل المقابل:

أوجد قيمة: x بالبرهان.



5 إذا كانت: $M(-3 , 4)$ هى منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ حيث $A(-x , 3)$ ، $B(-1 , y)$

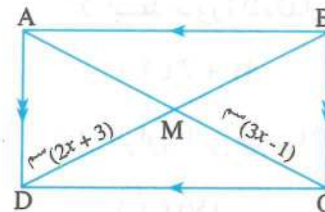
أوجد: بالخطوات قيمة x ، y

6 الشكل المقابل:

ABCD مستطيل فيه $CM = (3x-1)$ سم

، $DM = (2x + 3)$ سم

أوجد بالبرهان: طول $\overline{AC}$



7 **أوجد** الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى التالى:

(x)	2	3	4	6	المجموع
(f)	4	5	2	3	**14**

17 الأزهر الشريف

الإدارة المركزية للامتحانات

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 إذا كان: $\frac{3}{4} = \frac{x}{20}$ فإن .... $= x$

(أ) 20 (ب) 15 (جـ) 12 (د) 10

2 إحداثيا منتصف $\overline{AB}$ حيث: $A = (2 , -2)$ ، $B = (-6 , -8)$ هما..........

(أ) (2 , 5) (ب) (-2 , -5) (جـ) (-2 , 5) (د) (2 , -5)

3 إذا كان الطول فى الرسم 2 سم والطول الحقيقى 6 أمتار، فإن مقياس الرسم هو ....

(أ) 1 : 3 (ب) 1 : 30 (جـ) 1 : 300 (د) 1 : 3,000

4 التعبير الرياضى الذى يعبر عن طرح (-2) من x هو ....

(أ) $x - 2$ (ب) $2 - x$ (جـ) $-2 - x$ (د) $x + 2$

5 إذا كان: $\left|-\frac{5}{7}\right| + \left|\frac{2}{14}\right| = \frac{3}{7} - x$ ، فإن: قيمة $x =$ ....

(أ) $\frac{3}{14}$ (ب) 0 (جـ) $\frac{6}{14}$ (د) $-\frac{3}{7}$

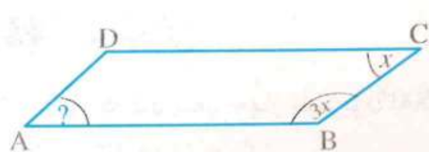
6 مجموعة حل المعادلة: $5(x - 1) = 20$ فى Z هى ....

(أ) 4 (ب) {4} (جـ) 5 (د) {5}

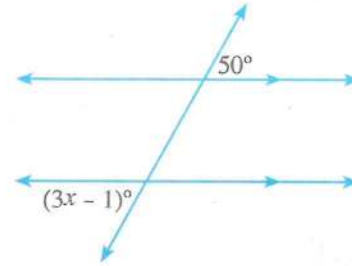
7 فى الشكل المقابل:

ABCD متوازى أضلاع، فما قياس $\angle A$ ؟

(أ) 30° (ب) 45° (جـ) 60° (د) 135°



8 في الشكل المقابل: ما قيمة x؟



قيمة $x =$ ....

(أ) 17　　(ب) 35

(جـ) 50　　(د) 51

9 من مخطط الساق والأوراق المقابل:

الساق	الأوراق
0	9
1	0 2 2 2 3 4 5 6 6
2	0 1 1 5 7 8 9
3	1 2 3

الوسيط هو ....

(أ) 20　　(ب) 18

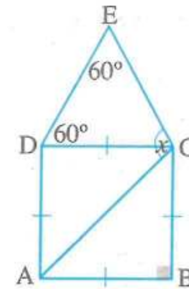
(جـ) 17　　(د) 16

10 إذا كان $A = \{8, 9, 7\}$ ، $B = \{2, 6, 7\}$ فإن $A \cup B =$ ....

(أ) $\{2, 7\}$　　(ب) $\{8, 9\}$

(جـ) $\{6\}$　　(د) $\{8, 9, 6, 2, 7\}$

11 من الشكل المقابل:

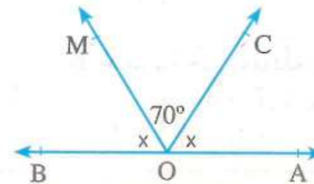


قيمة x تساوى ....°

(أ) 45　　(ب) 90

(جـ) 105　　(د) 60

12 من الشكل المقابل:



$m(\angle AOM) =$ ....°

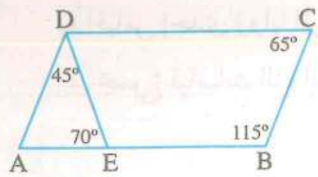
(أ) 125　　(ب) 110

(جـ) 55　　(د) 70

2 أجب عما يأتى:

1 إذا كان سعر جهاز تليفزيون 12,600 جنيه بعد تخفيض سعره بنسبة 16% فما سعر الجهاز قبل التخفيض؟ .

2 فى الشكل المقابل:



أثبت أن الشكل ABCD متوازى أضلاع.

3 الجدول التالى يوضح عدد ساعات ممارسة الرياضة فى الأسبوع لعدد من طلاب الصف الأول الإعدادى.

عدد الساعات	8	9	10	11	12
التكرار	6	8	14	8	4

احسب المتوسط الحسابى لعدد ساعات ممارسة الرياضة لهؤلاء الطلاب.

18 محافظة قنا - دمج

إدارة نجع حمادى التعليمية

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 الزاوية 50° تكمل زاوية قياسها ....

(أ) 40°　　(ب) 50°　　(جـ) 130°　　(د) 30°

2 المنوال لمجموع القيم: 3 , 5 , 2 , 5 , 7 , 9 , 5 هو ....

(أ) 2　　(ب) 3　　(جـ) 5　　(د) 7

3 إذا كان سعر جهاز تلفاز قبل الخصم هو 12,500 جنيه، وكانت نسبة الخصم هى 30 %، فما سعر التلفاز بعد الخصم؟ ....

(أ) 8,000 جنيه　　(ب) 8,750 جنيهًا　　(جـ) 10,800 جنيه　　(د) 11,200 جنيه

4 النسبة $\frac{2}{5}$ تكافئ النسبة ....

(أ) $\frac{12}{15}$　　(ب) $\frac{5}{8}$　　(جـ) $\frac{14}{35}$　　(د) $\frac{9}{12}$

2 أكمل ما يلى:

1 الوسط الحسابى لمجموعة القيم: 8 , 10 , 7 , 12 , 8 يساوى ....

2 إذا كان $\frac{9}{k} = \frac{3}{5}$ ، فما قيمة k ؟ ....

3 قياس إحدى زوايا المربع الداخلة تساوى ....

4 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة تساوى ....

3 اختر من العمود (أ) ما يناسب من العمود (ب):

(أ)	(ب)
1 الوسيط لمجموعة القيم: 3 , 0 , 10 , 2 , 7 هو	الثانى
2 فى أى ربع تقع النقطة (7 , 2-)؟	منعكسة
3 مسقط النقطة (2 , 4) على محور X هو	3
4 المضلع المقعر هو مضلع به زاوية .... على الأقل	(4 , 0)

4 ضع علامة (✔) أو (✘):

1 الأعداد الآتية لا تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث 9 سم، 7 سم، 5 سم. (   )

2 مجموع النسب فى القطاعات الدائرية = 100% (   )

3 مجموعة الحل للمعادلة $3x = 6$ فى Z هى {2} (   )

4 لمجموعة بيانات إذا كان: $\sum f = 5$ ، $\sum (f \cdot x) = 45$ فإن قيمة $\overline{x}$ تساوى 2 (   )

5 أجب عما يلى:

اشترك ثلاثة أشخاص فى مشروع رأس ماله 500,000 جنيه بنسبة 3 : 5 : 2

احسب ما دفعه كل شخص.

1 قيمة الجزء الواحد = ...
2 نصيب الأول = ...
3 نصيب الثانى = ...
4 نصيب الثالث = ...



نهضة مصر للنشر
رقم الإيداع: 2025/8242
خدمة العملاء: 16766